

円管内伝熱

化学工業は、物質の状態変化や化学変化を利用して化学製品を生産する装置産業であり、反応工程に加えて蒸留工程や晶析工程、乾燥工程など、熱のやり取りを伴う工程が多い。たとえば、多管式熱交換器の伝熱管本数や、回分反応器に付属する伝熱コイルの巻き数などの化工設計は、伝熱計算が基本となる。また、熱収支を取ることで、蒸発缶に供給すべきスチーム量や触媒反応器内の温度分布を見積もることができる。伝熱機構には、原子や分子の運動によって熱が伝わる**伝導伝熱**、気体や液体の流れによって熱が伝わる**対流伝熱**、物体から放出される電磁波によって熱が伝わる**放射伝熱**がある。

1. 伝導伝熱

1. 1 フーリエの式

物体を構成する原子・分子の熱振動による伝熱機構を**伝導伝熱(heat conduction)**という。伝導伝熱は、固体中だけでなく、液体中でも起こる。物体の内部を熱が伝導によって伝わる速さ Q [W]は、熱の移動方向に垂直な伝熱面積 A [m²]と温度勾配 dT/dy に比例する。これを**フーリエの法則(Fourier's law)**といい、次式で表される。

$$Q = -kA \frac{dT}{dy} \quad \cdots(1.1.1)$$

ただし、 k は熱伝導度[W/(m·K)]。熱伝導度(thermal conductivity)は、熱の伝わりやすさを表し、物体をなす材質の種類によって異なる。また、熱の移動方向が正となるように y 軸をとるとき、温度勾配 dT/dy は負の値をとることから(y の増大に伴い T は減少)、負号を付すことで正の値とした。

上式を熱移動流束 q [J/(m²·s)]で表す場合は、次式となる。

$$q = -k \frac{dT}{dy} \quad \cdots(1.1.2)$$

流束(flux)は、単位面積および単位時間あたりの物理量の移動速度であり、**フーリエの式**で表される熱移動流束 q [J/(m²·s)]のほか、**フィックの式**で表される物質移動流束 J [mol/(m²·s)]や、**ニュートンの式**で表される運動量移動流束 τ [(kg·m/s)/(m²·s)]が代表的である。

1. 2 平面壁内伝導

単一平面壁内の伝熱速度 Q [W]は、平面壁の熱伝導度 k [W/(m·K)]、温度差 $\Delta T (=T_1 - T_2, T_1 > T_2)$ [K]、伝熱面積 A [m²]、厚み $l (=y_2 - y_1)$ [m]として、 Q の式を積分することで導かれる。

$$Q \int_{y_1}^{y_2} dy = -kA \int_{T_1}^{T_2} dT \quad \cdots(1.2.1)$$

$$Q = -kA \frac{T_2 - T_1}{y_2 - y_1} \quad \cdots(1.2.2)$$

$$Q = kA \frac{T_1 - T_2}{l} \quad \cdots(1.2.3)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{R} \left[R \equiv \frac{l}{kA} \right] \quad \cdots(1.2.4)$$

ただし、 R は伝熱抵抗[K/W]。

伝熱過程は、電気回路に置き換えることができる。すなわち、伝熱速度 Q は電流 I 、温度差 ΔT は電圧 V に相当する。抵抗 R は、熱の伝わりにくさを表し、端的には熱伝導度の逆数 $1/k$ に相当すると考えてよい。電気回路の考え方は、粉体層内伝熱のように、複数の伝熱機構が混在する場合に便利である。すなわち、各伝熱機構の合成抵抗を求めてその逆数を取れば、それが総括の熱伝導度となる。

材質と厚みの異なる平面壁を3枚重ね合わせた場合の材質ごとの温度差は、それぞれ次式で表される。

$$(\text{平面壁 1}) \quad T_1 - T_2 = \frac{Q}{k_1 A / l_1} \quad \cdots(1.2.5)$$

$$(\text{平面壁 2}) \quad T_2 - T_3 = \frac{Q}{k_2 A / l_2} \quad \cdots(1.2.6)$$

$$(\text{平面壁 3}) \quad T_3 - T_4 = \frac{Q}{k_3 A / l_3} \quad \cdots(1.2.7)$$

上式を辺々加えると、多層平面壁の伝熱速度 Q [W]を得る。

$$(T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_4) = Q \left(\frac{1}{k_1 A / l_1} + \frac{1}{k_2 A / l_2} + \frac{1}{k_3 A / l_3} \right) \quad \cdots(1.2.8)$$

$$Q = \frac{T_1 - T_4}{(l_1 / k_1 A) + (l_2 / k_2 A) + (l_3 / k_3 A)} \quad \cdots(1.2.9)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\sum R} \left[\Delta T \equiv T_1 - T_4, R \equiv \frac{l_1}{k_1 A} + \frac{l_2}{k_2 A} + \frac{l_3}{k_3 A} \right] \quad \cdots(1.2.10)$$

総括式を用いずとも、3式のいずれかを用いて伝熱速度 Q を求めることもできるが、いずれの式も平面壁間の温度 T_2 と T_3 が含まれており、こういった部分は測定しにくい。総括式には、これらの温度が含まれておらず、測定の容易な外表面温度 T_1 と T_4 を用いることができる。

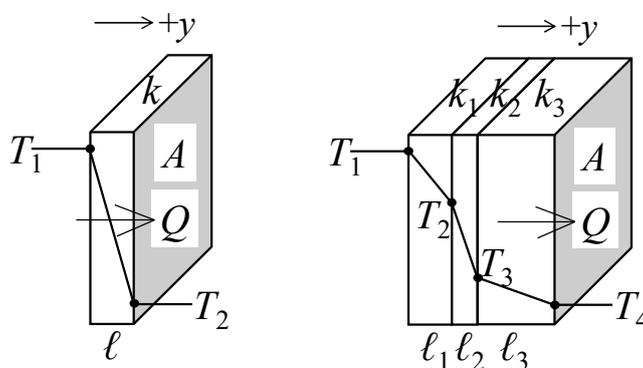


図 1.2.1 平面壁内の伝導伝熱
(左) 単一平面壁、(右) 多層平面壁

1. 3 円管内伝導

単一円管の肉厚 $l (=r_2-r_1)$ [m]の部分を熱が伝導によって伝わる場合を考える。円管内の中心から外側に向かって r 座標を正にとり、円管の肉厚内部において微小厚み $dr (=r\sim r+dr)$ をもつ薄肉の円筒を考えると、円筒内の温度勾配は dT/dr で表される。また、伝熱面積 A は座標 r によって変化し、円周 $2\pi r$ と管長 L を乗じた $A=2\pi rL$ で表される。したがって、薄肉円筒内の伝熱速度 Q [W]は次式で表される。

$$Q = -k(2\pi rL) \frac{dT}{dr} \quad \cdots(1.3.1)$$

上式を積分すると、単一円管の伝熱速度 Q [W]を得る。

$$\frac{Q}{2\pi L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -k \int_{T_1}^{T_2} dT \quad \cdots(1.3.2)$$

$$\frac{Q}{2\pi L} \ln(r_2/r_1) = -k(T_2 - T_1) \quad \cdots(1.3.3)$$

$$Q = k \frac{2\pi L(r_2 - r_1)}{\ln(r_2/r_1)} \left(\frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} \right) \quad \cdots(1.3.4)$$

$$Q = k \frac{2\pi L(r_2 - r_1)}{\ln(2\pi L r_2 / 2\pi L r_1)} \left(\frac{\Delta T}{l} \right) \quad \cdots(1.3.5)$$

$$Q = k \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)} \left(\frac{\Delta T}{l} \right) \quad [A_1 \equiv 2\pi r_1 L, A_2 \equiv 2\pi r_2 L] \quad \cdots(1.3.6)$$

$$Q = k A_{lm} \frac{\Delta T}{l} \left[A_{lm} \equiv \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)} \right] \quad \cdots(1.3.7)$$

ただし、 A_{lm} は対数平均伝熱面積[m²]。

$$Q = \frac{\Delta T}{R} \left[R \equiv \frac{l}{k A_{lm}} \right] \quad \cdots(1.3.8)$$

材質と厚みの異なる2種類の断熱材を円管に巻いた場合の材質ごとの温度差は、次式で表される。

$$\text{(円管)} \quad T_1 - T_2 = \frac{Q}{k_1 A_{lm,1} / l_1} \quad \cdots(1.3.9)$$

$$\text{(断熱材 1)} \quad T_2 - T_3 = \frac{Q}{k_2 A_{lm,2} / l_2} \quad \cdots(1.3.10)$$

$$\text{(断熱材 2)} \quad T_3 - T_4 = \frac{Q}{k_3 A_{lm,3} / l_3} \quad \cdots(1.3.11)$$

上式を辺々加えると、多層円管の伝熱速度 Q [W]を得る。

$$(T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) + (T_3 - T_4) = Q \left(\frac{1}{k_1 A_{lm,1} / l_1} + \frac{1}{k_2 A_{lm,2} / l_2} + \frac{1}{k_3 A_{lm,3} / l_3} \right) \quad \cdots(1.3.12)$$

$$Q = \frac{T_1 - T_4}{l_1 / (k_1 A_{lm,1}) + l_2 / (k_2 A_{lm,2}) + l_3 / (k_3 A_{lm,3})} \quad \cdots(1.3.13)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\sum R} \left[\Delta T \equiv T_1 - T_4, R \equiv \frac{l_1}{k_1 A_{lm,1}} + \frac{l_2}{k_2 A_{lm,2}} + \frac{l_3}{k_3 A_{lm,3}} \right] \quad \dots(1.3.14)$$

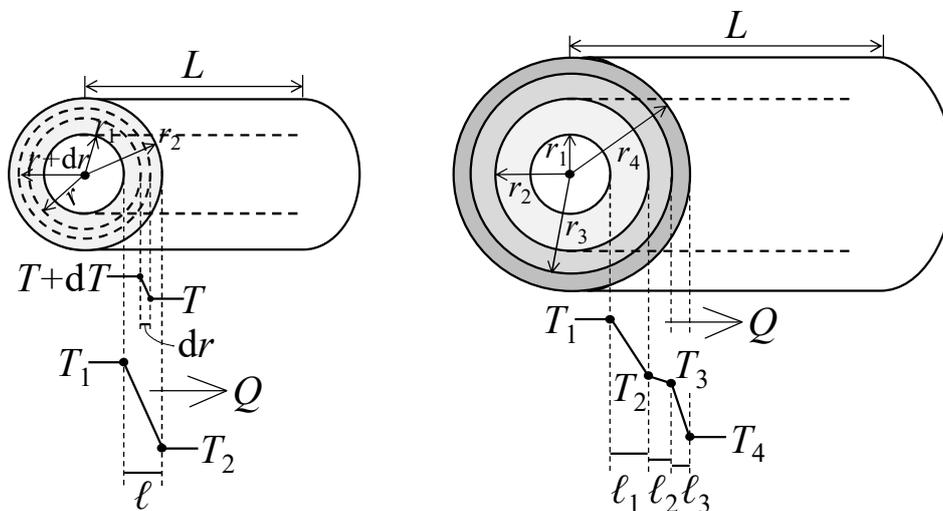


図 1.3.1 円管内の伝導伝熱
(左)単一円管、(右)多層円管(2重巻き)

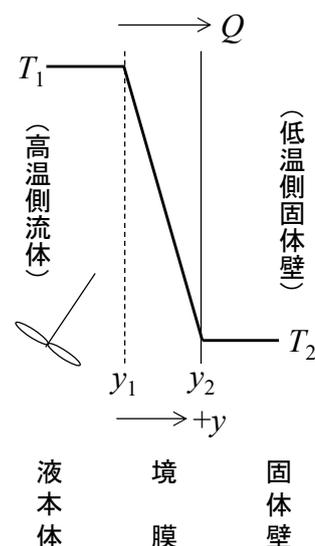
2. 対流伝熱

2. 1 熱伝達

流体塊の移動とともに熱が輸送される伝熱機構を**対流伝熱(heat convection)**という。たとえば、流体と固体壁の間に温度差があると、両者の間で密度差が生じて、流体の移動が自然に起こる。これを**自然対流**という。工業的には、攪拌などによって流体の移動を強制的に行わせる**強制対流**が重要となる。流体-固体間での伝熱をとくに**熱伝達**という。流体本体側では、流体の混合が良好であり、熱が迅速かつ均一に伝わることから、定常条件下では温度分布は存在せず、温度一定とみなすことができる。一方、固体壁近傍では、流体の流れに乱れが無く、層流状態にあることから、伝導伝熱にしたがって熱が伝わる。対流伝熱抵抗のすべてを伝導伝熱の抵抗に集約した仮想的な領域を**境膜(film)**という。流体-固体間の実際の温度変化は曲線的だが、境膜の概念を用いると温度変化を近似的に直線で表せるため、取り扱いが容易になる。流体温度を T_1 [K] で一定、固体壁温度を T_2 [K] で一定とするととき ($T_1 > T_2$)、境膜内の伝熱速度 Q [W] は、次式で表される。

$$Q = hA(T_1 - T_2) \quad \dots(2.1.1)$$

ただし、 h は**境膜伝熱係数**[W/(m²·K)]であり、伝導伝熱式の k/l に相当する。なお、材質厚み l に相当す



る境膜厚み δ [m]が不明であることから、ここでは k/δ をひとまとめにして h と置いている。

2. 2 熱貫流

円管や円筒槽の内側と外側を温度の異なる流体が流れているとき、熱は固体壁の肉厚部分とその両側の境膜を通じて伝わる。このような伝熱機構を熱貫流あるいは熱通過という。熱交換器の伝熱管や攪拌槽のジャケットを介した熱交換操作で見られる。

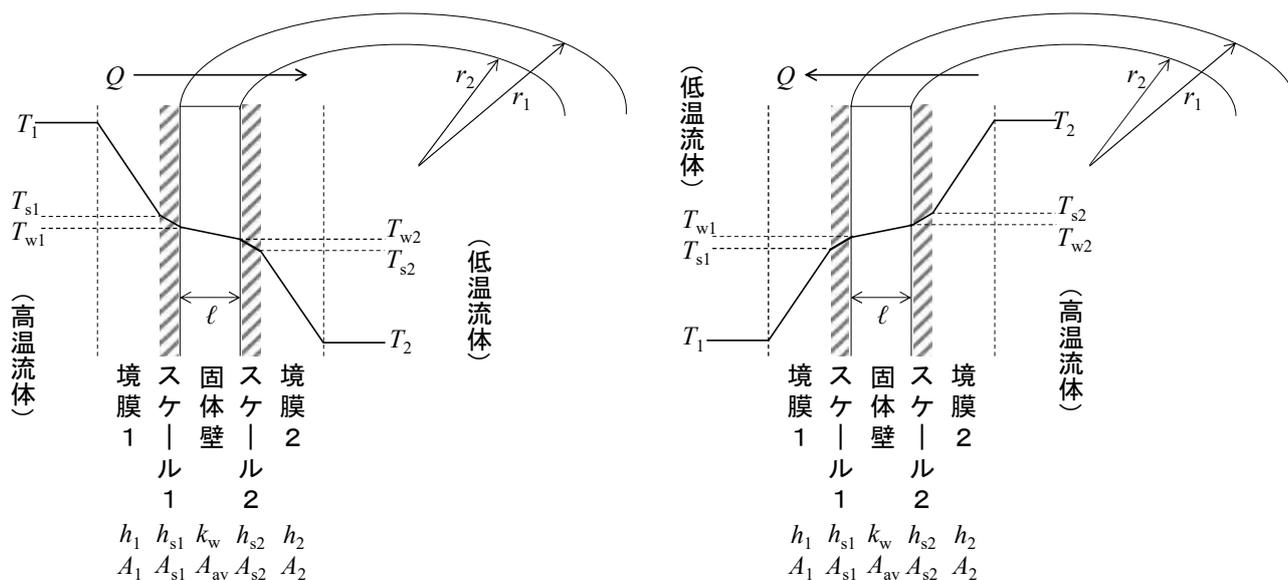


図 2. 2. 1 固体壁周りの温度分布

固体壁周りの各部位における温度差は、対流伝熱速度 Q [W]を用いて次のように表される($T_1 > T_2$)。

$$\text{(境界膜 1)} \quad T_1 - T_{s1} = \frac{Q}{h_1 A_1} \quad \cdots(2.2.1)$$

$$\text{(スケール 1)} \quad T_{s1} - T_{w1} = \frac{Q}{h_{s1} A_{s1}} \quad \cdots(2.2.2)$$

$$\text{(固体壁)} \quad T_{w1} - T_{w2} = \frac{Q}{(k_w / \ell_w) A_{av}} \quad \cdots(2.2.3)$$

$$\text{(スケール 2)} \quad T_{w2} - T_{s2} = \frac{Q}{h_{s2} A_{s2}} \quad \cdots(2.2.4)$$

$$\text{(境界膜 2)} \quad T_{s2} - T_2 = \frac{Q}{h_2 A_2} \quad \cdots(2.2.5)$$

ただし、 h は境膜伝熱係数[W/(m²・K)]、 h_s は汚れ係数[W/(m²・K)]、 k_w は固体壁の熱伝導度[W/(m・K)]、 ℓ_w は固体壁の厚み[m]、 A は伝熱面積[m²]、添え字 s はスケール、 av と w は固体壁。

上式を辺々加えると、基準 1 の総括伝熱係数 U_1 [W/(m²・K)]が導かれる。

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A_1} + \frac{1}{h_{s1} A_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w A_{av}} + \frac{1}{h_{s2} A_{s2}} + \frac{1}{h_2 A_2}} \quad \cdots(2.2.6)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} \left(\frac{A_1}{A_{s1}} \right) + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{A_1}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} \left(\frac{A_1}{A_{s2}} \right) + \frac{1}{h_2} \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \right]} \quad [\Delta T \equiv T_1 - T_2] \quad \cdots(2.2.7)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{A_1}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \right]} \quad [A_1/A_{s1} \approx 1, A_1/A_{s2} \approx 1] \quad \cdots(2.2.8)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{\pi D_1 L}{\pi D_{av} L} \right) + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \left(\frac{\pi D_1 L}{\pi D_2 L} \right) \right]} \quad [A = \pi D L] \quad \cdots(2.2.9)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{D_1}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \left(\frac{D_1}{D_2} \right) \right]} \quad \cdots(2.2.10)$$

$$\boxed{Q = U_1 A_1 \Delta T} \quad \cdots(2.2.11)$$

$$\frac{1}{U_1} \equiv \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{D_1}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \left(\frac{D_1}{D_2} \right) \quad \left[D_{av} \equiv \frac{D_1 + D_2}{2} \right] \quad \cdots(2.2.12)$$

$$\boxed{\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2}} \quad [U = U_1, D_1/D_{av} \approx 1, D_1/D_2 \approx 1] \quad \cdots(2.2.13)$$

同様にして、基準2の総括伝熱係数 U_2 [W/(m²·K)]が導かれる。

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A_1} + \frac{1}{h_{s1} A_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w A_{av}} + \frac{1}{h_{s2} A_{s2}} + \frac{1}{h_2 A_2}} \quad \cdots(2.2.14)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} \left(\frac{A_2}{A_{s2}} \right) + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{A_2}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} \left(\frac{A_2}{A_{s1}} \right) + \frac{1}{h_1} \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \right]} \quad [\Delta T \equiv T_1 - T_2] \quad \cdots(2.2.15)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{A_2}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{h_1} \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \right]} \quad [A_2/A_{s2} \approx 1, A_2/A_{s1} \approx 1] \quad \cdots(2.2.16)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{\pi D_2 L}{\pi D_{av} L} \right) + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{h_1} \left(\frac{\pi D_2 L}{\pi D_1 L} \right) \right]} \quad [A = \pi D L] \quad \cdots(2.2.17)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{D_2}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{h_1} \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \right]} \quad \cdots(2.2.18)$$

$$\boxed{Q = U_2 A_2 \Delta T} \quad \cdots(2.2.19)$$

$$\frac{1}{U_2} \equiv \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{D_2}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{h_1} \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \quad \left[D_{av} \equiv \frac{D_1 + D_2}{2} \right] \quad \cdots(2.2.20)$$

$$\boxed{\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2}} \quad [U = U_2, D_2/D_{av} \approx 1, D_2/D_1 \approx 1] \quad \cdots(2.2.21)$$

2. 3 境膜伝熱係数

境膜伝熱係数 h は、流動状態(u)、流体特性(ρ, μ, C_p, k)、伝熱面形状(D, L)などの影響を受ける。工学的には、これらの影響因子を無次元化した関係式を導いてこれを推算式の基本構造とし、式中のべき乗や比例定数などの定数項を実験によって求める。円管内対流伝熱の各推算式を見ると、式の基本構造はおおむね同じであり、定数項のみが異なっていることが分かる。式の基本構造は、次元解析を用いて導く。伝熱係数(h)、流動状態(u)、流体特性(ρ, μ, C_p, k)、伝熱面形状(D, L)の関係は、次式で表される。

$$h = KC_p^a k^b \mu^c \rho^d D^e L^f u^g \quad \cdots(2.3.1)$$

ただし、 K は定数[-]、 C_p は流体の比熱[J/(kg·K)]、 k は熱伝導度[W/(m·K)]、 μ は粘度[Pa·s]、 ρ は流体の密度[kg/m³]、 D は管径[m]、 L は管長[m]、 u は流速[m/s]。

与式の単位を M(質量)、L(長さ)、T(時間)、 Θ (温度)の次元に置き換えると、次式となる。

$$h \text{ [W/(m}^2\cdot\text{K)]} = \text{[(J/s)/(m}^2\cdot\text{K)]} = \text{[(N}\cdot\text{m)/s]/(m}^2\cdot\text{K)} = \text{[(kg}\cdot\text{m/s}^2)\cdot\text{m/s]/(m}^2\cdot\text{K)} = \text{[kg}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}] = \text{[MT}^{-3}\Theta^{-1}] \quad \cdots(2.3.2)$$

$$C_p^a \text{ [J/kg}\cdot\text{K]} = \text{[N}\cdot\text{m/(kg}\cdot\text{K)}] = \text{[(kg}\cdot\text{m/s}^2)\cdot\text{m/(kg}\cdot\text{K)}] = \text{[m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}]^a = \text{[L}^2\text{T}^{-2}\Theta^{-1}]^a \quad \cdots(2.3.3)$$

$$k^b \text{ [W/(m}\cdot\text{K)]} = \text{[(J/s)/(m}\cdot\text{K)]} = \text{[(N}\cdot\text{m)/s]/(m}\cdot\text{K)} = \text{[(kg}\cdot\text{m/s}^2)\cdot\text{m/s]/(m}\cdot\text{K)} = \text{[kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}]^b = \text{[MLT}^{-3}\Theta^{-1}]^b \quad \cdots(2.3.4)$$

$$\mu^c \text{ [Pa}\cdot\text{s]} = \text{[(N/m}^2)\cdot\text{s]} = \text{[(kg}\cdot\text{m/s}^2)/\text{m}^2]\cdot\text{s} = \text{[kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]^c = \text{[ML}^{-1}\text{T}^{-1}]^c \quad \cdots(2.3.5)$$

$$\rho^d \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]^d = \text{[ML}^{-3}]^d \quad \cdots(2.3.6)$$

$$D^e \text{ [m]}^e = \text{[L]}^e \quad \cdots(2.3.7)$$

$$L^f \text{ [m]}^f = \text{[L]}^f \quad \cdots(2.3.8)$$

$$u^g \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]^g = \text{[LT}^{-1}]^g \quad \cdots(2.3.9)$$

質量(M)の項について両辺を比較すると、次式となる。

$$1 = b + c + d \quad \cdots(2.3.10)$$

長さ(L)の項について両辺を比較すると、次式となる。

$$0 = 2a + b - c - 3d + e + f + g \quad \cdots(2.3.11)$$

時間(T)の項について両辺を比較すると、次式となる。

$$-3 = -2a - 3b - c - g \quad \cdots(2.3.12)$$

温度(Θ)の項について両辺を比較すると、次式となる。

$$-1 = -a - b \quad \cdots(2.3.13)$$

全因子数($a \sim f$ の6個)から数式の数(上の4式)を引いた因子数($6 - 4 = 2$ 個)を定数とみなして固定する。 a, d, f を定数とみなすと、残りの b, c, e, g は、次式のように導かれる。

b は、温度(Θ)の式より導く。

$$b=1-a \quad \cdots(2.3.14)$$

c は、質量(M)の式より導く。

$$c=1-b-d=1-(1-a)-d=a-d \quad \cdots(2.3.15)$$

g は、時間(T)の式より導く。

$$g=-2a-3b-c+3=-2a-3(1-a)-(a-d)+3=d \quad \cdots(2.3.16)$$

e は、長さ(L)の式より導く。

$$e=-2a-b+c+3d-f-g=-2a-(1-a)+(a-d)+3d-f-d=-1+d-f \quad \cdots(2.3.17)$$

与式に代入して各項のべき乗を整理すると、次式ようになる。

$$h=KC_p^a k^{1-a} \mu^a \rho^d D^{-1+d-f} L^f u^d \quad \cdots(2.3.18)$$

$$h=K(C_p^a \mu^a k^{-a})(\mu^{-d} \rho^d D^d u^d)(D^{-f} L^f)(k D^{-1}) \quad \cdots(2.3.19)$$

$$\frac{hD}{k} = K \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^\alpha \left(\frac{Du\rho}{\mu} \right)^\beta \left(\frac{L}{D} \right)^\gamma \quad \cdots(2.3.20)$$

$$Nu = K Re^\alpha Pr^\beta \left(\frac{L}{D} \right)^\gamma \quad \cdots(2.3.21)$$

Nu はヌッセルト数であり、工学的には、①対流伝熱速度が伝導伝熱速度の何倍にあたるか(相対的な伝熱速度)、②代表長さ(管径、粒径、装置長)が温度境膜厚みの何倍にあたるか(相対的な代表長さ)、を表す。

$$\frac{\text{対流伝熱速度}}{\text{伝導伝熱速度}} = \frac{q_{\text{conv}}}{k \frac{T_i - T}{L}} = \left(\frac{q_{\text{conv}}}{T_i - T} \right) \frac{L}{k} = \frac{h_d L}{k} = Nu \quad \cdots(2.3.22)$$

$$\frac{\text{代表長さ}}{\text{温度境膜厚み}} = \frac{L}{\delta_h} = \frac{L}{k/h_d} = \frac{h_d L}{k} = Nu \quad \cdots(2.3.23)$$

Pr はプラントル数であり、工学的には、①流体が保有する運動量の輸送能力は熱の輸送能力の何倍にあたるか、②速度境界層厚みは温度境界層厚みの何倍にあたるか、を表す。運動量の輸送能力は動粘度(動粘性係数) $\nu(=\mu/\rho)[\text{m}^2/\text{s}]$ 、熱の輸送能力は熱拡散率 $\alpha(=k/\rho C_p)[\text{m}^2/\text{s}]$ で表される。

$$\frac{\text{運動量の輸送能力}}{\text{熱の輸送能力}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu/\rho}{k/\rho C_p} = \frac{C_p \mu}{k} = Pr \quad \cdots(2.3.24)$$

運動量の輸送能力、すなわち動粘度 ν は、流体内部で発生する応力の伝わりやすさを表す。値が大きいほど遠くの静止流体をいち早く動かすことができる(運動量がいち早く拡散してゆき、遠くの流体にいち早く作用する)。粘度 μ は、発生する応力の大きさを表す。

2. 4 汚れ係数

伝熱操作を続けていると、溶液中の難水溶性成分である硫酸カルシウム、炭酸カルシウム、水酸化マグネシウム等が伝熱面上に析出し、伝熱効率が低下する。この異常現象をスケーリングという。装置の運転を定期的に停止して、物理的に削り落とすか、酸や有機溶媒でスケールを洗浄する。スケール部位の伝熱係数や関係式についてはよく分かっていない。実測値、または経験的な値を用いる。

3. 円管内流れの伝熱

3. 1 相変化が起こらない場合

相変化が起こらない場合の境膜伝熱係数 h [W/(m²·K)]の推算式は、流動状態によって場合分けされる。

(ア)乱流の場合($Re > 10000$)は、Sieder-Tate(シーダー・テート)の式を用いる。【文献 1】

$$\frac{hD}{k} = 0.023 \left(\frac{DG}{\mu} \right)^{0.8} \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(3.1.1)$$

ただし、 C_p は比熱容量[J/(kg·K)]、 D は管径[m]、 G は質量流束[kg/(m²·s)]($=\rho u$)、 k は熱伝導度[W/(m·K)]、 μ は粘度[Pa·s]、 μ_w は壁面温度における粘度[Pa·s]。それ以外の各物性値は、境膜温度に対応した値を用いる。なお、Sieder-Tate 式の指数 0.023 は原報【文献 1】では 0.027 であったが、その後 0.023 に修正された。

(イ)層流の場合($Re < 2100$)は、Sieder-Tate の修正式を用いる。

$$\frac{hD}{k} = 1.86 \left(\frac{DG}{\mu} \right)^{1/3} \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left(\frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(3.1.2)$$

層流の場合は、円管形状(管径 D と管長 L)の影響が大きくなる。

(ウ)遷移流の場合($2100 < Re < 10000$)は、Hausen(ハウゼン)の式を用いる。【文献 2】

$$\frac{hD}{k} = 0.116 \left[\left(\frac{DG}{\mu} \right)^{2/3} - 125 \right] \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left[1 + \left(\frac{D}{L} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(3.1.3)$$

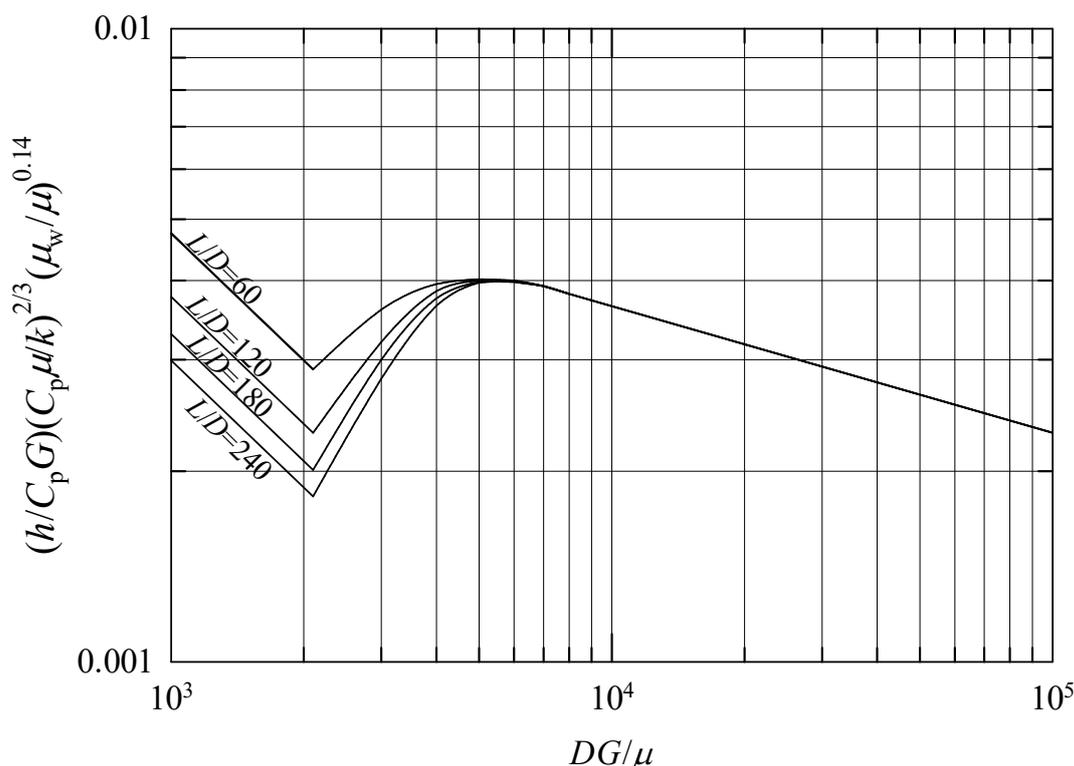
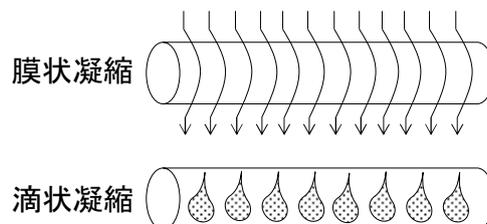


図 3.1.1 円管内流れの伝熱係数に関する相関図

3. 2 相変化が起こる場合

相変化を伴う伝熱現象の例として、過熱飽和水蒸気(スチーム)の凝縮伝熱がある。熱媒としてのスチームの熱的価値は、スチーム自身の温度ではなく、スチームが凝縮する際に発生する蒸発潜熱にある。たとえば、130℃のスチームが30℃分の顕熱を低温流体に与えて自身は100℃のスチームになったとしても、さほどたいした熱を与えていない。100℃のスチームが100℃の水になる場合に与える潜熱の方がはるかに大きく、熱的価値は高い。



凝縮伝熱機構には、壁面が凝縮液膜で覆われて流下する膜状凝縮と、壁面に多数発生した液滴が流下する滴状凝縮がある。ここでは、膜状凝縮伝熱に基づくものとする。凝縮液膜のレイノルズ数 Re_f は、次式で表される。

$$Re_f = \frac{D(W_{cl}/A_w)}{\mu_{cl}} = \frac{(4A_w/l_w)(W_{cl}/A_w)}{\mu_{cl}} = \frac{4W_{cl}/l_w}{\mu_{cl}} = \frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \quad \dots(3.2.1)$$

ただし、 A_w はぬれ面積[m²]、 D は管径[m]、 l_w はぬれ辺長[m]、 W_{cl} は凝縮量[kg/s]、 Γ (ガンマ)はぬれ辺長あたりの凝縮量[kg/(m・s)]、 μ_{cl} は凝縮温度における凝縮液の粘度[Pa・s]。

垂直管と水平管の別、管内凝縮と管外凝縮の別で推算式が異なる。

$$\text{(垂直管(管内及び管外凝縮); } Re < 2100) \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 1.88 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \left[\Gamma = \frac{W_{cl}}{\pi DN_T} \right] \quad \dots(3.2.2)$$

$$\text{(垂直管(管内及び管外凝縮); } Re > 2100) \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 0.0077 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{0.4} \left[\Gamma = \frac{W_{cl}}{\pi DN_T} \right] \quad \dots(3.2.3)$$

$$\text{(水平管(管内凝縮))} \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 1.51 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \left[\Gamma = \frac{W_{cl}}{L} \right] \quad \dots(3.2.4)$$

ただし、水平管が上下に N_R 段配列されている場合は、 h に $N_R^{-1/4}$ を乗じる。

多管式熱交換器のように段の集合が複数存在する場合は、中央段に配列されている本数の3分の2を N_R とする。[文献 3]

ただし、 g は重力加速度[m/s²]、 h は凝縮伝熱係数[W/(m²·K)]、 N_R はある段に配列されている伝熱管の本数[-]、 N_T は伝熱管の全本数[-]、 k_{cl} と ρ_{cl} は凝縮温度における凝縮液の熱伝導度[W/(m·K)]と密度[kg/m³]、 ρ_v は凝縮温度における蒸気密度[kg/m³]。各推算式の左辺を凝縮数という。なお、垂直管式の係数 1.88 について、Nusselt(ヌッセルト)の理論式では 1.47 であり、実用的には 1.28 倍した 1.88 を用いる [文献 4]。飽和水蒸気の凝縮温度は、飽和水蒸気圧と水の蒸気圧曲線との交点より読み取る。

4. 二重円管内流れの伝熱

4. 1 伝熱量

向流式二重円管の内側を高温流体が流れ、外側を低温流体が流れている。高温側流体が失う伝熱量と低温側流体が得る伝熱量 Q [J/s] は、それぞれ次式で表される。

$$\text{(高温流体側)} \quad Q = C_{ph} W_h (T_{h1} - T_{h2}) \quad \dots(4.1.1)$$

$$\text{(低温流体側)} \quad Q = C_{pc} W_c (T_{c1} - T_{c2}) \quad \dots(4.1.2)$$

ただし、 C_p は平均比熱容量[J/(kg·K)]、 T は温度、 W は質量流量[kg/s]、添え字 c は低温側流体、 h は高温側流体、1 は左端、2 は右端。

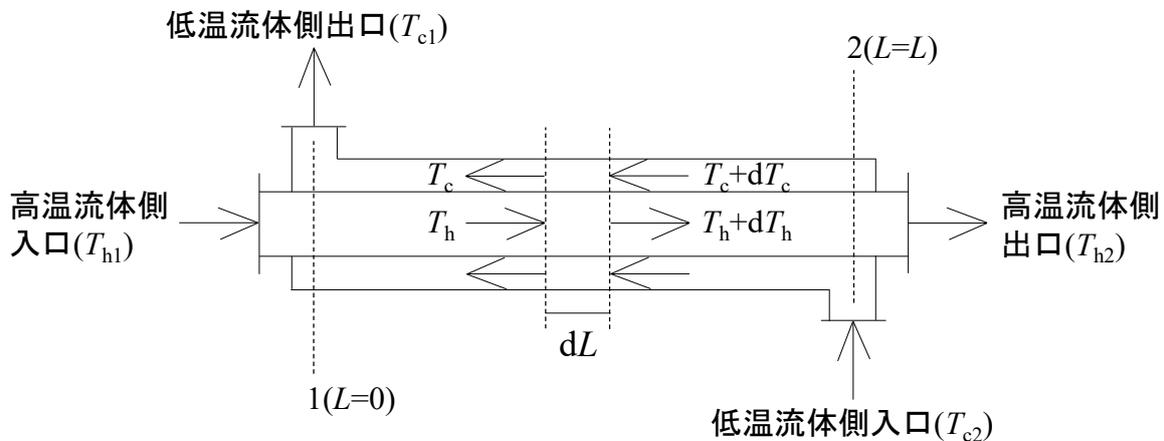


図 4. 1. 1 向流式二重円管内流れの例 (熱交換器)

4. 2 伝熱面積

向流式二重円管内の任意の微小区間 dL において、高温側流体から低温側流体へ移動する微小伝熱量 dQ [J/s]は、次式で表される。

$$\text{(高温流体側)} \quad dQ = C_{ph}W_h[T_h - (T_h + dT_h)] = -C_{ph}W_h dT_h \quad \cdots(4.2.1)$$

$$\text{(低温流体側)} \quad dQ = C_{pc}W_c[T_c - (T_c + dT_c)] = -C_{pc}W_c dT_c \quad \cdots(4.2.2)$$

微小温度変化 dT_h および dT_c は、それ自身、負の値であることから、いずれの dQ も正となる。

上式を微小温度変化について整理する。

$$dT_h = -\frac{dQ}{C_{ph}W_h} \quad \cdots(4.2.3)$$

$$dT_c = -\frac{dQ}{C_{pc}W_c} \quad \cdots(4.2.4)$$

両者の差をとる

$$dT_h - dT_c = \left(-\frac{dQ}{C_{ph}W_h}\right) - \left(-\frac{dQ}{C_{pc}W_c}\right) \quad \cdots(4.2.5)$$

$$d(T_h - T_c) = -\left(\frac{1}{C_{ph}W_h} - \frac{1}{C_{pc}W_c}\right)dQ \quad \cdots(4.2.6)$$

$$dQ = \frac{-d(T_h - T_c)}{\frac{1}{C_{ph}W_h} - \frac{1}{C_{pc}W_c}} \quad \cdots(4.2.7)$$

対流伝熱速度 Q を代入する。

$$UdA(T_h - T_c) = \frac{-d(T_h - T_c)}{\frac{1}{C_{ph}W_h} - \frac{1}{C_{pc}W_c}} \quad \cdots(4.2.8)$$

$$-\frac{d(T_h - T_c)}{T_h - T_c} = \left(\frac{1}{C_{ph}W_h} - \frac{1}{C_{pc}W_c}\right)UdA \quad \cdots(4.2.9)$$

二重円管の全長にわたって積分する。

$$-\int_{T_{h1}-T_{c1}}^{T_{h2}-T_{c2}} \frac{d(T_h - T_c)}{T_h - T_c} = \left(\frac{1}{C_{ph}W_h} - \frac{1}{C_{pc}W_c}\right)U \int_0^A dA \quad \cdots(4.2.10)$$

$$-\ln \frac{T_{h2} - T_{c2}}{T_{h1} - T_{c1}} = \left(\frac{1}{C_{ph}W_h} - \frac{1}{C_{pc}W_c}\right)UA \quad \cdots(4.2.11)$$

熱収支の式を用いると、二重円管の所要伝熱面積 A [m²]と二重円管の長さ L [m]が導かれる。

$$\ln \frac{T_{h1} - T_{c1}}{T_{h2} - T_{c2}} = \left(\frac{T_{h1} - T_{h2}}{Q} - \frac{T_{c1} - T_{c2}}{Q} \right) UA \quad [C_{ph}W_h = Q/(T_{h1} - T_{h2}), C_{pc}W_c = Q/(T_{c1} - T_{c2})] \quad \cdots(4.2.12)$$

$$Q = UA \frac{(T_{h1} - T_{c1}) - (T_{h2} - T_{c2})}{\ln[(T_{h1} - T_{c1})/(T_{h2} - T_{c2})]} \quad \cdots(4.2.13)$$

$$Q = UA \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} \quad [\Delta T_1 \equiv T_{h1} - T_{c1}, \Delta T_2 \equiv T_{h2} - T_{c2}] \quad \cdots(4.2.14)$$

$$\boxed{A = \frac{Q}{U\Delta T_{lm}}} \quad \left[\Delta T_{lm} \equiv \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} \right] \quad \cdots(4.2.15)$$

$$\boxed{L = \frac{A}{\pi D_{av}}} \quad \left[D_{av} = \frac{D_1 + D_2}{2} \right] \quad \cdots(4.2.16)$$

ただし、 D_1 は内側の円管径[m]、 D_2 は外側の円管径[m]、 ΔT_{lm} は対数平均温度差[K]。

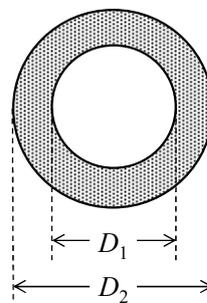
境界伝熱係数の推算には、円管内伝熱の式を用いる。なお、外管側の流路形状は円管ではないことから、流動と同じように相当直径 D_{eq} [m]に換算して計算する。伝熱基準の場合は、流動基準におけるぬれ辺長 l_w を伝熱辺長 l_h [m]に置き換える。

$$\boxed{D_{eq} = \frac{4A_w}{l_h}} \quad \cdots(4.2.17)$$

環状流路における相当直径 D_{eq} は、次式で表される。

$$\text{(流動基準)} \quad D_{eq} \equiv \frac{4A_w}{l_w} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{2\pi(D_2/2 + D_1/2)} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_2 + D_1} = D_2 - D_1 \quad \cdots(4.2.18)$$

$$\text{(伝熱基準)} \quad D_{eq} \equiv \frac{4A_w}{l_h} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{2\pi(D_1/2)} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1} \quad \cdots(4.2.19)$$



ただし、添え字 1 は内側円管、2 は外側円管。

外管側の伝熱計算に用いる相当直径について、伝熱基準ではなく流動基準の値を採用している成書も多い。いずれの相当直径を採用すればよいかについてはとくに決まりはないが、伝熱基準の場合において境界伝熱係数の推算値が小さくなることから伝熱面積が大きくとれ、設計上の余裕を見込めるので安全である。[文献 5-7]

参考文献

- [1] E.N. Sieder and G.E. Tate; *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 1429-1436(1936)
- [2] H. Hausen; *Verfahrenstechnik, Beih. Z. Ver. Deut. Ing.* 4 (1943) p.91
- [3] G. Towler, R. Sinnott; *Chemical Engineering Design 2nd Ed.*, Butterworth-Heinemann (2012), Chapter 19 Heat-transfer equipment
- [4] 尾花英朗; 熱交換器設計ハンドブック, 工学図書(1974), 8章 凝縮伝熱
- [5] 熱交換器ハンドブック編集委員会編; 熱交換器ハンドブック, 日刊工業新聞社(1965), p.203
- [6] 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978), p.278
- [7] 水科篤郎, 桐栄良三編; 化学工学概論, 産業図書(1979), p.61

問 題

水の物性値：密度 1000 kg/m^3 、粘度 $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、平均比熱容量 $4200 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 、熱伝導度 $0.58 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$
 重力加速度： 9.81 m/s^2

- (1) 1B 鋼管内を飽和水蒸気(スチーム)が流れている。管壁の内側温度が 120°C 、外側温度が 100°C のとき、管長 1 m あたりの熱損失量[W]を求めよ。ただし、鋼管の熱伝導度を $40 \text{ W}/(\text{m}\cdot^\circ\text{C})$ とする。
- (2) 90A 鋼管(熱伝導度 $46.5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$)に2種類の断熱材を巻いている。断熱材の種類は、鋼管に近い側から順に、マグネシア材(厚さ 50 mm 、熱伝導度 $0.058 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$)、コルク材(厚さ 80 mm 、熱伝導度 $0.043 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$)である。鋼管の内面温度が 120°C 、コルク材の外表面温度が 35°C のとき、①管長 1 m あたりの熱損失量[W]、②鋼管とマグネシア材の接触温度 $^\circ\text{C}$]、③マグネシア材とコルク材の接触温度 $^\circ\text{C}$]、をそれぞれ求めよ。
- (3) 単一の 1B 垂直鋼管(管長 2.4 m)に水を 1080 kg/h で流し、鋼管の外側からスチームで管内の水を加熱している。鋼管内側の境膜伝熱係数 $[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})]$ を求めよ。壁面温度に対する粘度の影響は無視できるものとする。管径は、内径と外径の算術平均を用いること。
- (4) 前問において、鋼管外側のスチームは 0.020 kg/s で流れており、外壁表面で膜状凝縮している。鋼管外側の境膜伝熱係数 $[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})]$ を求めよ。鋼管の外壁を覆う凝縮水の密度は 934 kg/m^3 、粘度は $0.215 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ 、熱伝導度は $0.58 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、スチーム密度は 1.50 kg/m^3 である。
- (5) 前問において、総括伝熱係数 $[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})]$ を求めよ。ただし、鋼管の熱伝導度は $20 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、鋼管内側の汚れ係数は $5000 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 、鋼管外側の汚れ係数は $10000 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ である。なお、管径比は 1 に近似する。
- (6) 二重円管の内管に 75°C の温水を毎時 9 m^3 で流し、外管に 5°C の冷水を毎時 12 m^3 で流して、温水を 50°C まで向流冷却する。このとき、①流体間で熱交換される伝熱量 $[\text{kJ/s}]$ 、②冷水の出口温度 $^\circ\text{C}$]、をそれぞれ求めよ。壁面温度に対する粘度の影響は無視できるものとする。管径は、内径と外径の算術平均を用いること。
- (7) 前問において、内管を 80A 鋼管、外管を 90A 鋼管とすると、①内管側の境膜伝熱係数 $[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})]$ 、②外管側の境膜伝熱係数 $[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})]$ 、③総括伝熱係数 $[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})]$ を求めよ。ただし、鋼管の熱伝導度は $20 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ 、内管側と外管側の汚れ係数は $5000 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ である。なお、管径比を 1 に近似する。
- (8) 前問において、①対数平均温度差 $[\text{K}]$ 、②所要伝熱面積 $[\text{m}^2]$ 、③所要管長 $[\text{m}]$ を求めよ。

答(1)24.1 kW,(2)①21.0 W,② 120°C ,③ 80.4°C ,(3)1578 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$,(4)6910 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$,(5)807 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$,(6)①262 kJ/s ,② 23.8°C ,(7)①1387 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$,②5522 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$,③661 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$,(8)①48.0 K,②8.26 m^2 ,③28.8 m

[参考]数値の丸め方

(ア)切り捨てと切り上げの値を比較してより近い値を採用する。

12.31 $\underline{3}$ → (切り捨て)12.31 / (切り上げ)12.32 → (採用)12.31

(イ)(ア)で差が等しい場合は、偶数値を採用する。

12.30 $\underline{5}$ → (切り捨て)12.30 / (切り上げ)12.31 → (採用)12.30

単位換算

1 in (インチ) =2.54 cm

1 ft (フィート) =12 in=0.3048 m

1 lb (ポンド) =0.4536 kg

1 gal (ガロン) =0.004546 m³

1 lb/ft³ (ポンド毎立方フィート) =16.02 kg/m³

1 cP (センチポアズ) =0.0006720 lb/(ft・s)=0.001 Pa・s

1 dyn/cm (ダイン毎センチ) =1 mN/m ※表面張力の単位。dyn は、力の単位。

付表 配管用炭素鋼鋼管(JIS G3452)

呼び径		外径 [mm]	厚さ [mm]
A	B		
6	1/8	10.5	2.0
8	1/4	13.8	2.3
10	3/8	17.3	2.3
15	1/2	21.7	2.8
20	3/4	27.2	2.8
25	1	34.0	3.2
32	1 1/4	42.7	3.5
40	1 1/2	48.6	3.5
50	2	60.5	3.8
65	2 1/2	76.3	4.2
80	3	89.1	4.2
90	3 1/2	101.6	4.2
100	4	114.3	4.5

解 答

(1)1B 鋼管の(内径 D_1)=(外径 D_2)-(厚み l) \times 2=(34.0)-(3.2)(2) = 27.6 mm

$$Q=k[(A_2-A_1)/\ln(A_2/A_1)](T_1-T_2)/l=k[(\pi D_2 L-\pi D_1 L)/\ln(\pi D_2 L/\pi D_1 L)](T_1-T_2)/l=k[\pi(D_2-D_1)L/\ln(D_2/D_1)](T_1-T_2)/l$$

$$Q=(40)[(\pi)(0.0340-0.0276)(1)/\ln(0.0340/0.0276)](120-100)/0.0032=24103 \text{ W}=\boxed{24.1 \text{ kW}}$$

(2)①90A 鋼管の(内径 D_1)=(外径 D_2)-(厚み l_1) \times 2=(101.6)-(4.2)(2) =93.2 mm

$$(A_{lm})_1=(A_2-A_1)/\ln(A_2/A_1)=\pi(D_2-D_1)L/\ln(D_2/D_1)=(\pi)(0.1016-0.0932)(1)/\ln(0.1016/0.0932)=0.3058 \text{ m}^2$$

マグネシア材の(外径 D_3)=0.1016+(0.050)(2)=0.2016 m

$$(A_{lm})_2=(A_3-A_2)/\ln(A_3/A_2)=\pi(D_3-D_2)L/\ln(D_3/D_2)=(\pi)[0.2016-(0.1016)(1)]/\ln(0.2016/0.1016)=0.4585 \text{ m}^2$$

コルク材の(外径 D_4)=0.2016+(0.080)(2)=0.3616 m

$$(A_{lm})_3=(A_4-A_3)/\ln(A_4/A_3)=\pi(D_4-D_3)L/\ln(D_4/D_3)=(\pi)[0.3616-(0.2016)(1)]/\ln(0.3616/0.2016)=0.8603 \text{ m}^2$$

$$Q=(T_1-T_4)/[\{l_1/k_1(A_{lm})_1\}+\{l_2/k_2(A_{lm})_2\}+\{l_3/k_3(A_{lm})_3\}]$$

$$Q=(120-35)/[\{0.0042/(46.5)(0.3058)\}+\{0.050/(0.058)(0.4585)\}+\{0.080/(0.043)(0.8603)\}]=\boxed{21.0 \text{ W}}$$

②マグネシア材とコルク材の式を辺々加えると $Q=(T_2-T_4)/[\{l_2/k_2(A_{lm})_2\}+\{l_3/k_3(A_{lm})_3\}]$

$$T_2=T_4+Q[\{l_2/k_2(A_{lm})_2\}+\{l_3/k_3(A_{lm})_3\}]=35+(21.0)/[\{0.050/(0.058)(0.4585)\}+\{0.080/(0.043)(0.8603)\}]=\boxed{120^\circ\text{C}}$$

③コルク材の式を変形すると $T_3=T_4+Q\{l_3/k_3(A_{lm})_3\}=35+(21.0)\{0.080/(0.043)(0.8603)\}=\boxed{80.4^\circ\text{C}}$

(3)25A 鋼管の(内径 D_i)=(外径 D_o)-(厚み l) \times 2=(34.0)-(3.2)(2) = 27.6 mm

代表管径 $D=(D_i+D_o)/2=(27.6+34.0)/2=30.8 \text{ mm}$

$$G=w/[(\pi/4)D^2]=(1080/3600)/[(\pi/4)(0.0308)^2]=402.65 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$$

$$Re=DG/\mu=(0.0308)(402.65)/0.001=12401(\text{乱流})$$

$$Pr=C_p\mu/k=(4200)(0.001)/(0.58)=7.2413$$

$$Nu=0.023Re^{0.8}Pr^{1/3}\mu/\mu_w^{0.14}=(0.023)(12401)^{0.8}(7.2413)^{1/3}(1)^{0.14}=83.771$$

$$h_i=(Nu)(k/D)=(83.771)(0.58/0.0308)=1577.5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})=\boxed{1578 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}$$

(4) $\Gamma=W_{ci}/(\pi DN)=(0.020)/[(\pi)(0.0308)(1)]=0.20669 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$

$$Re=4\Gamma/\mu_{ci}=(4)(0.20669)/(0.000215)=3845.3(\text{乱流})$$

$$h_o=0.0077Re^{0.4}[\mu_{ci}^2/(k_{ci}^3\rho_{ci}(\rho_{ci}-\rho_v)g)]^{-1/3}=(0.0077)(3845.3)^{0.4}[(0.000215)^2/\{(0.58)^3(934)(934-1.5)(9.81)\}]^{-1/3}$$

$$h_o=6910.1 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})=\boxed{6910 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}$$

(5) $U=1/[(1/h_i)+(1/h_{is})+(l/k)+(1/h_{so})+(1/h_o)]=1/[(1/1577.5)+(1/5000)+(0.0032/20)+(1/10000)+(1/6910.1)]$

$$U=807.34 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})=\boxed{807 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}$$

(6)① $W_h=\rho_h Q_h=(1000)\text{kg}/\text{m}^3(9/3600)\text{m}^3/\text{s}=2.5 \text{ kg}/\text{s}$

$$Q=C_{ph}W_h(T_{h1}-T_{h2})=(4200)\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})(2.5)\text{kg}/\text{s}[(273.15+75)-(273.15+50)]^\text{K}=262500 \text{ J}/\text{s}=\boxed{262 \text{ kJ}/\text{s}}$$

② $W_c=\rho_c Q_c=(1000)\text{kg}/\text{m}^3(12/3600)\text{m}^3/\text{s}=3.3333 \text{ kg}/\text{s}$

$$T_{c1}=Q/(C_{pc}W_c)+T_{c2}=262500/[(4200)(3.3333)]+5=23.750^\circ\text{C}=\boxed{23.8^\circ\text{C}}$$

(7)①80A 鋼管の(内径 D_i)=(外径 D_o)-(厚み l) \times 2=(89.1)-(4.2)(2)=80.7 mm

80A 鋼管の代表管径 $D_{80}=(D_i+D_o)/2=(80.7+89.1)/2=84.9 \text{ mm}$

80A 鋼管の断面積 $S=\pi(D_{80}/2)^2=\pi(0.0849/2)^2=5.6611 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

平均流速 $\bar{u}=Q_h/S=(9/3600)\text{m}^3/\text{s}/(5.6611 \times 10^{-3})=0.44161 \text{ m}/\text{s}$

$$Re=D_{80}\bar{u}\rho/\mu=(0.0849)(0.44161)(1000)/0.001=37492(\text{乱流})$$

$$Pr=C_p\mu/k=(4200)(0.001)/(0.58)=7.2413$$

$$Nu=0.023Re^{0.8}Pr^{1/3}\mu/\mu_w^{0.14}=(0.023)(37492)^{0.8}(7.2413)^{1/3}(1)^{0.14}=202.99$$

$$h_2=(Nu)(k/D_{80})=(202.99)(0.58/0.0849)=1386.7 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}) \doteq \boxed{1387 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})}$$

$$\textcircled{2}80\text{A 鋼管の代表管径 } D_{80}=84.9 \text{ mm}$$

$$90\text{A 鋼管の(内径 } D_i)=(\text{外径 } D_o)-(\text{厚み } l)\times 2=(101.6)-(4.2)(2)=93.2 \text{ mm}$$

$$90\text{A 鋼管の代表管径 } D_{90}=(D_i+D_o)/2=(93.2+101.6)/2=97.4 \text{ mm}$$

$$\text{流路断面積 } A_w=\pi[(D_{90}/2)^2-(D_{80}/2)^2]=\pi[(0.0974/2)^2-(0.0849/2)^2]=1.7897\times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{平均流速 } \bar{u}=Q_c/A=(12/3600)\text{m}^3/\text{s}/(1.7897\times 10^{-3})\text{m}^2=1.8625 \text{ m/s}$$

$$\text{伝熱基準の相当直径 } D_{eq}=4A_w/l_h=4\pi[(D_{90}/2)^2-(D_{80}/2)^2]/(\pi D_{80})=(D_{90}^2-D_{80}^2)/D_{80}=[(97.4)^2-(84.9)^2]/84.9$$

$$D_{eq}=26.840 \text{ mm}$$

$$Re=D_{eq}\bar{u}\rho/\mu=(0.026840)(1.8625)(1000)/(0.001)=49989(\text{乱流})$$

$$Pr=C_p\mu/k=(4200)(0.001)/(0.58)=7.2413$$

$$Nu=0.023Re^{0.8}Pr^{1/3}\mu/\mu_w^{0.14}=(0.023)(49989)^{0.8}(7.2413)^{1/3}(1)^{0.14}=255.52$$

$$h_1=(Nu)(k/D_{eq})=(255.52)(0.58/0.026840)=5521.6 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}) \doteq \boxed{5522 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})}$$

$$\textcircled{3}U=1/(1/h_1+1/h_{s1}+l_w/k_w+1/h_{s2}+1/h_2)=1/[(1/5521.6)+(1/5000)+(0.0042/20)+(1/5000)+(1/1386.7)]$$

$$U=661.26 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}) \doteq \boxed{661 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})}$$

$$(8)\textcircled{1}\Delta T_1=T_{h1}-T_{c1}=(273.15+75)-(273.15+23.750)=51.25 \text{ K}$$

$$\Delta T_2=T_{h2}-T_{c2}=(273.15+50)-(273.15+5)=45 \text{ K}$$

$$\Delta T_{lm}=(\Delta T_1-\Delta T_2)/\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)=(51.25-45)/\ln(51.25/45)=48.057 \text{ K} \doteq \boxed{48.0 \text{ K}}$$

$$\textcircled{2}A=Q/(U\Delta T_{lm})=262500/[(661.26)(48.057)]=8.2603 \text{ m}^2 \doteq \boxed{8.26 \text{ m}^2}$$

$$\textcircled{3}D_{av}=(D_{80}+D_{90})/2=(84.9+97.4)/2=91.15 \text{ mm}$$

$$L=A/(\pi D_{av})=8.2603/(0.09115\pi)=28.846 \text{ m} \doteq \boxed{28.8 \text{ m}}$$