

脱 水

1. 脱水平衡

1. 1 飽和度

湿潤粒子層の空隙体積に対する粒子外液の体積の比を**飽和度** S [－]といい、次式で定義される。

$$S = \frac{V_o}{V_b \varepsilon} \quad [V_b \equiv AL] \quad \cdots(1.1.1)$$

ただし、 A は粒子層の断面積[m²]、 L は粒子層高さ[m]、 V_b は粒子層の体積[m³]、 V_o は粒子外液の体積[m³]、 ε は空隙率[－]。

粒子層に含まれる液の重量割合を**含液率** w [wt%]といい、湿量基準 w_w [wt%]と乾量基準 w_d [wt%]がある。

$$w_w = \frac{M_L}{M_S + M_L} \times 100 = \frac{V_b \varepsilon \rho S}{V_b (1 - \varepsilon) \rho_p + V_b \varepsilon \rho S} \times 100 = \frac{\varepsilon \rho S}{(1 - \varepsilon) \rho_p + \varepsilon \rho S} \times 100 \quad \cdots(1.1.2)$$

$$w_d = \frac{M_L}{M_S} \times 100 = \frac{V_b \varepsilon \rho S}{V_b (1 - \varepsilon) \rho_p} \times 100 = \frac{\varepsilon \rho S}{(1 - \varepsilon) \rho_p} \times 100 \quad \cdots(1.1.3)$$

ただし、 M_L は粒子層中の液重量[kg]、 M_S は粒子層中の固体重量[kg]、 S は飽和度[－]、 V_b は粒子層の体積[m³]、 ε は空隙率[－]、 ρ は液密度[kg/m³]、 ρ_p は粒子密度[kg/m³]。

設計上は、 S 値に**平均飽和度** S_{av} [－]を適用する。

1. 2 含液率分布

細い管に固体粒子を充填してできる粒子層を液中に浸漬させてから垂直に引き上げると、管内の液の一部が流出し、残りの液は毛管現象により粒子層内に保持される。このため、粒子層の高さ方向に含液率分布が形成される。脱水平衡時における含液率分布は、**附着液とくさび毛管液(ウェッジ液)**と**内部液**が存在し、飽和度がほぼ一定となる**低湿分域**($S=S_\infty$)、上記の液に加えて**毛管上昇液**が存在し、高さ方向で飽和度に変化する**転移域**、粒子間隙がすべて液体で満たされる**飽和域**($S=1$)に大別される。転移域の毛管上昇高さについては、みかけの飽和域を仮定し、分布の平均値を採用する。この平均高さ h_g [m]を**相当飽和域高さ**または**ドレン高さ**という。

飽和度 S と毛管上昇高さ h の良好な相関式として、村瀬らの式がある。[文献 1]

$$\frac{S - S_\infty}{1 - S_\infty} = \frac{0.167}{(h/h_{g,\min}) - 0.848} - 0.100 \quad [1.00 < h/h_{g,\min} < 2.52] \quad \cdots(1.2.1)$$

$$h_{g,\min} = 0.42 \sqrt{\frac{\varepsilon}{k_p} \frac{\gamma \cos \theta}{\rho g}} \quad \cdots(1.2.2)$$

ただし、 $h_{g,\min}$ は重力場における最小毛管上昇高さ[m]、 k_p は透過率[m²]、 S_∞ は残留平衡飽和度[－]、 γ は界面張力[N/m]、 ε は空隙率[－]、 θ は接触角[rad]、 ρ は液密度[kg/m³]。

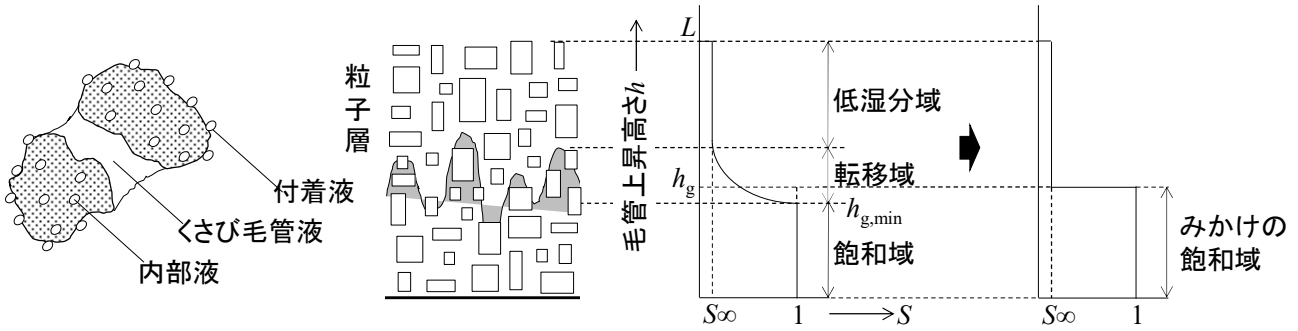


図 1.2.1 含液率分布

1. 3 相当飽和域高さ

重力場における相当飽和域高さ h_g [m]は、液体の毛管上昇高さ h [m]を修正することで導かれる。毛細管を液体の中に差し込むと、液体と管壁の親和性が良好であれば、液は管壁をよく濡らして毛細管内を上昇する。液体の密度を ρ [kg/m³]、毛細管の内径を $D (=2r)$ [m]、内径の周長を S [m]とすると、液柱の重量 W [kg]と界面張力のつり合いより毛管上昇高さ h [m]が導かれる。

$$W = (\gamma \cos \theta) S \quad \dots(1.3.1)$$

$$\pi(D/2)^2 h \rho g = \pi D \gamma \cos \theta \quad \dots(1.3.2)$$

$$h = \frac{4\gamma \cos \theta}{\rho g D} \quad \dots(1.3.3)$$

$$k = 4 \left[k \equiv \frac{D \rho g h}{\gamma \cos \theta} \right] \quad \dots(1.3.4)$$

ただし、 k はキャピラリー一定数[-]。

k の式における D 値を粒子径 D_p に、 h 値を相当飽和域高さ h_g に変更すると、重力脱水時の相当飽和域高さ h_g を得る。(h 式の定数項 4 は修正に反映されない。)

$$\boxed{h_g = \frac{\gamma \cos \theta}{\rho g D_p}} \left[k_c \equiv \frac{D_p \rho g h_g}{\gamma \cos \theta} \right] \quad \dots(1.3.5)$$

ただし、 k_c は粒子層基準のキャピラリー一定数であり、粒子形状や充填状態に依存する。大雑把に見積もる場合は、10を用いる。[文献 2.3]

遠心脱水の場合は、重力加速度 g に遠心効果 Z を乗じて、 h_g を遠心力場における相当飽和域高さ h_c [m] に置き換える。なお、 k_c 値は変化しない。

$$\boxed{h_c = \frac{\gamma \cos \theta}{Z \rho g D_p}} \left[k_c \equiv \frac{D_p \rho Z g h_c}{\gamma \cos \theta}, h_c \equiv \frac{h_g}{Z} \right] \quad \dots(1.3.6)$$

1. 4 平衡時平均飽和度

脱水平衡時の粒子層内における粒子外液の全量 V_{∞} [m³]は、相当飽和域高さ以下の領域($0 \leq z \leq h_g$)に含まれる液量 V_{∞} [m³]と、それ以上の領域($h_g \leq z \leq L$)に含まれる残存液量 V_{∞} [m³]の和で表される。

$$V_{\text{tot}} = V_{\text{c}\infty} + V_{\text{r}\infty} \quad \cdots(1.4.1)$$

$$V_{\text{tot}} = Ah_g \varepsilon + A(L - h_g) \varepsilon S_\infty \quad [V_{\text{c}\infty} \equiv Ah_g \varepsilon, V_{\text{r}\infty} \equiv A(L - h_g) \varepsilon S_\infty] \quad \cdots(1.4.2)$$

ただし、 S_∞ は低湿分域における残留平衡飽和度[-]。

飽和度 S の式に代入すると、粒子層全体に対する**平衡時平均飽和度** $S_{\text{av}\infty}$ [-]が導かれる。

$$S_{\text{av}\infty} = \frac{Ah_g \varepsilon + A(L - h_g) \varepsilon S_\infty}{AL \varepsilon} \quad \cdots(1.4.3)$$

$$S_{\text{av}\infty} = \frac{h_g + (L - h_g) S_\infty}{L} \quad \cdots(1.4.4)$$

$$S_{\text{av}\infty} = \frac{h_g}{L} + \left(1 - \frac{h_g}{L}\right) S_\infty \quad \cdots(1.4.5)$$

$$\boxed{S_{\text{av}\infty} = S_\infty + (1 - S_\infty) \frac{h_g}{L}} \quad \cdots(1.4.6)$$

遠心力場の場合は、相当飽和域高さ $h_c (= h_g)$ が粒子層高さ L よりも十分に小さいことから、次式となる。

$$\boxed{S_{\text{av}\infty} \approx S_\infty} \quad [h_c / L \approx 0] \quad \cdots(1.4.7)$$

1. 5 残留平衡飽和度

低湿分域における**残留平衡飽和度** S_∞ [-]は、粒子内部液を無視すれば、ウェッジ液の飽和度 S_W [-]と表面付着液の飽和度 S_A [-]の和で表される。近似的に、 $S_\infty \approx S_W$ が成り立つ。

$$S_\infty = S_W + S_A \approx S_W \quad [S_W \gg S_A] \quad \cdots(1.5.1)$$

S_W 値の推算式として、均一ガラス球充填層に対する大山・山口の式がある。**[文献 4]**

$$S_W = \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) n_{\text{av}} \phi \quad \cdots(1.5.2)$$

$$n_{\text{av}} = 12 - 27.8(\varepsilon - 0.26) \quad \cdots(1.5.3)$$

$$\phi = 0.0064 \quad [K_p \leq 21] \quad \cdots(1.5.4)$$

$$\phi = 0.098 K_p^{-0.88} \quad [K_p > 21] \quad \cdots(1.5.5)$$

$$K_p \equiv \frac{\rho Z g D_p^2}{\gamma \cos \theta} \quad \cdots(1.5.6)$$

ただし、 K_p は粒子径基準のキャピラリー数[-]、 n_{av} は粒子1個あたりの平均接触点[-]、 γ は界面張力[N・m]、 ϕ はウェッジ液1滴の体積に関する因子[-]、 θ は接触角[rad]。

上式のほか、粒子形状を考慮した村瀬らの式が簡便である。**[文献 1]**

$$S_\infty = 0.075(50K_c)^{-0.37\sqrt{1-\phi_c}} \quad [K_c \leq 0.02] \quad \cdots(1.5.7)$$

$$S_{\infty} = 2.40 \times 10^{-3} K_c^{-0.88} \quad [K_c > 0.02] \quad \cdots(1.5.8)$$

$$K_c \equiv \frac{\rho Z g k_p}{\gamma \cos \theta} \quad \cdots(1.5.9)$$

$$Z = \frac{4\pi^2 n^2}{g} \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right) = \frac{2\pi^2 n^2}{g} (2r_2 - L) \quad [r_2 - r_1 \approx L] \quad \cdots(1.5.10)$$

$$\phi_c = \frac{6}{S_V D_{pV}} \left[D_{pV} \equiv \sqrt[3]{\frac{6V_p}{\pi}} \right] \quad \cdots(1.5.11)$$

ただし、 D_{pV} は等体積球相当径[m]、 K_c はキャピラリー数[-]、 L は粒子層厚み[m]、 r_1 は脱水機の縁半径(中心から粒子層表面までの半径距離)[m]、 r_2 は脱水機本体の半径(中心から壁面までの半径距離)[m]、 S_V は体積基準の比表面積[m²/m³]、 V_p は粒子体積[m³]、 ϕ_c はカルマンの形状係数[-](球のとき 1、立方体のとき 0.806)。

2. 毛管脱水時間

粒子層高さまで液が満たされた湿潤粒子層を鉛直方向へ引き上げて回分重力脱水を行う。前半は、粒子層内を流れる**毛管脱水過程**が律速となり、毛管上昇高さの近傍まで脱水される($t=t_g, h \approx h_g$)。後半は、残存液が粒子表面を伝って流れる**膜脱水過程**が律速となり、無限時間後に毛管上昇高さとなる($t=\infty, h=h_g$)。ダルシーの式に基づく毛管脱水速度 u_g [m/s] より、重力脱水時の**毛管脱水時間** t_g [s] が導かれる。

$$u_g = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = k_p \frac{\Delta p}{\mu L} \quad \cdots(2.1)$$

$$-\frac{1}{A} \frac{d(Ah\varepsilon)}{dt} = \frac{h-h_g}{h} \left(\frac{\rho g k_p}{\mu} \right) \quad [V=Ah\varepsilon, \Delta p = \rho g(h-h_g), L=h] \quad \cdots(2.2)$$

$$-\varepsilon \frac{dh}{dt} = \frac{h-h_g}{h} \left(\frac{\rho g k_p}{\mu} \right) \quad \cdots(2.3)$$

$$-\varepsilon \int_L^h \frac{h}{h-h_g} dh = \frac{\rho g k_p}{\mu} \int_0^{t_g} dt \quad \cdots(2.4)$$

$$-\varepsilon \int_L^h \left(1 + \frac{h_g}{h-h_g} \right) dh = \frac{\rho g k_p}{\mu} t_g \quad \cdots(2.5)$$

$$-\varepsilon \left[h + h_g \ln(h-h_g) \right]_L^h = \frac{\rho g k_p}{\mu} t_g \quad \cdots(2.6)$$

$$-\varepsilon \left[(h-L) + h_g \ln \frac{h-h_g}{L-h_g} \right] = \frac{\rho g k_p}{\mu} t_g \quad \cdots(2.7)$$

$$(L-h) + h_g \ln \frac{L-h_g}{h-h_g} = \frac{\rho g k_p}{\mu \varepsilon} t_g \quad \cdots(2.8)$$

$$t_g = \frac{\mu \varepsilon}{\rho g k_p} \left[(L-h) + h_g \ln \frac{L-h_g}{h-h_g} \right] \quad \cdots(2.9)$$

ただし、 A は粒子層断面積[m²]、 h は液面高さ[m]、 k_p は透過係数[m²]、 L は粒子層高さ[m]、 t は時間[s]、 V は粒子層内の全液量[m³]、 Δp は圧力損失[Pa]。

遠心脱水の場合は、臨界値以上の遠心力でほぼ完全に毛管上昇液が除去されることから、遠心脱水時の毛管脱水時間 t_c [s] は次式となる。

$$t_c = \frac{\mu \varepsilon L}{\rho Z g k_p} \left[Z > Z_c, h=0, h_g=h_c=0 \right] \quad \cdots(2.10)$$

3. 回分脱水

任意の重力脱水時間における粒子層内の粒子外液量 V_i [m³] は、液面高さ以下の領域に含まれる液量 V_c [m³] と、液面高さ以上の領域に含まれる液のうち液膜流れの状態にある液量 V_f [m³] と、滞留状態にある液量 V_r [m³] の和で表される。

$$V_i = V_c + V_f + V_r \quad \cdots(3.1)$$

$$V_i = A h \varepsilon + A(L-h)(1-\varepsilon) S_V \delta_{av} + A(L-h) \varepsilon S_\infty \quad \cdots(3.2)$$

$$V_i = A \varepsilon \{ h + (L-h) S_\infty \} + A(L-h)(1-\varepsilon) S_V \delta_{av} \quad \cdots(3.3)$$

ただし、 h はある時間における液面高さ[m]、 L は粒子層高さ[m]、 S_V は体積基準の粒子比表面積[m²/m³]、 S_W は質量基準の粒子比表面積[m²/kg]、 S_∞ は残留平衡飽和度[-]、 δ_{av} は平均液膜厚み[m]。

平均液膜厚み δ_{av} は、直立平板流れの式より導かれる次式を用いる。[文献 2]

$$\delta_{av} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\mu L}{\rho g t}} \quad \cdots(3.4)$$

粒子層高さ L を粒子層最上部と液面高さの間隔 $(L-h)$ に置き換えて V_i の式に代入する。

$$V_i = A \varepsilon \{ h + (L-h) S_\infty \} + \frac{2}{3} A(L-h)(1-\varepsilon) S_V \sqrt{\frac{\mu(L-h)}{\rho g t}} \quad \cdots(3.5)$$

$$V_f = A \varepsilon \{ h + (L-h) S_\infty \} + \frac{2}{3} A(1-\varepsilon) S_V \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \cdots(3.6)$$

飽和度 S の式に代入すると、任意の重力脱水時間における粒子層の平均飽和度 S_{av} [-] を得る。

$$S_{av} = \left[A \varepsilon \{ h + (L-h) S_\infty \} + \frac{2}{3} A(1-\varepsilon) S_V \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \right] / A L \varepsilon \quad \cdots(3.7)$$

$$S_{av} = \frac{h + (L-h) S_\infty}{L} + \frac{2}{3} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \cdots(3.8)$$

$$S_{av} = S_{\infty} + (1 - S_{\infty}) \frac{h}{L} + \frac{2}{3} \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \dots(3.9)$$

遠心脱水の場合は、毛管脱水時間 t_c がきわめて短いことから、任意の時間における毛管上昇高さ h を h_c とおいて、Nenniger-Storrow の式を得る。【文献 5】

$$S_{av} = S_{av\infty} + \frac{2}{3} \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h_c)^3}{\rho Z g t}} \quad \left[S_{av\infty} \equiv S_{\infty} + (1 - S_{\infty}) \frac{h_c}{L} \right] \quad \dots(3.10)$$

透過率 k_p [m^2] は、コゼニー・カルマンの式より求める。

$$k_p = \frac{\varepsilon^3}{5 S_V^2 (1 - \varepsilon)^2} \quad \dots(3.11)$$

$$\frac{5 S_V^2 k_p}{\varepsilon} = \left(\frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^2 \quad \dots(3.12)$$

$$\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{S_V} \sqrt{5 k_p} \quad \dots(3.13)$$

Nenniger-Storrow の式に代入する。

$$S_{av} = S_{av\infty} + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{S_V} \sqrt{5 k_p} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h_c)^3}{\rho Z g t}} \quad \dots(3.14)$$

$$S_{av} = S_{av\infty} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \frac{L - h_c}{L} \sqrt{\frac{\mu \varepsilon (L - h_c)}{\rho Z g k_p t}} \quad \dots(3.15)$$

臨界遠心効果 Z_c よりも大きい遠心条件では、ほぼ完全に毛管上昇液が除去される。

$$S_{av} = S_{\infty} + 0.3 \sqrt{\frac{\mu \varepsilon L}{\rho Z g k_p t}} \quad [Z > Z_c, h_c = 0] \quad \dots(3.16)$$

山口・井上は、上式の定数項を 0.33 に修正した。【文献 19】

$$S_{av} = S_{\infty} + 0.33 \sqrt{\frac{t_c}{t}} \quad \left[t_c = \frac{\mu \varepsilon L}{\rho Z g k_p} \right] \quad \dots(3.17)$$

4. 連続脱水

脱水機の有効容積(実際に脱水が行われる容積) V_{eff} [m^3] は、次式で表される。

$$V_{eff} = V_B \eta = \pi (r_2^2 - r_1^2) H_B \eta \quad \dots(4.1)$$

ただし、 r_1 はバスケットの縁半径(中心から粒子層表面までの半径距離)[m]、 r_2 はバスケットの半径[m]、 H_B は脱水機深さ[m]、 V_B は脱水機容積[m^3]、 η は脱水機の有効容積率[-]。

固体の平均滞留時間 τ [s]は、脱水機内の固体重量 M_s [kg]と固体供給量 Q_M [kg/s]の比で表される。

$$\tau = \frac{M_s}{Q_M} \quad \dots(4.2)$$

粒子層体積を脱水機の有効容積に等置させると、脱水機内の固体重量 M_s [kg]は次式のように導かれる。

$$\frac{M_s}{\rho_b} = V_{\text{eff}} \quad \dots(4.3)$$

$$M_s = \rho_p(1-\varepsilon)\pi(r_2^2 - r_1^2)H_B\eta \quad \left[\rho_b = \rho_p(1-\varepsilon) \right] \quad \dots(4.4)$$

ただし、 ρ_b は粒子層のかさ密度[kg/m³]、 ρ_p は粒子密度[kg/m³]。

固体供給量 Q_M [kg/s]は、脱水機からの固体排出速度に等しいとみなす。

$$Q_M = \rho_b\pi(r_2^2 - r_1^2)\ell f \quad \dots(4.5)$$

ただし、 f は押出板の振動数[1/s]、 ℓ はストローク長[m]。

M_s と Q_M の式を τ の式に代入する。

$$\tau = \frac{H_B\eta}{\ell f} \quad \dots(4.6)$$

粒子層の厚さ L [m]は、近似的に次式で表されるものとする。

$$L = r_2 - r_1 \quad \dots(4.7)$$

平均遠心効果 Z は、次式で与えられる。

$$Z = \frac{4\pi^2 n^2}{g} \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right) = \frac{2\pi^2 n^2 (r_1 + r_2)}{g} \quad \dots(4.8)$$

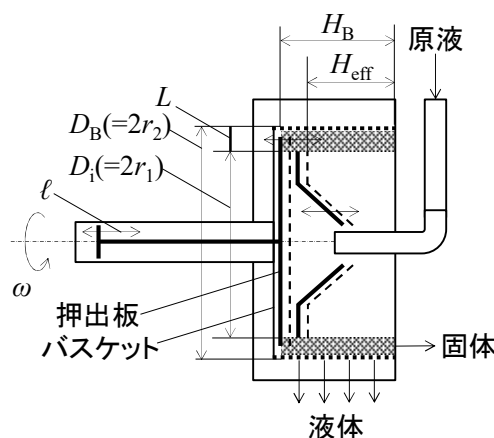
ただし、 n はバスケットの回転速度[1/s]。

遠心効果 Z は、飽和域高さ h_c が粒子半径 $D_p/2$ で定義される臨界遠心効果 Z_c よりも大きいことが条件となる。この条件において、毛管上昇液は完全に除去されるものとみなす($h_c = D_p/2 \div 0, \theta = 0$)。

$$Z > Z_c = \frac{20\gamma}{D_p^2 \rho g} \quad \left[h_c = \frac{D_p}{2}, k_c = 10, \theta = 0 \right] \quad \dots(4.9)$$

τ と L と Z の式を Nenniger-Storrow の修正式に代入すると、押出板型連続遠心脱水機における平均飽和度 S_{av} [-]を得る。

$$S_{\text{av}} = S_{\infty} + 0.33 \sqrt{\frac{\mu \varepsilon \ell f}{2\pi^2 n^2 \rho k_p H_B \eta} \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1}} \quad \dots(4.10)$$



参考文献

- [1] 村瀬敏朗, 中倉英雄, 森英利, 白戸紋平; 化学工学論文集, **11**, 77-83(1985)
- [2] 藤田重文, 東畑平一郎(編); 化学工学II(第2版)「機械的操作」, 東京化学同人(1972), 3.6章
- [3] 世界濾過工学会日本会(編); 濾過工学ハンドブック, 丸善(2009), 4章
- [4] 大山義年, 山口賢治; 理研報告, **28**, 392-400 (1962)
- [5] E. Nenniger and J.A. Storrow; *AIChE J.*, **4**, 305-316 (1961)
- [6] 山口賢治, 井上一郎; 化学工学, **30**, 433-438 (1966)

参考書

- [1] 藤田重文, 東畑平一郎(編); 化学工学Ⅱ(第2版)「機械的操作」, 東京化学同人(1972), 3.6章
- [2] 化学工学協会(編); 濾過工学 化学工学の進歩 8, 槇書店(1974), 8章
- [3] 世界濾過工学会日本会(編); 濾過工学ハンドブック, 丸善(2009), 4章
- [4] 藤田重文(編); 化学工学演習(第2版), 東京化学同人(1979), 13.4章
- [5] 化学工学協会(編); 化学工学便覧(改訂四版), 丸善(1978), 14.6.5章
- [6] 化学工学協会(編); 化学工学演習 1, 丸善(1969), 4.4章
- [7] 藤田重文(監修); 単位操作演習, 科学技術社(1960), pp.374-378

令和5(2023)年2月8日作成

令和6(2024)年12月10日改訂

問 題

下記条件で遠心脱水操作を行う。①～⑩を答えよ。

固体の種類	食塩結晶	液体の種類	希薄食塩水
粒子密度 ρ_p	2160 kg/m ³	液体密度 ρ_f	1000 kg/m ³
粒子径 D_p	0.6 mm	液体粘度 μ	0.001 Pa·s
粒子形状	立方体	表面張力 γ	0.072 kg/s ²
空隙率 ε	0.4	脱水機の有効容積率 η	0.8
脱水機の種類	押出板型連続遠心脱水機	脱水機の回転速度 n	960 rpm
脱水機の内径 r_2	400 mm	脱水機のスローク長 ℓ	120 mm
脱水機の縁内径 r_1	200 mm	押出板の振動数 f	0.5 1/s
脱水機の深さ H_B	400 mm	重力加速度 g	9.81 m/s ²

①脱水機の有効容積	(0.121 kL)
②固体重量	(156 kg)
③固体供給量	(29.3 kg/s)
④固体の平均滞留時間	(5.33 s)
⑤平均遠心効果	(309)
⑥透過率	($3.56 \times 10^{-10} \text{ m}^2$)
⑦毛管脱水時間	(0.0742 s)
⑧残留平衡飽和度(村瀬らの式)	(0.0786)
⑨平均飽和度	(0.118)
⑩含液率(湿量基準)	(3.50 wt%)