

攪拌槽内伝熱

1. 対流伝熱

1. 1 熱伝達

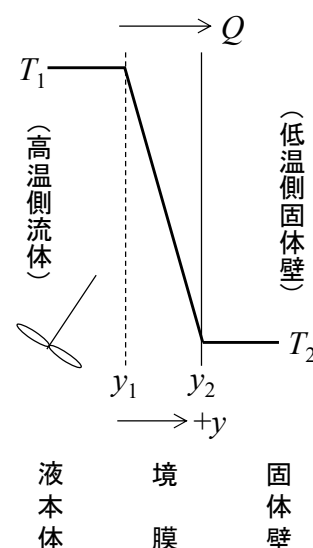
流体塊の移動とともに熱が輸送される伝熱機構を**対流伝熱(heat convection)**という。たとえば、流体と固体壁の間に温度差があると、両者の間で密度差が生じて、流体の移動が自然に起こる。これを**自然対流**という。工業的には、攪拌などによって流体の移動を強制的に行わせる**強制対流**が重要となる。流体-固体間での伝熱をとくに**熱伝達**という。流体本体側では、流体の混合が良好であり、熱が迅速かつ均一に伝わることから、定常条件下では温度分布は存在せず、温度一定とみなすことができる。一方、固体壁近傍では、流体の流れに乱れが無く、層流状態にあることから、伝導伝熱にしたがって熱が伝わる。対流伝熱抵抗のすべてを伝導伝熱の抵抗に集約した仮想的な領域を**境膜(film)**という。流体-固体間の実際の温度変化は曲線的だが、境膜の概念を用いると温度変化を近似的に直線で表せるため、取り扱いが容易になる。流体温度を T_1 [K] で一定、固体壁温度を T_2 [K] で一定とするととき ($T_1 > T_2$)、境膜内の伝熱速度 Q [W] は、次式で表される。

$$Q = hA(T_1 - T_2) \quad \cdots(1.1.1)$$

ただし、 h は**境膜伝熱係数**[W/(m²·K)]であり、伝導伝熱式の k/l に相当する。なお、材質厚み l に相当する境膜厚み δ [m] が不明であることから、ここでは k/δ をひとまとめにして h と置いている。

1. 2 熱貫流

円管や円筒槽の内側と外側を温度の異なる流体が流れているとき、熱は固体壁の肉厚部分とその両側の境膜を通じて伝わる。このような伝熱機構を**熱貫流**あるいは**熱通過**という。熱交換器の伝熱管や攪拌槽のジャケットを介した熱交換操作で見られる。



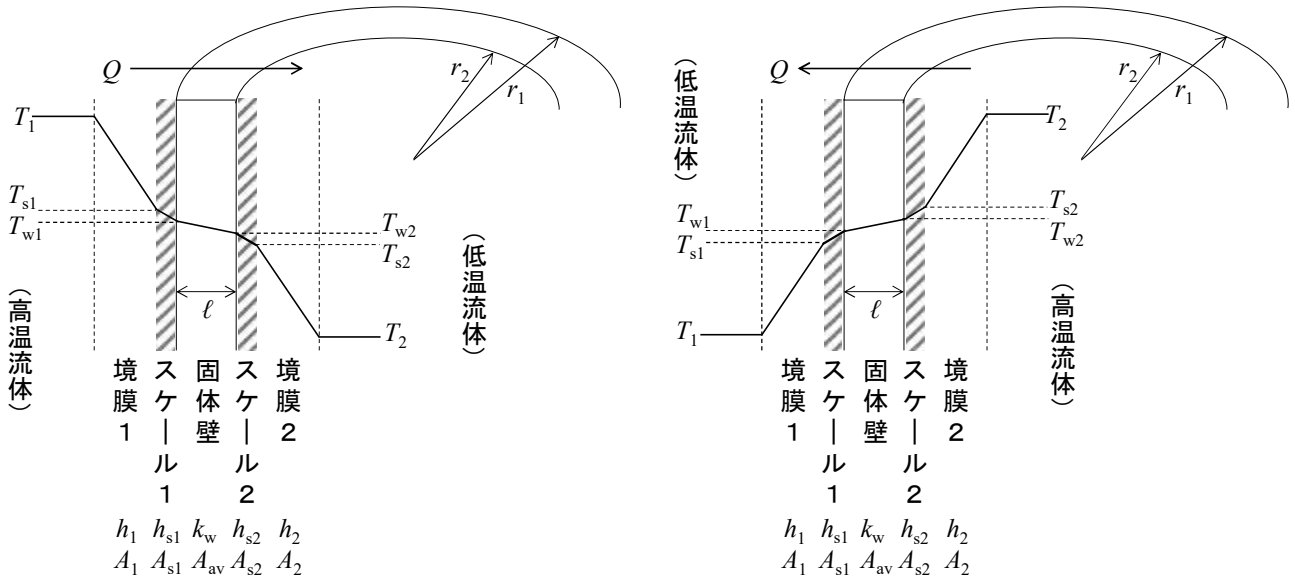


図 1.2.1 固体壁周りの温度分布

固体壁周りの各部位における温度差は、対流伝熱速度 Q [W]を用いて次のように表される($T_1 > T_2$)。

$$\text{(境界膜 1)} \quad T_1 - T_{s1} = \frac{Q}{h_1 A_1} \quad \cdots(1.2.1)$$

$$\text{(スケール 1)} \quad T_{s1} - T_{w1} = \frac{Q}{h_{s1} A_{s1}} \quad \cdots(1.2.2)$$

$$\text{(固体壁)} \quad T_{w1} - T_{w2} = \frac{Q}{(k_w / \ell_w) A_{av}} \quad \cdots(1.2.3)$$

$$\text{(スケール 2)} \quad T_{w2} - T_{s2} = \frac{Q}{h_{s2} A_{s2}} \quad \cdots(1.2.4)$$

$$\text{(境界膜 2)} \quad T_{s2} - T_2 = \frac{Q}{h_2 A_2} \quad \cdots(1.2.5)$$

ただし、 h は境界膜伝熱係数[W/(m²·K)]、 h_s は汚れ係数[W/(m²·K)]、 k_w は固体壁の熱伝導度[W/(m·K)]、 ℓ_w は固体壁の厚み[m]、 A は伝熱面積[m²]、添え字 s はスケール、av と w は固体壁。

上式を辺々加えると、基準 1 の総括伝熱係数 U_1 [W/(m²·K)]が導かれる。

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A_1} + \frac{1}{h_{s1} A_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w A_{av}} + \frac{1}{h_{s2} A_{s2}} + \frac{1}{h_2 A_2}} \quad \cdots(1.2.6)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} \left(\frac{A_1}{A_{s1}} \right) + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{A_1}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} \left(\frac{A_1}{A_{s2}} \right) + \frac{1}{h_2} \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \right]} \quad [\Delta T \equiv T_1 - T_2] \quad \cdots(1.2.7)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{A_1}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \right]} \quad [A_1/A_{s1} \approx 1, A_1/A_{s2} \approx 1] \quad \cdots(1.2.8)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{\pi D_1 L}{\pi D_{av} L} \right) + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \left(\frac{\pi D_1 L}{\pi D_2 L} \right) \right]} \quad [A = \pi DL] \quad \cdots(1.2.9)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_1} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{D_1}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \left(\frac{D_1}{D_2} \right) \right]} \quad \cdots(1.2.10)$$

$$Q = U_1 A_1 \Delta T \quad \cdots(1.2.11)$$

$$\frac{1}{U_1} \equiv \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{D_1}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \left(\frac{D_1}{D_2} \right) \quad \left[D_{av} \equiv \frac{D_1 + D_2}{2} \right] \quad \cdots(1.2.12)$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \quad [U = U_1, D_1/D_{av} \approx 1, D_1/D_2 \approx 1] \quad \cdots(1.2.13)$$

同様にして、基準2の総括伝熱係数 U_2 [W/(m²·K)]が導かれる。

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A_1} + \frac{1}{h_{s1} A_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w A_{av}} + \frac{1}{h_{s2} A_{s2}} + \frac{1}{h_2 A_2}} \quad \cdots(1.2.14)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} \left(\frac{A_2}{A_{s2}} \right) + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{A_2}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} \left(\frac{A_2}{A_{s1}} \right) + \frac{1}{h_1} \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \right]} \quad [\Delta T \equiv T_1 - T_2] \quad \cdots(1.2.15)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{A_2}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{h_1} \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \right]} \quad [A_2/A_{s2} \approx 1, A_2/A_{s1} \approx 1] \quad \cdots(1.2.16)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{\pi D_2 L}{\pi D_{av} L} \right) + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{h_1} \left(\frac{\pi D_2 L}{\pi D_1 L} \right) \right]} \quad [A = \pi DL] \quad \cdots(1.2.17)$$

$$Q = \frac{\Delta T}{\frac{1}{A_2} \left[\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{D_2}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{h_1} \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \right]} \quad \cdots(1.2.18)$$

$$Q = U_2 A_2 \Delta T \quad \cdots(1.2.19)$$

$$\frac{1}{U_2} \equiv \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell_w}{k_w} \left(\frac{D_2}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{1}{h_1} \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \quad \left[D_{av} \equiv \frac{D_1 + D_2}{2} \right] \quad \cdots(1.2.20)$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \quad [U = U_2, D_2/D_{av} \approx 1, D_2/D_1 \approx 1] \quad \cdots(1.2.21)$$

1. 3 境膜伝熱係数

境膜伝熱係数 h は、流動状態(u)、流体特性(ρ, μ, C_p, k)、伝熱面形状(D, L)などの影響を受ける。工学的には、これらの影響因子を無次元化した関係式を導いてこれを推算式の基本構造とし、式中のべき乗や

比例定数などの定数項を実験によって求める。次元解析を用いて推算式の基本構造を導く。
伝熱係数(h)、流動状態(u)、流体特性(ρ, μ, C_p, k)、伝熱面形状(D, L)の関係は、次式で表される。

$$h = KC_p^a k^b \mu^c \rho^d D^e L^f u^g \quad \cdots(1.3.1)$$

ただし、 K は定数[-]、 C_p は流体の平均比熱容量[J/(kg·K)]、 k は流体の熱伝導度[W/(m·K)]、 μ は流体粘度[Pa·s]、 ρ は流体密度[kg/m³]、 D は代表径(管径、槽径、粒径)[m]、 L は代表長さ(管長、装置長)[m]、 u は流速[m/s]。

与式の単位を M(質量)、L(長さ)、T(時間)、 Θ (温度)の次元に置き換える。

$$h \text{ [W/(m}^2\cdot\text{K)]} = \text{[(J/s)/(m}^2\cdot\text{K)]} = \text{[(N}\cdot\text{m)/s]/(m}^2\cdot\text{K)} = \text{[(kg}\cdot\text{m/s}^2)\cdot\text{m/s]/(m}^2\cdot\text{K)} = \text{[kg}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}] = \text{[MT}^{-3}\Theta^{-1}] \quad \cdots(1.3.2)$$

$$C_p^a \text{ [J/kg}\cdot\text{K]} = \text{[N}\cdot\text{m/(kg}\cdot\text{K)}] = \text{[(kg}\cdot\text{m/s}^2)\cdot\text{m/(kg}\cdot\text{K)}] = \text{[m}^2\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}]^a = \text{[L}^2\text{T}^{-2}\Theta^{-1}]^a \quad \cdots(1.3.3)$$

$$k^b \text{ [W/(m}\cdot\text{K)]} = \text{[(J/s)/(m}\cdot\text{K)]} = \text{[(N}\cdot\text{m)/s]/(m}\cdot\text{K)} = \text{[(kg}\cdot\text{m/s}^2)\cdot\text{m/s]/(m}\cdot\text{K)} = \text{[kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}]^b = \text{[MLT}^{-3}\Theta^{-1}]^b \quad \cdots(1.3.4)$$

$$\mu^c \text{ [Pa}\cdot\text{s]} = \text{[(N/m}^2)\cdot\text{s]} = \text{[(kg}\cdot\text{m/s}^2)/\text{m}^2]\cdot\text{s} = \text{[kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]^c = \text{[ML}^{-1}\text{T}^{-1}]^c \quad \cdots(1.3.5)$$

$$\rho^d \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]^d = \text{[ML}^{-3}]^d \quad \cdots(1.3.6)$$

$$D^e \text{ [m]}^e = \text{[L]}^e \quad \cdots(1.3.7)$$

$$L^f \text{ [m]}^f = \text{[L]}^f \quad \cdots(1.3.8)$$

$$u^g \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}]^g = \text{[LT}^{-1}]^g \quad \cdots(1.3.9)$$

質量(M)の項について両辺を比較する。

$$1 = b + c + d \quad \cdots(1.3.10)$$

長さ(L)の項について両辺を比較する。

$$0 = 2a + b - c - 3d + e + f + g \quad \cdots(1.3.11)$$

時間(T)の項について両辺を比較する。

$$-3 = -2a - 3b - c - g \quad \cdots(1.3.12)$$

温度(Θ)の項について両辺を比較する。

$$-1 = -a - b \quad \cdots(1.3.13)$$

全因子数($a \sim f$ の6個)から数式の数(上の4式)を引いた因子数(6-4=2個)を定数とみなして固定する。 a, d, f を定数とみなすと、残りの b, c, e, g は、次式のように導かれる。

b は、温度(Θ)の式より導く。

$$b = 1 - a \quad \cdots(1.3.14)$$

c は、質量(M)の式より導く。

$$c = 1 - b - d = 1 - (1 - a) - d = a - d \quad \cdots(1.3.15)$$

g は、時間(T)の式より導く。

$$g = -2a - 3b - c + 3 = -2a - 3(1 - a) - (a - d) + 3 = d \quad \cdots(1.3.16)$$

e は、長さ(L)の式より導く。

$$e = -2a - b + c + 3d - f - g = -2a - (1 - a) + (a - d) + 3d - f - d = -1 + d - f \quad \cdots(1.3.17)$$

与式に代入して各項のべき乗を整理する。

$$h = KC_p^a k^{1-a} \mu^{a-d} \rho^d D^{-1+d-f} L^f u^d \quad \cdots(1.3.18)$$

$$h = K(C_p^a \mu^a k^{-a}) (\mu^{-d} \rho^d D^d u^d) (D^{-f} L^f) (k D^{-1}) \quad \cdots(1.3.19)$$

$$\frac{hD}{k} = K \left(\frac{Du\rho}{\mu} \right)^\alpha \left(\frac{C_p\mu}{k} \right)^\beta \left(\frac{L}{D} \right)^\gamma \quad \cdots(1.3.20)$$

$$Nu = KRe^\alpha Pr^\beta \left(\frac{L}{D} \right)^\gamma \quad \cdots(1.3.21)$$

Nu はヌッセルト数であり、工学的には、①対流伝熱速度と伝導伝熱速度の比(相対的な伝熱速度)、②代表長さ(管径や装置長)と温度境膜厚みの比(相対的な代表長さ)、を表す。

$$\frac{\text{対流伝熱速度}}{\text{伝導伝熱速度}} = \frac{q_{\text{conv}}}{k(T_i - T)/L} = \left(\frac{q_{\text{conv}}}{T_i - T} \right) \frac{L}{k} = \frac{hL}{k} = Nu \quad \cdots(1.3.22)$$

$$\frac{\text{代表長さ}}{\text{温度境膜厚み}} = \frac{L}{\delta_h} = \frac{L}{k/h} = \frac{hL}{k} = Nu \quad \cdots(1.3.23)$$

Pr はプラントル数であり、工学的には、①運動量の輸送能力と熱の輸送能力の比、②速度境界層厚みと温度境界層厚みの比、を表す。運動量の輸送能力は動粘度 $\nu(=\mu/\rho)[\text{m}^2/\text{s}]$ 、熱の輸送能力は熱拡散率 $\alpha(=k/\rho C_p)[\text{m}^2/\text{s}]$ で表される。

$$\frac{\text{運動量の輸送能力}}{\text{熱の輸送能力}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu/\rho}{k/\rho C_p} = \frac{C_p\mu}{k} = Pr \quad \cdots(1.3.24)$$

動粘度 ν は、流体内部で発生する応力の伝わりやすさを表す。値が大きいかほど遠くの静止流体をいち早く動かすことができる(運動量がいち早く拡散してゆき、遠くの流体にいち早く作用する)。粘度 μ は、発生する応力の大きさを表す。

2. 攪拌液側境膜伝熱係数

攪拌液側の境膜伝熱係数に関する一般的な推算式は、次式で表される。

$$\frac{hD_T}{k} = K \left(\frac{\rho n d^2}{\mu} \right)^\alpha \left(\frac{C_p\mu}{k} \right)^\beta \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^\gamma f \quad \cdots(2.1)$$

$$Nu = KRe^\alpha Pr^\beta \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^\gamma f \quad \cdots(2.2)$$

ただし、 h は攪拌液側の境膜伝熱係数 $[\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$ (ジャケットの場合は $h=h_2$ 、コイルの場合は $h=h_1$)、 d は翼径 $[\text{m}]$ 、 D_T は槽径 $[\text{m}]$ 、 n は攪拌回転数 $[\text{1}/\text{s}]$ 、 C_p は攪拌液の比熱容量 $[\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})]$ 、 k は攪拌液の熱伝導度 $[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$ 、 ρ は攪拌液密度 $[\text{kg}/\text{m}^3]$ 、 μ は攪拌液粘度 $[\text{Pa} \cdot \text{s}]$ 、 μ_w は槽壁温度における攪拌液粘度 $[\text{Pa} \cdot \text{s}]$ 、 f は装置形状に関する因子。

表 2.1 攪拌槽伝熱式の定数項[文献 1-7]

攪拌翼	伝熱面	邪魔板	攪拌 Re	K	α	β	γ	f
パドル	ジャケット	無・有	$20 < Re < 4000$	0.415	2/3	1/3	0.14	1
			$4000 < Re$	0.36	2/3	1/3	0.14	1
	コイル	(不明)		0.87	0.62	1/3	0.14	1

タービン	ジャケット	無・有	$Re < 400$	0.54	2/3	1/3	0.14	1
		有	$400 < Re$	0.74	2/3	1/3	0.14	1
	$2000 < Re$		1.10	0.62	1/3	0.14	1	
	コイル	(不明)		1.50	2/3	1/3	0.14	1
プロペラ	ジャケット	無		0.37	2/3	1/3	0.14	1
		有	$5000 < Re$	0.64	2/3	1/3	0.14	1
	コイル	(不明)		0.83	2/3	1/3	0.14	1
アンカー	ジャケット	無	$30 < Re < 300$	1.0	2/3	1/3	0.14	1
			$300 < Re < 4000$	0.38	2/3	1/3	0.14	1
			$4000 < Re$	0.55	2/3	1/4	0.14	1

永田らは、種々の攪拌槽形状を含む推算式を次式で整理している。【文献 6, 8】

$$\frac{hD_T}{k} = \alpha \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(\frac{\rho n d^2}{\mu} \right)^{\beta_1} \left(\frac{d}{D_T} \right)^{\beta_2} \left(\frac{\sum C_N}{NH} \right)^{\beta_3} \left(\frac{\sum b_N}{D_T} \right)^{\beta_4} (n_p)^{\beta_5} (\sin \theta)^{\beta_6} \left(\frac{H}{D_T} \right)^{\beta_7} \quad \dots(2.3)$$

ただし、 h は攪拌液側の境膜伝熱係数[W/(m²・K)](ジャケットの場合は $h=h_2$ 、コイルの場合は $h=h_1$)、 N は翼段数[-](原報では記号 i)、 $\sum b_N$ は攪拌翼 N 段分の翼幅の総和[m](原報では記号 $\sum b_i$)、 $\sum C_N$ は攪拌翼 N 段分の取付け高さの総和[m](原報では記号 $\sum C_i$)、 n_p は羽根枚数[-]、 d は翼径[m]、 D_T は槽径[m]、 H は液深[m]、 n は攪拌回転数[1/s]、 C_p は攪拌液の比熱容量[J/(kg・K)]、 k は攪拌液の熱伝導度[W/(m・K)]、 ρ は攪拌液密度[kg/m³]、 μ は攪拌液粘度[Pa・s]、 μ_w は槽壁温度における攪拌液粘度[Pa・s]、 θ は攪拌羽根の傾斜角[rad]、 α および $\beta_1 \sim 7$ は定数[-]。

右辺第1～3項が流体に関する因子、第4項(d/D_T)以降が攪拌槽形状に関する因子である。上式の定数項を下表に整理する。

表 2.2 攪拌槽伝熱に関する永田式の定数項【文献 6-8】

攪拌翼	伝熱方式	邪魔板	コイル類	α	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	備考	
パドル 傾斜パドル タービン	ジャケット	なし	あり	0.54	2/3	-0.25	0.15	0.15	0.15	0.5	0	$Re > 100$	
			なし	0.51	2/3	-0.25	0.15	0.15	0.15	0.5	0		
		あり	あり、なし 共通	1.40	2/3	-0.3	0.2	0.45	0.2	0.5	-0.6	$Re > 100$	
	コイル	なし	なし	翼はコイル 内側に設置	0.825	0.56	-0.25	0	0.15	0.15	0	-0.3	① H/D_T 項を d_w/D_T に変更 ② $Re > 100$
				翼はコイル 下側に設置	1.05	0.62	-0.25		0.15	0.15	0	1.0	① H/D_T 項を D_w/D_T に変更 ② $Re > 100$
		あり	翼の設置箇 所関係なし	2.68	0.56	-0.3	0.15	0.3	0.2	0.5	-0.5	$Re > 100$	
プロペラ	ジャケット	-	-	0.33	2/3	-0.25	0.15					$\sum C/iH$ 項を C/Z に変更	
	コイル	-	-	1.31	0.56	-0.25	0.15						

※定数項の空欄部は、その項自体が推算式から省かれていることを表す。

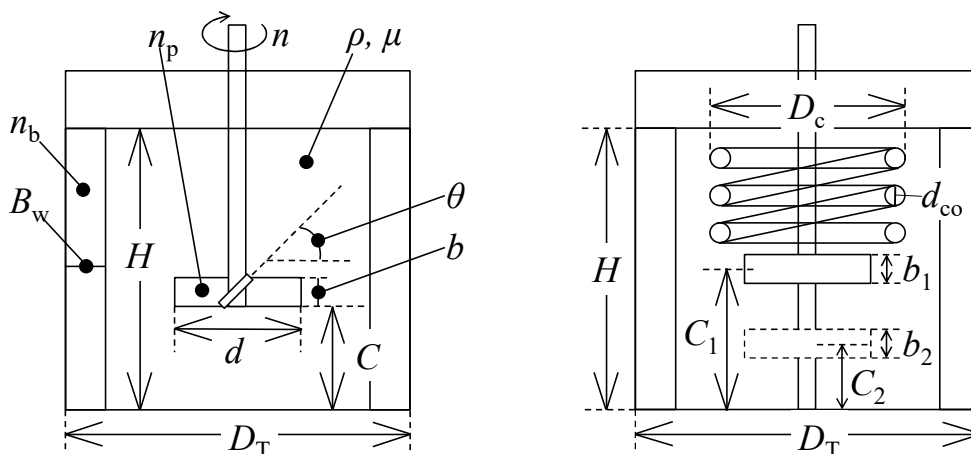


図 2.1 攪拌槽の形状因子

3. 伝熱媒体側境膜伝熱係数

3. 1 相変化が起こらない場合

3.1.1 平板ジャケットの場合

平板ジャケットの場合の推算式は、次式で与えられる。[文献 5]

$$(Re > 10000) \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(1 + 3.5 \frac{D_{eq}}{D_2} \right) \left[D_{eq} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1} \right] \quad \dots(3.1.1.1)$$

$$(Re < 10000) \quad Nu = 1.02 Re^{0.45} Pr^{1/3} \left(\frac{D_{eq}}{L_j} \right)^{0.4} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^{0.8} Gr^{0.05} \left[D_{eq} = D_2 - D_1 \right] \quad \dots(3.1.1.2)$$

$$\left[Nu \equiv \frac{h_1 D_{eq}}{k_h}, Re \equiv \frac{D_{eq} u_{hj} \rho_h}{\mu_h}, Pr \equiv \frac{C_{ph} \mu_h}{k}, Gr \equiv \frac{L_j^3 \rho_h^2 g \beta \Delta T_{lm}}{\mu_h^2} \right]$$

ただし、 D_{eq} は相当直径[m]、 D_1 はジャケット内径[m]、 D_2 はジャケット外径[m]、 h_1 は伝熱媒体側の境膜伝熱係数[W/(m²・K)]、 L_j はジャケット長[m](液深 H に等しい)、 u_{hj} はジャケット内を流れる伝熱媒体の流速[m/s]、 β は伝熱媒体の体積膨張率[1/K]、 ΔT_{lm} は伝熱媒体温度 T_1 と槽壁外面温度 T_{w1} の対数平均温度差[K]、 μ は液粘度[Pa・s]、添え字 h は伝熱媒体、w は固体壁。

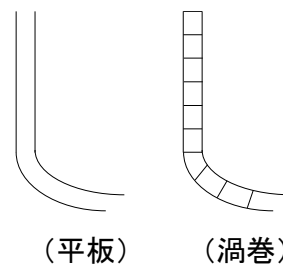
ジャケット内径 D_1 と外径 D_2 [m] は、次式で表される。

$$D_1 = D_T + 2t_T \quad \dots(3.1.1.3)$$

$$D_2 = D_1 + 2\Delta X_j \quad \dots(3.1.1.4)$$

ただし、 t_T は槽壁厚み[m]、 ΔX_j はジャケット間隔[m]。

ジャケット内の流路は、直円管ではないため、相当直径に換算したものを計算に用いる。相当直径 D_{eq}



(平板)

(渦巻)

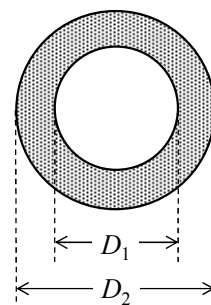
[m]は、流体と接している壁面周囲の長さ、すなわちぬれ辺長 l_w [m]と流路断面積 A_w [m²]の比で表される動水半径 r_H [m]の4倍で定義される。

$$D_{eq} = 4r_H \quad \cdots(3.1.1.5)$$

$$D_{eq} = \frac{4A_w}{l_w} \quad \cdots(3.1.1.6)$$

伝熱基準の場合は、ぬれ辺長 l_w を伝熱辺長 l_h [m]に置き換える。

$$D_{eq} = \frac{4A_w}{l_h} \quad \cdots(3.1.1.7)$$



平板ジャケット内の流路形状を環状とみなすときの相当直径 D_{eq} は、次式で表される。

$$\text{(流動基準)} \quad D_{eq} \equiv \frac{4A_w}{l_w} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{2\pi(D_2/2 + D_1/2)} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_2 + D_1} = D_2 - D_1 \quad \cdots(3.1.1.8)$$

$$\text{(伝熱基準)} \quad D_{eq} \equiv \frac{4A_w}{l_h} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{2\pi(D_1/2)} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1} \quad \cdots(3.1.1.9)$$

いずれの相当直径を採用すればよいかについてはとくに決まりはないが、指定がある場合はその基準を用いる。なお、伝熱基準において境膜伝熱係数の推算値が小さくなることから伝熱面積が大きくとれ、設計上の余裕を見込めるので安全である。**[文献 9-11]**

ジャケット内を流れる伝熱媒体の流速 u_{hj} [m/s]は、次式で表される。

$$u_{hj} = \frac{W_{hj}}{\rho_h A_w} \left[A_w = (D_2/2)^2 - (D_1/2)^2 \right] \quad \cdots(3.1.1.10)$$

ただし、 W_{hj} はジャケット内を流れる伝熱媒体の質量流量[kg/s]、 ρ_h は伝熱媒体の液密度[kg/m³]。

グラスホッフ数 Gr の対数平均温度差 ΔT_{lm} は、次式で求める。

$$\text{(加熱時)} \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T_{10,av} - T_{w1}) - (T_{1f,av} - T_{w1})}{\ln[(T_{10,av} - T_{w1}) / (T_{1f,av} - T_{w1})]} \quad \cdots(3.1.1.11)$$

$$\text{(冷却時)} \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T_{w1} - T_{10,av}) - (T_{w1} - T_{1f,av})}{\ln[(T_{w1} - T_{10,av}) / (T_{w1} - T_{1f,av})]} \quad \cdots(3.1.1.12)$$

$$\left[T_{10,av} \equiv \frac{T_{in} + T_{out,0}}{2}, T_{1f,av} \equiv \frac{T_{in} + T_{out,f}}{2} \right]$$

ただし、 ΔT は装置出入口における伝熱媒体の平均温度変化(定数扱い)[K]。

槽壁外面温度 T_{w1} は、次の熱収支式より求める。

$$\text{(加熱時)} \quad U(T_{1,av} - T_{w1}) = h'(T_{w1} - T_{2,av}) \quad \cdots(3.1.1.13)$$

$$\text{(冷却時)} \quad U(T_{w1} - T_{1,av}) = h'(T_{2,av} - T_{w1}) \quad \cdots(3.1.1.14)$$

$$\left[T_{1,av} = \frac{T_{10,av} + T_{1f,av}}{2}, T_{2,av} = \frac{T_0 + T_f}{2}, \frac{1}{h'} = \frac{l_w}{k_w} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \right]$$

ただし、添え字 1 は伝熱媒体側、2 は攪拌液側、in は入口側、out は出口側、0 は初期、f は最終、av は算術平均。総括伝熱係数 U [W/(m²·K)]は、さしあたり適当な値を仮定しておく。 U の計算値 ($1/U = 1/h_1 + 1/h_{s1} + l_w/k_w + 1/h_{s2} + 1/h_2$)とここでの仮定値が一致するまで仮定と計算を試行錯誤的に繰り返す。適当な U 値が与えられている場合は、その値を仮定値として用いる。

3.1.2 渦巻ジャケットの場合

ジャケット内側の壁面に円盤状の邪魔板が複数枚取り付けられており、伝熱媒体の流路断面積が絞られている。このため、ジャケット流体の線速が大きくなり、境膜伝熱係数を大きく取れる。コイル管内伝熱の相関式を用いる。

$$(Re > 10000) \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(1 + 3.5 \frac{D_{eq}}{D_2} \right) \quad \cdots (3.1.2.1)$$

$$(Re < 10000) \quad Nu = 1.86 Re^{1/3} Pr^{1/3} \left(\frac{D_{eq}}{L_{sj}} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \cdots (3.1.2.2)$$

$$\left[Nu \equiv \frac{h_i D_{eq}}{k_h}, Re \equiv \frac{D_{eq} u_{hsj} \rho_h}{\mu_h}, Pr \equiv \frac{C_{ph} \mu_h}{k_h}, \frac{1}{D_{eq}} \equiv \frac{1}{D_2 - D_1} + \frac{1}{2p_{sj}} \right]$$

ただし、 u_{hsj} は渦巻ジャケット内流速[m/s]、 L_{sj} はジャケット流路長[m]。

渦巻ジャケットの相当直径 D_{eq} は、矩形流路に対して用いる(流路断面の形状が矩形)。[文献 12, 13]

$$\frac{1}{D_{eq}} = \frac{l_w}{4A_w} = \frac{2[p_{sj} + (D_2 - D_1)/2]}{4[p_{sj}(D_2 - D_1)/2]} = \frac{2p_{sj} + (D_2 - D_1)}{2p_{sj}(D_2 - D_1)} = \frac{1}{D_2 - D_1} + \frac{1}{2p_{sj}} \quad \cdots (3.1.2.3)$$

$$[D_1 \equiv D_T + 2t_T, D_2 \equiv D_1 + 2\Delta X_j]$$

ただし、 D_2 はジャケット外径[m]、 D_1 はジャケット内径[m]、 p_{sj} は渦巻ジャケットの邪魔板間隔[m]、 t_T は槽壁厚み[m]、 ΔX_j はジャケット間隔[m]。

渦巻ジャケット内流速 u_{hsj} [m/s] は、次式で表される。

$$u_{hsj} = \frac{W_{hsj,eff}}{\rho_h A_w} \quad [A_w = p_{sj}(D_2 - D_1)/2] \quad \cdots (3.1.2.4)$$

ただし、 $W_{hsj,eff}$ は渦巻邪魔板の間隔を流れる伝熱媒体の有効質量流量[kg/s]であり、ジャケット内流体の全質量流量 W_{hsj} [kg/s] の 0.6 倍をとる。[文献 12]

ジャケット流路長 L_{sj} は、コイル長の式を用いる。[文献 14]

$$L_{sj} = \frac{A_j}{\pi D_{eq}} \quad \cdots (3.1.2.5)$$

ただし、 A_j はジャケットの伝熱面積[m²]。

3.1.3 コイルの場合

直円管対流伝熱の式を用いる。乱流の場合は、流路の曲率を考慮した補正係数を乗じる。

$$(Re > 10000) \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(1 + 3.5 \frac{d_{ci}}{D_c} \right) \quad \cdots (3.1.3.1) \quad \text{[文献 15, 16]}$$

$$(Re < 2100) \quad Nu = 1.86 Re^{1/3} Pr^{1/3} \left(\frac{d_{ci}}{L_c} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \cdots (3.1.3.2) \quad \text{[文献 16]}$$

$$(2100 < Re < 10000) \quad Nu = 0.116(Re^{2/3} - 125)Pr^{1/3} \left[1 + \left(\frac{d_{ci}}{L_c} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \cdots(3.1.3.3) \quad \text{[文献 17]}$$

$$\left[Nu \equiv \frac{h_2 d_{ci}}{k_h}, Re \equiv \frac{d_{ci} u_{hc} \rho_h}{\mu_h}, Pr \equiv \frac{C_{ph} \mu_h}{k_h} \right]$$

ただし、 C_p は平均比熱容量[J/(kg・K)]、 d_{ci} はコイル管内径[m]、 D_c はコイル中心径[m]、 g は重力加速度[m/s²]、 h_2 は伝熱媒体側(コイル管内)の境膜伝熱係数[W/(m²・K)]、 k は熱伝導度[W/(m・K)]、 L_c はコイル管長[m]、 u_{hc} はコイル管内を流れる伝熱媒体の平均流速[m/s]、 μ は液粘度[Pa・s]、添え字 h は伝熱媒体、w は固体壁。

3. 2 相変化が起こる場合

単一飽和蒸気の膜状凝縮伝熱式を用いる。熱媒にスチームを用いる場合は、飽和状態の凝縮水が伝熱面の外側または内側に膜状に濡らして熱を伝えるものとする。

凝縮液膜のレイノルズ数 Re_f は、次式で表される。

$$Re_f = \frac{D_{eq}(W_{cl}/A_w)}{\mu_{cl}} \quad \cdots(3.2.1)$$

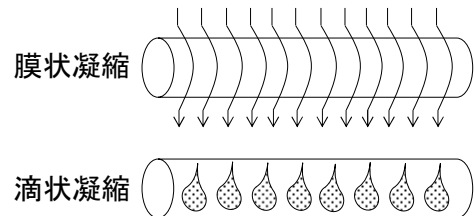
$$Re_f = \frac{(4A_w/l_w)(W_{cl}/A_w)}{\mu_{cl}} \quad \left[D_{eq} \equiv \frac{4A_w}{l_w} \right] \quad \cdots(3.2.2)$$

$$Re_f = \frac{4W_{cl}/l_w}{\mu_{cl}} \quad \cdots(3.2.3)$$

$$Re_f = \frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \quad \left[\Gamma \equiv \frac{W_{cl}}{l_w} \right] \quad \cdots(3.2.4)$$

$$\text{(ジャケット)} \quad \Gamma = \frac{W_{cl}}{\pi(D_T + 2t_T)} \quad \cdots(3.2.5)$$

$$\text{(コイル)} \quad \Gamma = \frac{W_{cl}}{L_c} \quad \cdots(3.2.6)$$



ただし、 D_T は槽径(槽内径)[m]、 t_T は槽壁厚み[m]、 L_c はコイル管長[m]、 W_{cl} は凝縮量[kg/s]、 Γ (ガンマ)はぬれ辺長あたりの凝縮液膜の質量流量[kg/(m・s)]、 μ_{cl} は凝縮液粘度[Pa・s]。

ジャケットの場合は垂直管外の凝縮伝熱式、コイルの場合は水平管内の凝縮伝熱式を用いる。[文献 13, 18]

$$\text{(ジャケット, } Re < 2100) \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 1.88 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \quad \cdots(3.2.7)$$

$$\text{(ジャケット, } Re > 2100) \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 0.0077 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{0.4} \quad \cdots(3.2.8)$$

$$\text{(コイル)} \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 0.76 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \quad \cdots(3.2.9)$$

ただし、 h は凝縮伝熱係数[W/(m²・K)]、 k_{cl} 、 ρ_{cl} 、 μ_{cl} は凝縮温度における凝縮液の熱伝導度[W/(m・K)]、密度

[kg/m³]、粘度[Pa・s]、 ρ_v は凝縮温度における蒸気密度[kg/m³]。各推算式の左辺を凝縮数という。なお、ジャケット層流条件式の右辺の係数 1.88 について、Nusselt(ヌッセルト)の理論式では 1.47 であり、実用的には 1.28 倍した 1.88 を用いる。[文献 18]

4. 伝熱面積

4. 1 ジャケットの場合

ジャケットの伝熱面積 A_J [m²]は、攪拌槽の接液面積 A_L [m²]に等しいものとする。[文献 19, 20]

$$\text{(全半球形鏡板槽)} \quad A_J = \pi D_T^2 \left(\frac{H}{D_T} + \frac{1}{2} \right) \quad \cdots(4.1.1)$$

$$\text{(半楕円形鏡板槽)} \quad A_J = \pi D_T^2 \left(\frac{H}{D_T} + 0.440 \right) \quad \cdots(4.1.2)$$

$$\text{(皿形鏡板槽)} \quad A_J = \pi D_T^2 \left(\frac{H}{D_T} + 0.436 \right) \quad \cdots(4.1.3)$$

$$\text{(平底円筒槽)} \quad A_J = \pi D_T H + \frac{\pi D_T^2}{4} \quad \cdots(4.1.4)$$

ただし、 D_T は槽径[m]、 H は液深[m]。

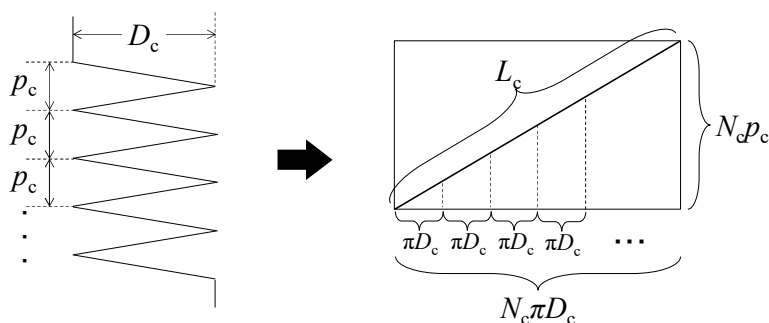
4. 2 コイルの場合

コイルの伝熱面積 A_c [m²]、長さ L_c [m]、巻き数 N_c [-]は、次式で表される。[文献 14]

$$A_c = \frac{Q}{U \Delta T_{lm}} \quad \cdots(4.2.1)$$

$$L_c = \frac{A_c}{\pi d_{ci}} \quad \cdots(4.2.2)$$

$$N_c = \frac{L_c}{\sqrt{(\pi D_c)^2 + p_c^2}} \quad \cdots(4.2.3)$$



ただし、 d_{ci} はコイル管内径[m]、 D_c はコイル中心径[m]、 p_c はコイル管間隔[m]。

①伝熱量 熱収支式より求める。攪拌液側を基準とする場合は、次式となる。

$$\text{(加熱時)} \quad Q = \frac{MC_p(T_f - T_0) + \Delta H}{\tau_H} \quad \cdots(4.2.4)$$

$$\text{(冷却時)} \quad Q = \frac{MC_p(T_0 - T_f) + \Delta H}{\tau_c} \quad \cdots(4.2.5)$$

ただし、 C_p は攪拌液の比熱容量[J/(kg・K)]、 M は攪拌液の質量[kg]、 Q は伝熱量[W]、 ΔH は相変化に伴う潜熱[J]、 τ は伝熱時間[s]。

伝熱媒体側を基準とする場合は、伝熱媒体の温度変化に着目する。

$$(加熱時) \quad Q = W_{hc} C_{ph} (T_{10,av} - T_{1f,av}) = W_{hc} C_{ph} \Delta T \quad [\Delta T \equiv T_{10,av} - T_{1f,av}] \quad \cdots(4.2.6)$$

$$(冷却時) \quad Q = W_{hc} C_{ph} (T_{1f,av} - T_{10,av}) = W_{hc} C_{ph} \Delta T \quad [\Delta T \equiv T_{1f,av} - T_{10,av}] \quad \cdots(4.2.7)$$

$$\left[T_{10,av} \equiv \frac{T_{in} + T_{out,0}}{2}, T_{1f,av} \equiv \frac{T_{in} + T_{out,f}}{2} \right]$$

ただし、 C_{ph} は伝熱媒体の比熱容量[J/(kg・K)]、 W_{hc} はコイル管内を流れる伝熱媒体の質量流量[kg/s]、 ΔT は伝熱媒体の装置出入口における平均温度変化[K]、添え字1は伝熱媒体側、inは入口側、outは出口側、0は初期、fは最終、avは算術平均。

回分操作の場合、攪拌液温度 T が時間変化するため、伝熱媒体の出口温度 T_{out} も時間変化する。ここでは、1バッチ中の平均温度変化 ΔT を用いて、近似的に定数扱いとする。

コイル管内を流れる伝熱媒体の質量流量 W_{hc} [kg/s]は、次式で表される。

$$W_{hc} = \rho_h u_{hc} S_c \quad \left[S_c \equiv \frac{\pi d_{ci}^2}{4} \right] \quad \cdots(4.2.8)$$

ただし、 d_{ci} はコイル管内径[m]、 S_c はコイル管断面積[m²]、 u_{hc} はコイル管内を流れる伝熱媒体の平均流速[m/s]、 ρ_h は伝熱媒体の密度[kg/m³]。

コイル管内にスチームを流して加熱する場合のコイルの伝熱速度 Q [W]は、次式で表される。

$$Q = S \lambda_v \quad \cdots(4.2.9)$$

$$S = \rho_h u_{cs} S_c \quad \cdots(4.2.10)$$

ただし、 S はスチーム流量[kg/s]、 u_{cs} はコイル管内のスチーム流速[m/s]、 λ_v は蒸発潜熱[J/kg]。

②対数平均温度差 伝熱の推進力である温度差 ΔT が時間や場所によって変化する場合に用いる。次式のように、温度差の最大値 ΔT_{max} と最小値 ΔT_{min} をとって定数とする。

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln(\Delta T_{max}/\Delta T_{min})} \quad \cdots(4.2.11)$$

伝熱媒体の出口温度が操作中に変化しない場合は、次式となる。

$$(加熱時) \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T^* - T_0) - (T^* - T_f)}{\ln[(T^* - T_0)/(T^* - T_f)]} \quad \cdots(4.2.12)$$

$$(冷却時) \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T_0 - T^*) - (T_f - T^*)}{\ln[(T_0 - T^*)/(T_f - T^*)]} \quad \cdots(4.2.13)$$

伝熱媒体の出口温度が操作中に変化する場合、次式となる。

$$(加熱時) \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T_{10,av} - T_0) - (T_{1f,av} - T_f)}{\ln[(T_{10,av} - T_0)/(T_{1f,av} - T_f)]} = \frac{\Delta T - (T_0 - T_f)}{\ln[(T_{10,av} - T_0)/(T_{1f,av} - T_f)]} \quad [\Delta T \equiv T_{10,av} - T_{1f,av}] \quad \cdots(4.2.14)$$

$$(冷却時) \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T_0 - T_{10,av}) - (T_f - T_{1f,av})}{\ln[(T_0 - T_{10,av})/(T_f - T_{1f,av})]} = \frac{\Delta T - (T_f - T_0)}{\ln[(T_0 - T_{10,av})/(T_f - T_{1f,av})]} \quad [\Delta T \equiv T_{1f,av} - T_{10,av}] \quad \cdots(4.2.15)$$

$$\left[T_{10,av} \equiv \frac{T_{in} + T_{out,0}}{2}, T_{1f,av} \equiv \frac{T_{in} + T_{out,f}}{2} \right]$$

ただし、 ΔT は装置出入口における伝熱媒体の平均温度変化(定数扱い)[K]、 T^* は伝熱媒体の平衡温度[K](ス

チームの凝縮温度や恒温槽温度)、添え字 1 は伝熱媒体側、in は入口側、out は出口側、0 は初期、f は最終、av は算術平均。

セルシウス度単位の数値を用いて ΔT_{lm} を計算する場合は、間違いを起こしやすいので注意する。すなわち、セルシウス度単位の計算結果に 273.15 を加えて絶対温度に変換してはならない。計算前に絶対温度に変換しておく、間違いが起きにくい。

③総括伝熱係数 次式より求める。境膜伝熱係数 h_1 および h_2 は、推算式より求める。

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell_w}{k_w} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \quad \cdots(4.2.16)$$

ただし、 h は境膜伝熱係数[W/(m²·K)]、 h_s は汚れ係数[W/(m²·K)]、 k_w は固体壁の熱伝導度[W/(m·K)]、 ℓ_w は固体壁の厚み[m]、添え字 1 は伝熱媒体液側、2 は攪拌液側、s はスケール。

5. 伝熱時間[文献 20-23]

5. 1 伝熱媒体の温度が操作中に変化しない場合

スチームの潜熱で加熱する場合、外気にさらして冷却する場合、恒温槽を用いる場合、伝熱媒体の温度変化が小さく無視できる場合などがこれにあたる。

5.1.1 加熱の場合

伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = MC_p \frac{dT}{dt} = UA(T^* - T) \quad [T^* > T] \quad \cdots(5.1.1.1)$$

ただし、 A は伝熱面積[m²]、 C_p は攪拌液の平均比熱容量[J/(kg·K)]、 M は液重量[kg]、 T は時間 t における攪拌液温度[K]、 T^* は伝熱媒体の平衡温度[K](スチームの凝縮温度や恒温槽温度。時間に関わらず一定)、 U は総括伝熱係数[W/(m²·K)]。

攪拌液温度 T_0 から T_f ($T_0 < T_f$)までの加熱時間 τ_H [s]は、次式のように導かれる。

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{dT}{T^* - T} = \frac{UA}{MC_p} \int_0^{\tau_H} dt \quad \cdots(5.1.1.2)$$

$$\ln \frac{T^* - T_0}{T^* - T_f} = \frac{UA}{MC_p} \tau_H \quad \cdots(5.1.1.3)$$

$$\tau_H = \frac{\ln[(T^* - T_0)/(T^* - T_f)]}{UA/(MC_p)} \quad \cdots(5.1.1.4)$$

5.1.2 冷却の場合

伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = -MC_p \frac{dT}{dt} = UA(T - T^*) \quad [T > T^*] \quad \cdots(5.1.2.1)$$

ただし、 T^* は伝熱媒体の平衡温度[K](外気温や恒温槽温度。時間に関わらず一定)。

攪拌液温度 T_0 から T_f ($T_0 > T_f$) までの冷却時間 τ_c [s] は、次式のように導かれる。

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{-dT}{T - T^*} = \frac{UA}{MC_p} \int_0^{\tau_c} dt \quad \cdots(5.1.2.2)$$

$$\ln \frac{T_0 - T^*}{T_f - T^*} = \frac{UA}{MC_p} \tau_c \quad \cdots(5.1.2.3)$$

$$\tau_c = \frac{\ln[(T_0 - T^*)/(T_f - T^*)]}{UA/(MC_p)} \quad \cdots(5.1.2.4)$$

5. 2 伝熱媒体の温度が操作中に変化する場合

加熱油や冷却水を伝熱媒体に用いる場合がこれにあたる。ただし、伝熱媒体の温度変化が小さく無視できる場合や、出入口での温度差を平均する場合は、上で導いた式を用いることもできる。

5. 2. 1 加熱の場合

伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = MC_p \frac{dT}{dt} = UA \Delta T_{lm,t} \left[\Delta T_{lm,t} \equiv \frac{(T_{in} - T) - (T_{out,t} - T)}{\ln[(T_{in} - T)/(T_{out,t} - T)]} \right] \quad \cdots(5.2.1.1)$$

ただし、 T は時間 t における攪拌液温度[K]、 T_{in} は熱媒の入口側温度[K](時間に関わらず一定)、 $T_{out,t}$ は時間 t における熱媒の出口側温度[K]、 $\Delta T_{lm,t}$ は時間 t における対数平均温度差[K]。

一般に、(攪拌液の加熱速度)=(熱媒の冷却速度)が成り立つ。

$$UA \Delta T_{lm,t} = W_h C_{ph} (T_{in} - T_{out,t}) [=Q] \quad \cdots(5.2.1.2)$$

ただし、 C_{ph} は伝熱媒体(熱媒)の平均比熱容量[J/(kg·K)]、 W_h は伝熱媒体(熱媒)の質量流量[kg/s]。

$$UA \frac{(T_{in} - T) - (T_{out,t} - T)}{\ln[(T_{in} - T)/(T_{out,t} - T)]} = W_h C_{ph} (T_{in} - T_{out,t}) \quad \cdots(5.2.1.3)$$

$$UA \frac{T_{in} - T_{out,t}}{\ln[(T_{in} - T)/(T_{out,t} - T)]} = W_h C_{ph} (T_{in} - T_{out,t}) \quad \cdots(5.2.1.4)$$

$$UA \frac{1}{\ln[(T_{in} - T)/(T_{out,t} - T)]} = W_h C_{ph} \quad \cdots(5.2.1.5)$$

$$\ln \frac{T_{in} - T}{T_{out,t} - T} = \frac{UA}{W_h C_{ph}} \quad \cdots(5.2.1.6)$$

$$\frac{T_{in} - T}{T_{out,t} - T} = \exp \frac{UA}{W_h C_{ph}} \quad \cdots(5.2.1.7)$$

$$\frac{T_{in} - T}{T_{out,t} - T} = K \quad \cdots(5.2.1.8)$$

$$T_{out,t} - T = \frac{T_{in} - T}{K} \quad \cdots(5.2.1.9)$$

$$\boxed{T_{\text{out},t} = T + \frac{T_{\text{in}} - T}{K}} \quad \left[K \equiv \exp \frac{UA}{W_h C_{\text{ph}}} \right] \quad \cdots(5.2.1.10)$$

$UA\Delta T_{\text{lm},t}$ の式の右辺に代入して $T_{\text{out},t}$ を消去した式をはじめの Q の式の右辺に代入する。

$$MC_p \frac{dT}{dt} = W_h C_{\text{ph}} \left[T_{\text{in}} - \left(T + \frac{T_{\text{in}} - T}{K} \right) \right] \quad \cdots(5.2.1.11)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left[(T_{\text{in}} - T) - \frac{(T_{\text{in}} - T)}{K} \right] \quad \cdots(5.2.1.12)$$

$$\frac{dT}{T_{\text{in}} - T} = \frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) dt \quad \cdots(5.2.1.13)$$

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{dT}{T_{\text{in}} - T} = \frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \int_0^{\tau_H} dt \quad \cdots(5.2.1.14)$$

$$\ln \frac{T_{\text{in}} - T_0}{T_{\text{in}} - T_f} = \frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \tau_H \quad \cdots(5.2.1.15)$$

$$\boxed{\tau_H = \ln \frac{T_{\text{in}} - T_0}{T_{\text{in}} - T_f} \left/ \left[\frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \right] \right.} \quad \left[K \equiv \exp \frac{UA}{W_h C_{\text{ph}}} \right] \quad \cdots(5.2.1.16)$$

5.2.2 冷却の場合

伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = -MC_p \frac{dT}{dt} = UA\Delta T_{\text{lm},t} \left[\Delta T_{\text{lm},t} \equiv \frac{(T - T_{\text{in}}) - (T - T_{\text{out},t})}{\ln \left[(T - T_{\text{in}}) / (T - T_{\text{out},t}) \right]} \right] \quad \cdots(5.2.2.1)$$

ただし、 T は時間 t における攪拌液温度[K]、 T_{in} は冷媒の入口側温度[K](時間に関わらず一定)、 $T_{\text{out},t}$ は時間 t における冷媒の出口側温度[K]、 $\Delta T_{\text{lm},t}$ は時間 t における対数平均温度差[K]。

一般に、(攪拌液の冷却速度)=(冷媒の加熱速度)が成り立つ。

$$UA\Delta T_{\text{lm},t} = W_h C_{\text{ph}} (T_{\text{out},t} - T_{\text{in}}) [=Q] \quad \cdots(5.2.2.2)$$

ただし、 C_{ph} は伝熱媒体(冷媒)の平均比熱容量[J/(kg・K)]、 W_h は伝熱媒体(冷媒)の質量流量[kg/s]。

$$UA \frac{(T - T_{\text{in}}) - (T - T_{\text{out},t})}{\ln \left[(T - T_{\text{in}}) / (T - T_{\text{out},t}) \right]} = W_h C_{\text{ph}} (T_{\text{out},t} - T_{\text{in}}) \quad \cdots(5.2.2.3)$$

$$UA \frac{T_{\text{out},t} - T_{\text{in}}}{\ln \left[(T - T_{\text{in}}) / (T - T_{\text{out},t}) \right]} = W_h C_{\text{ph}} (T_{\text{out},t} - T_{\text{in}}) \quad \cdots(5.2.2.4)$$

$$UA \frac{1}{\ln \left[\frac{T - T_{\text{in}}}{T - T_{\text{out,t}}} \right]} = W_h C_{\text{ph}} \quad \cdots(5.2.2.5)$$

$$\ln \frac{T - T_{\text{in}}}{T - T_{\text{out,t}}} = \frac{UA}{W_h C_{\text{ph}}} \quad \cdots(5.2.2.6)$$

$$\frac{T_{\text{in}} - T}{T_{\text{out,t}} - T} = \exp \frac{UA}{W_h C_{\text{ph}}} \quad \cdots(5.2.2.7)$$

$$\frac{T_{\text{in}} - T}{T_{\text{out,t}} - T} = K \quad \cdots(5.2.2.8)$$

$$T_{\text{out,t}} - T = \frac{T_{\text{in}} - T}{K} \quad \cdots(5.2.2.9)$$

$$\boxed{T_{\text{out,t}} = T + \frac{T_{\text{in}} - T}{K}} \quad \left[K \equiv \exp \frac{UA}{W_h C_{\text{ph}}} \right] \quad \cdots(5.2.2.10)$$

$UA\Delta T_{\text{lm,t}}$ の式の右辺に代入して変数 $T_{\text{out,t}}$ を消去した式をはじめの Q の式の右辺に代入する。

$$-MC_p \frac{dT}{dt} = W_h C_{\text{ph}} \left[\left(T + \frac{T_{\text{in}} - T}{K} \right) - T_{\text{in}} \right] \quad \cdots(5.2.2.11)$$

$$-\frac{dT}{dt} = \frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left[(T - T_{\text{in}}) - \frac{T - T_{\text{in}}}{K} \right] \quad \cdots(5.2.2.12)$$

$$-\frac{dT}{T - T_{\text{in}}} = \frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) dt \quad \cdots(5.2.2.13)$$

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{-dT}{T - T_{\text{in}}} = \frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \int_0^{\tau_c} dt \quad \cdots(5.2.2.14)$$

$$\ln \frac{T_0 - T_{\text{in}}}{T_f - T_{\text{in}}} = \frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \tau_c \quad \cdots(5.2.2.15)$$

$$\boxed{\tau_c = \ln \frac{T_{\text{in}} - T_0}{T_{\text{in}} - T_f} \left/ \left[\frac{W_h C_{\text{ph}}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \right] \right.} \quad \left[K \equiv \exp \frac{UA}{W_h C_{\text{ph}}} \right] \quad \cdots(5.2.2.16)$$

参考文献

- [1] J.R. Couper, W.R. Penny, J.R. Fair; Chemical Process Equipment: Selection and Design 3rd Ed., Butterworth-Heinemann(2012), Chapter 10 Mixing and Agitation
- [2] J.F.Richardson, J.M. Coulson, J.R. Backhurst, J.H. Harker; Coulson & Richardson's Chemical Engineering Vol.2, 5th Ed., Butter-worth Heinemann(2002), Chapter 9.8 Heat transfer in reaction vessels
- [3] W.R. Penney (G.F. Hewitt Eds.); Heat Exchanger Design Handbook, Hemisphere Publishing(1983), Chapter 3.14 Agitated vessels
- [4] N.P. Chohey; Handbook of Chemical Engineering Calculations 3rd Ed., McGraw-Hill Inc.(2003), Section 7.16

Heat transfer in agitated vessels

- [5] A.K. Coker; Ludwig's Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 3 (4th Ed.), Gulf Professional Publishing (2015), Chapter 15 (Table 15-98)
- [6] S. Nagata; Mixing, John Wiley & Sons Inc. (1975), Chapter 2 Heat transfer in agitated vessels
- [7] 藤田重文, 田原浩一, 吉田五一編; 化学装置・機械ハンドブック, 朝倉書店(1967), 9章 攪拌装置
- [8] 山本一夫; 攪拌装置(化学装置設計・操作シリーズ), 化学工業社(1984), 3章攪拌所要動力と攪拌槽の伝熱
- [9] 熱交換器ハンドブック編集委員会編; 熱交換器ハンドブック, 日刊工業新聞社(1965), p.203
- [10] 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978), p.278
- [11] 水科篤郎, 桐栄良三編; 化学工学概論, 産業図書(1979), p.61
- [12] A.K. Coker; Ludwig's Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 3 (4th Ed.), Gulf Professional Publishing (2015), Chapter 15 (Table 15-99)
- [13] G. Towler, R. Sinnott; Chemical Engineering Design 2nd Ed., Butterworth-Heinemann (2012), Chapter 19 Heat-transfer equipment
- [14] D.R. Moss, M.M. Basic; Pressure Vessel Design Manual 4th Ed., Butterworth-Heinemann (2013), Procedure 5-6 Design pipe coils for heat transfer
- [15] W.H. McAdams; Heat transmission 3rd Ed., McGraw-Hill Education (1973), p.228
- [16] E.N. Sieder and G.E. Tate; *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 1429-1436(1936)
- [17] H. Hausen; Verfahrenstechnik, Beih. Z. Ver. Deut. Ing. 4 (1943) p.91
- [18] 尾花英朗; 熱交換器設計ハンドブック, 工学図書(1974), 8章 凝縮伝熱
- [19] 大野光之; 円筒容器内の液容量と接液面積, 化学装置 **32**(10), 55-67(1990)
- [20] 大野光之; 初歩から学ぶ化学装置設計, 工業調査会(2009), 9章 攪拌装置
- [21] D.Q. Kern; Process heat transfer, McGraw-Hill(1950), Chapter 18 Batch and unsteady-state processes
- [22] 尾花英朗; 熱交換器設計ハンドブック, 工学図書(1974), 6章 非定常プロセス
- [23] J.F.Richardson, J.M. Coulson, J.R. Backhurst, J.H. Harker; Coulson & Richardson's Chemical Engineering Vol.2, 5th Ed., Butter-worth Heinemann(2002), Chapter 9.8 Heat transfer in reaction vessels

問 題

邪魔板付き平底円筒槽(槽径 1200 mm、板厚 25 mm、熱伝導度 20 W/(m·K))に 20°Cの水を仕込み、パドル翼により 180 rpm で攪拌しながら平板ジャケット(間隔 100 mm)に 70°Cの温水を毎秒 20 kg で通じて 60°Cまで加熱する。伝熱媒体の出入口温度は一定とし、壁面温度に対する粘度変化は無視する。

水の物性値：密度 1000 kg/m³、粘度 0.001 Pa·s、平均比熱容量 4200 J/(kg·K)、熱伝導度 0.60 W/(m·K)

重力加速度：9.81 m/s²

別表 攪拌槽形状

d/D_T	C/D_T	b/D_T	B_w/D_T	d_{co}/D_T	D_c/D_T	p_c/D_T	H/D_T	n_p	n_B
1/3	1/3	1/15	1/10	1/30	0.70	1/15	1	4	4

b : 攪拌翼幅, B_w : 邪魔板幅, C : 翼取付位置, d : 攪拌翼径, d_{co} : コイル管外径, D_c : コイル中心径, D_T : 槽径, H : 液深, n_B : 邪魔板枚数, n_p : 羽根枚数, p_c : コイル管間隔

- (1) 加熱時における攪拌液側の境膜伝熱係数 h_2 [W/(m²·K)]を求めよ。
- (2) 加熱時における伝熱媒体側の境膜伝熱係数 h_1 [W/(m²·K)]を求めよ。
- (3) 加熱時における総括伝熱係数 U [W/(m²·K)]を求めよ。汚れ係数は、いずれも 5000 W/(m²·K)とする。
- (4) ジャケット伝熱面積 A_J [m²]を求めよ。伝熱媒体の平均温度低下は 0.3°Cとする。
- (5) 加熱時間 τ_H [min]を求めよ。

ジャケットの代わりに伝熱コイル(厚み 2 mm、熱伝導度 20 W/(m·K))に 70°Cの温水を流速 1.0 m/s で通じて 20°Cの水を 60°Cまで加熱する。伝熱媒体の出入口温度は一定とし、壁面温度に対する粘度変化は無視する。

- (6) 攪拌液側の境膜伝熱係数 h_1 [W/(m²·K)]を求めよ。
- (7) 伝熱媒体側の境膜伝熱係数 h_2 [W/(m²·K)]を求めよ。
- (8) 総括伝熱係数 U [W/(m²·K)]を求めよ。汚れ係数は、いずれも 5000 W/(m²·K)とする。
- (9) 対数平均温度差 ΔT_{lm} [K]を求めよ。
- (10) 伝熱コイル面積 A_c [m²]を求めよ。伝熱量は 300 kW とする。
- (11) 加熱時間 τ_H [min]を求めよ。

答(1)2111 W/(m²·K),(2)350 W/(m²·K),(3)201 W/(m²·K),(4)5.09 m²,(5)2.53 h,(6)2770 W/(m²·K),(7)3724 W/(m²·K),(8)885 W/(m²·K),(9)24.8 K,(10)13.6 m²,(11)13 min