

## 沈降濃縮

### 1. 回分沈降

#### 1. 1 回分沈降過程

ある粒子濃度以上の懸濁液をシリンダーに入れて静置すると、粒子濃度が終始一定とみなせる懸濁層Bをはじめに形成され、やがて清澄層Aと懸濁層Bの間に明瞭な界面を生じる。懸濁層Bでは、粒子群が一団となって沈降する集合沈降が観察される。遷移層Cでは、粒子間距離が狭く、一部の粒子が接触して粒子濃度に分布が生じる。濃縮層Dでは、沈積した粒子が密に積み重なり、自重によって層の圧縮と液の排出が起こる。さらに沈降が進むと、懸濁層Bおよび遷移層Cは消失する。清澄層Aと懸濁層Bの間に生じる界面高さの時間変化は、**回分沈降曲線**で表される。懸濁層Bが存在する間は、界面の低下速度は直線的であり、干渉沈降速度に等しい。この区間を**定速沈降区間**という。懸濁層Bが消失した後、界面の低下速度は徐々に遅くなり、ついにはある一定の界面高さに到達する。この区間を**圧縮脱水区間**または**減速沈降区間**という。定速沈降区間から圧縮脱水区間へ移行する点を**圧縮点**または**臨界点**という。

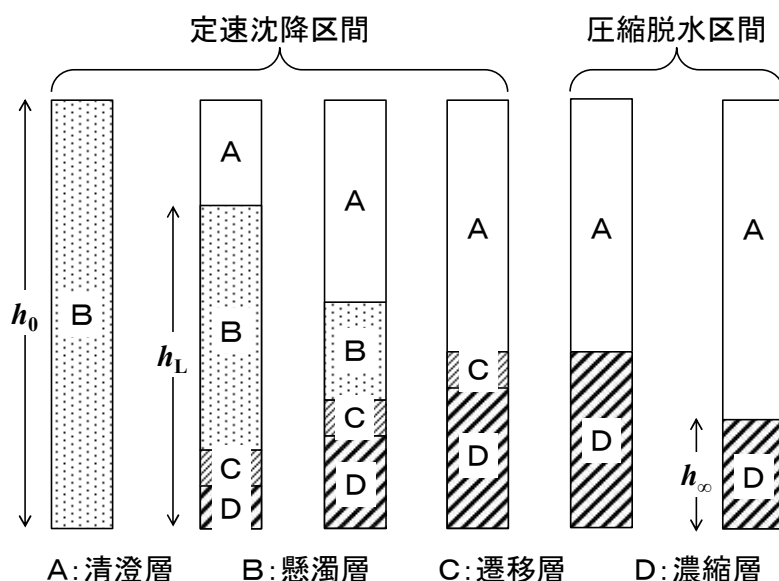


図 1.1.1 回分沈降過程 [文献 1]

#### 1. 2 回分沈降速度

①Work-Kohler (ワーク・コーラー) の関係 [文献 2] 初濃度が等しく、液高が異なる懸濁液の回分沈降曲線の形状は相似であり、次式が成り立つ。

$$\frac{t_a}{t_b} = \frac{h_a}{h_b} = \frac{h_{a0}}{h_{b0}} \quad \dots(1.2.1)$$

上式より、メスシリンダー等を用いた小スケールのテクニカルデータ( $t_a$ ,  $h_a$ ,  $h_{a0}$ )をもとに、実機における

所定固体濃度の泥漿(でいしょう)を得るまでの所要時間  $t_b$  を決定できる。(実機の液高  $h_{b0}$  は、設定値。)

②Robinson の式[文献 3] Stokes の沈降式をもとに、懸濁液の密度  $\rho_{sl}$  と粘度  $\mu_{sl}$  に置き換えることで導かれる。

$$-\frac{dh}{dt} = k \frac{x^2(\rho_s - \rho_{sl})}{\mu_{sl}} \quad \cdots(1.2.2)$$

$$\int_{h_0}^h \frac{\mu_{sl}}{\rho_s - \rho_{sl}} dh = kx^2t \quad \cdots(1.2.3)$$

ただし、 $k$  は定数、 $x$  は粒子径[m]、 $\rho_s$  は泥漿中の固体密度(粒子密度  $\rho_p$  と同義) [kg/m<sup>3</sup>]。

懸濁液の密度  $\rho_{sl}$  と粘度  $\mu_{sl}$  は、比濃度  $r=h_{\infty}/h$  の関数であり、これらの関係式を明らかにすることで、上式の積分項を解くことができる。

③Roberts の式[文献 4] 圧縮脱水区間における脱水速度が脱水量に比例するものとして、液高  $h$  [m]あるいは希釈度  $D$  [kg-液体/kg-固体]を基準に導かれる。

$$-\frac{dh}{dt} = k(h - h_{\infty}) \quad \cdots(1.2.4)$$

$$-\frac{dD}{dt} = k(D - D_{\infty}) \quad \cdots(1.2.5)$$

ただし、 $k$  は濃縮定数[1/s]。

④Kynch (キンチ) の理論[文献 5] 初期固体濃度  $C_0$  [kg/m<sup>3</sup>]の懸濁液(スラリー)を沈降容器内で回分沈降させる。ある固体濃度  $C_L$  [kg/m<sup>3</sup>]の等濃度面が時間  $t_L$  [s]で容器底面より高さ  $h_L$  [m]の位置で清澄液の界面に達したとすると、等濃度面の上昇速度  $U_L$  [m/s]は次式で表される。

$$U_L = \frac{h_L}{t_L} \quad \cdots(1.2.6)$$

濃度  $C_L$  の断面を通過する固体粒子の沈降速度を  $u_L$  [m/s]、沈降容器の断面積を  $A_s$  [m<sup>2</sup>]とすると、時間  $t_L$  までに濃度  $C_L$  の断面を通過した粒子重量は、最初懸濁液中に含まれていた全粒子重量に等しい。

$$A_s(U_L + u_L)C_L t_L = A_s h_0 C_0 \quad \cdots(1.2.7)$$

上式に  $U_L$  の式を代入し、 $C_L$  について整理する。

$$C_L = \frac{C_0 h_0}{u_L t_L + h_L} \quad \cdots(1.2.8)$$

固体濃度  $C_L$  の断面を通過する固体粒子の沈降速度  $u_L$  は、時間  $t_L$  における回分沈降曲線の接線の傾きで与えられる。

$$u_L = \frac{h_i - h_L}{t_L} \quad \cdots(1.2.9)$$

$C_L$  の式に代入して  $u_L$  を消去する。

$$C_L = C_0 \frac{h_0}{h_i} \quad \cdots(1.2.10)$$

回分沈降曲線において、任意の時間  $t_L$  の点を通る接線を引き、その切片  $h_i$  を図上で求めると、上式より濃度  $C_L$  を、 $u_L$  の式より濃度  $C_L$  の断面を通過する粒子の沈降速度  $u_L$  をそれぞれ求めることができる。

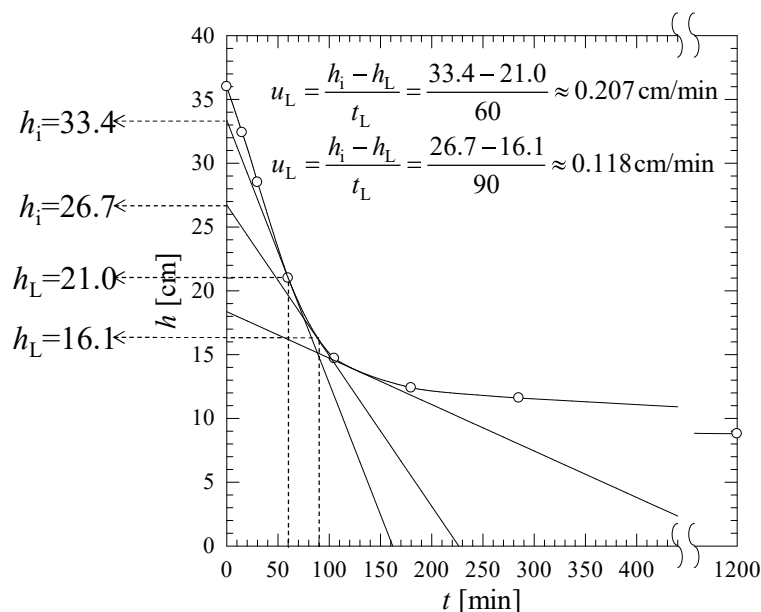


図 1.2.1 回分沈降曲線の解析例

- ①回分沈降曲線(y 軸：界面高さ  $h$ 、x 軸：沈降時間  $t$ )を自在定規で作成する。
- ②曲線上の任意の点( $t_L, h_L$ )を通る接線を引き、その切片  $h_i$ を読み取る。
- ③沈降速度  $u_L$ 、固体濃度  $C_L$  を Kynch の式より求める。
- ④②と③を繰り返して下表を作成する。
- ⑤ $C_L h_L$  vs  $C_L$  のグラフを作成して縦軸を読み取る。(Coe-Clevenger の図解法)
- ⑥ $A$  vs  $C_L$  のグラフを作成して最大面積  $A$  を読み取る。(Coe-Clevenger の計算法)
- ⑦ $h_L - h_\infty$  vs  $t_L$  の片対数グラフを作成して圧縮点を読み取る。(Talmage-Fitch の方法)

表 1.2.1 回分沈降曲線の解析結果

$t_L$ [min]	$h_L$ [cm]	$h_i$ [cm]	$u_L$ [cm/min]	$C_L$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$C_L u_L$ [kg/(m <sup>2</sup> ·min)]	$h_L - h_\infty$ [cm]	$A$ [m <sup>2</sup> ]
60	21.0	33.4	0.207	197	0.408	13.3	1269
90	16.1	26.7	0.118	247	0.290	8.4	1507
120	14.0	18.4	0.0367	358	0.131	6.3	1977
150	13.0	17.3	0.0287	381	0.109	5.3	2043
180	12.4	16.2	0.0211	407	0.0858	4.7	2116
200	12.2	15.4	0.0160	428	0.0684	4.5	2159
210	12.1	14.9	0.0133	442	0.0590	4.4	2116
220	12.0	14.4	0.0109	458	0.0499	4.3	2007
240	11.9	13.2	0.00542	499	0.0270	4.2	1239

## 2. 連続沈降濃縮装置の設計

シックナーは、固体濃度の低い懸濁液(スラリー)を濃厚な固形物(スラッジ)と清澄な上澄み液に分離す

る重力式の連続沈降濃縮装置であり、ろ過、脱水、乾燥などの前処理操作に用いられる。原料泥漿は、槽中央のフィードウェルより供給される。液が槽壁へ向かって流れる間に泥漿中の固体粒子が沈降分離される。固形物が取り除かれた清澄液は、溢流堰(いつりゅうせき)より排出される。槽底に沈積した固形物は、緩やかに回転するレーキ(かきとり羽根)によって中央に集泥され、排泥口より排出される。シクナーと類似の構造をもつものにクラリファイヤ(清澄装置)がある。シクナーがなるべく濃厚な排泥を得ることを目的とする一方、クラリファイヤは、なるべく清澄な溢流を得ることを目的としており、水処理操作に用いられる。

## 2. 1 物質収支[文献 6-8]

固体濃度  $C_f$  [kg-固体/m<sup>3</sup>-泥漿]、泥漿密度  $\rho_{sl,f}$  [kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]の泥漿(でいしょう、懸濁液と同義)が流量  $Q_f$  [m<sup>3</sup>-泥漿/s]で給泥され、 $C_o$  [kg-固体/m<sup>3</sup>-泥漿]、 $\rho_{sl,o}$  [kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]の清澄液が  $Q_o$  [m<sup>3</sup>-泥漿/s]で溢流されるとともに、 $C_u$  [kg-固体/m<sup>3</sup>-泥漿]、 $\rho_{sl,u}$  [kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]の濃厚泥漿が  $Q_u$  [m<sup>3</sup>-泥漿/s]で排泥される連続沈降濃縮槽(連続シクナー)を考える。

全物質収支は、次式で表される。

$$Q_f = Q_o + Q_u \quad \cdots(2.1.1)$$

固体成分の物質収支は、次式で表される。

$$Q_f C_f = Q_o C_o + Q_u C_u \quad \cdots(2.1.2)$$

一般に、清澄液中に含まれる固体濃度  $C_o$  はきわめて小さいことから、 $C_o \doteq 0$  が成り立つ。

$$Q_f C_f = Q_u C_u \quad \cdots(2.1.3)$$

液体の物質収支は、次式で表される。

$$Q_f (\rho_{sl,f} - C_f) = Q_o (\rho_{sl,o} - C_o) + Q_u (\rho_{sl,u} - C_u) \quad \cdots(2.1.4)$$

上式において、 $C_o \doteq 0$  および  $\rho_{sl,o} \doteq \rho_f$  (液密度)を仮定すると、清澄液量  $Q_o$  は次式で表される。

$$Q_o = \frac{Q_f C_f}{\rho_f} \left( \frac{\rho_{sl,f}}{C_f} - \frac{\rho_{sl,u}}{C_u} \right) \quad \cdots(2.1.5)$$

泥漿密度  $\rho_{sl}$  [kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]の式を導く。泥漿重量  $W_{sl}$  [kg-泥漿]は、泥漿中の固体重量  $W_s$  [kg-固体]と泥漿から固体分を差し引いた液体重量  $W_l$  [kg-液体]の和に等しい。

$$W_{sl} = W_s + W_l \quad \cdots(2.1.6)$$

$$\rho_{sl} V_{sl} = \rho_p V_s + \rho_f V_l \quad \cdots(2.1.7)$$

$$\rho_{sl} V_{sl} = \rho_p V_{sl} (1 - \varepsilon) + \rho_f V_{sl} \varepsilon \quad \cdots(2.1.8)$$

$$\rho_{sl} = \rho_p (1 - \varepsilon) + \rho_f \varepsilon \quad \cdots(2.1.9)$$

ただし、 $V_l$ は液体の全体積[m<sup>3</sup>-液体]、 $V_s$ は固体の全体積[m<sup>3</sup>-固体]、 $V_{sl}$ は泥漿体積[m<sup>3</sup>-泥漿]、 $\varepsilon$ は空隙率[-]、 $\rho_f$ は液体密度[kg-液体/m<sup>3</sup>-液体]、 $\rho_p$ は固体密度[kg-固体/m<sup>3</sup>-固体]。

空隙率  $\varepsilon$  は、泥漿体積  $V_{sl}$  に対する液体積( $V_l = V_{sl} - V_s$ )の比で定義される。

$$\varepsilon \equiv \frac{V_{sl} - V_s}{V_{sl}} \quad \cdots(2.1.10)$$

$$\varepsilon = \frac{A_{sl} L - (W_s / \rho_p)}{A_{sl} L} \quad \cdots(2.1.11)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{W_s}{\rho_p A_{sl} L} \quad \cdots(2.1.12)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{C_f}{\rho_p} \quad \cdots(2.1.13)$$

ただし、 $V_s$ は固体の全体積、 $A_{sl}$ は泥漿の断面積、 $L$ は泥漿の液高、 $W_s$ は固体の全重量。 $\rho_{sl}$ の式に代入して給泥側の泥漿密度 $\rho_{sl,f}$ を得る。

$$\rho_{sl,f} = \rho_p \left[ 1 - \left( 1 - \frac{C_f}{\rho_p} \right) \right] + \rho_f \left( 1 - \frac{C_f}{\rho_p} \right) \quad \cdots(2.1.14)$$

$$\rho_{sl,f} = \left( 1 - \frac{C_f}{\rho_p} \right) \rho_f + C_f \quad \cdots(2.1.15)$$

同様の手順で排泥側の泥漿密度 $\rho_{sl,u}$ を得る。

$$\rho_{sl,u} = \left( 1 - \frac{C_u}{\rho_p} \right) \rho_f + C_u \quad \cdots(2.1.16)$$

上の2式を $Q_o$ の式に代入して整理する。

$$Q_o = \frac{Q_f C_f}{\rho_f} \left[ \frac{\{1 - (C_f/\rho_p)\} \rho_f + C_f}{C_f} - \frac{\{1 - (C_u/\rho_p)\} \rho_f + C_u}{C_u} \right] \quad \cdots(2.1.17)$$

$$Q_o = \frac{Q_f C_f}{\rho_f} \left[ \left( \frac{\rho_f}{C_f} - \frac{\rho_f}{\rho_p} + 1 \right) - \left( \frac{\rho_f}{C_u} - \frac{\rho_f}{\rho_p} + 1 \right) \right] \quad \cdots(2.1.18)$$

$$Q_o = Q_f C_f \left( \frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_u} \right) \quad \cdots(2.1.19)$$

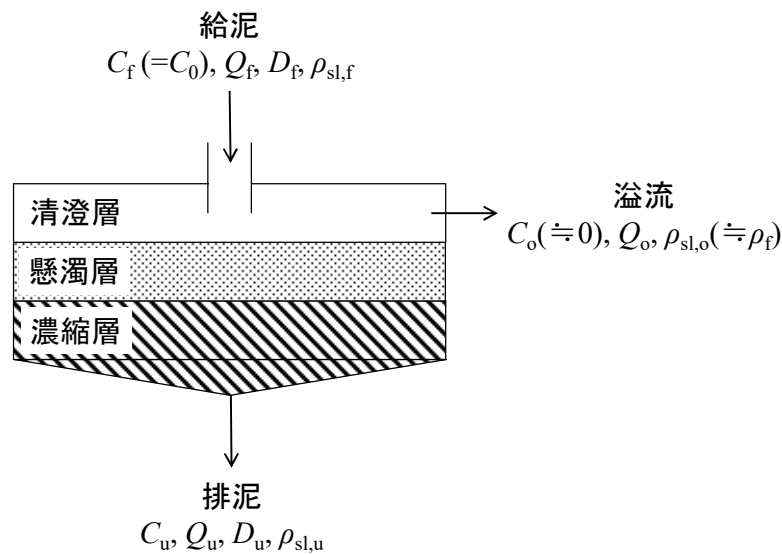


図 2.1.1 シックナー周りの物質収支

## 2. 2 槽面積および槽径[文献 8-12]

### 2.2.1 Coe-Clevenger (コー・クレベンガー)の方法

シックナーの槽面積を  $A$  [m<sup>2</sup>]とすると、粒子の沈降速度  $u$  は、液の平均上昇速度  $Q_0/A$  よりも大きくなければならないことから、次式が成り立つ。

$$A > \frac{Q_0}{u} = \frac{Q_f C_f}{u} \left( \frac{1}{C_f} - \frac{1}{C_u} \right) \quad \cdots(2.2.1.1)$$

沈降速度  $u$  は、装置内の沈降層域(固体濃度  $C_L$ )を通過する粒子の沈降速度  $u_L$  を用いる必要がある。そこで、沈降層域における濃度  $C_L$  の断面に泥漿が流量  $Q_L$  で仮想的に給泥されると考える。このとき、次式が成り立つ。

$$Q_L C_L = Q_f C_f \quad \cdots(2.2.1.2)$$

もとの式の  $u$  と括弧内の  $C_f$  をそれぞれ  $u_L$  と  $C_L$  に変更する。

$$A > \frac{Q_0}{u_L} = \frac{Q_f C_f}{u_L} \left( \frac{1}{C_L} - \frac{1}{C_u} \right) \quad \cdots(2.2.1.3)$$

$Q_u$  が既知の場合、全物質収支式の  $Q_f$  を  $Q_L$  に変更して次式となる。

$$Q_L = Q_0 + Q_u \quad \cdots(2.2.1.4)$$

$Q_L C_L$  の式に代入する。

$$C_L (Q_0 + Q_u) = Q_f C_f \quad \cdots(2.2.1.5)$$

$$Q_0 = \frac{Q_f C_f}{C_L} - Q_u \quad \cdots(2.2.1.6)$$

$A$  の式に代入すると、Coe-Clevenger の式を得る。

$$A > \frac{Q_f (C_f / C_L) - Q_u}{u_L} \quad \cdots(2.2.1.7)$$

実際の設計において、沈降層域の固体濃度  $C_L$  を直接予測することは困難である。そこで、Kynch の理論式を用いて、回分沈降曲線を繰り返し解析することで得られる複数の  $u_L$  と  $C_L$  を求めて表に整理する。次に、図解法または計算法を用いて最大槽面積  $A_{\max}$  を求め、これをシックナーの槽面積  $A$  とする。

図解法を用いる場合、上式を次のように変形する。

$$C_L \left( u_L + \frac{Q_u}{A} \right) > \frac{Q_f C_f}{A} \quad \left[ C_L \left( u_L + \frac{Q_u}{A} \right) \equiv G \right] \quad \cdots(2.2.1.6)$$

$$C_L u_L > \frac{Q_f C_f}{A} - \frac{Q_u C_L}{A} \quad \cdots(2.2.1.7)$$

ただし、 $G$  は固体質量流束[kg/(m<sup>2</sup>·s)]。

上の2式は、それぞれ下記の  $G-C_L$  曲線または  $C_L u_L - C_L$  曲線に対応する。いずれかの線図を作成して切片を読み取り、切片の式に含まれる  $A$  を求めてシックナーの槽面積とする。いずれの線図も所要の排泥濃度  $C_u$  より線を引く。

計算法を用いる場合は、 $A$  の式の右辺を繰り返し計算して得られる最大槽面積  $A_{\max}$  を求める。

シックナーの槽径  $D_T$  [m]は、次式より求められる。

$$D_T = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \quad \dots(2.2.1.8)$$

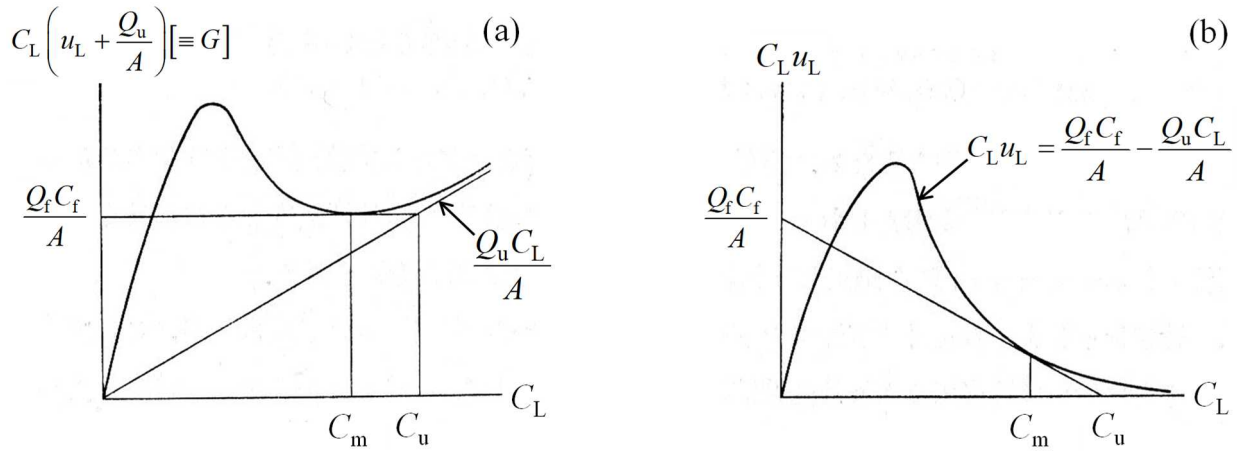


図 2.2.1.1 Coe-Clevenger の方法(図解法) [文献 9-12]

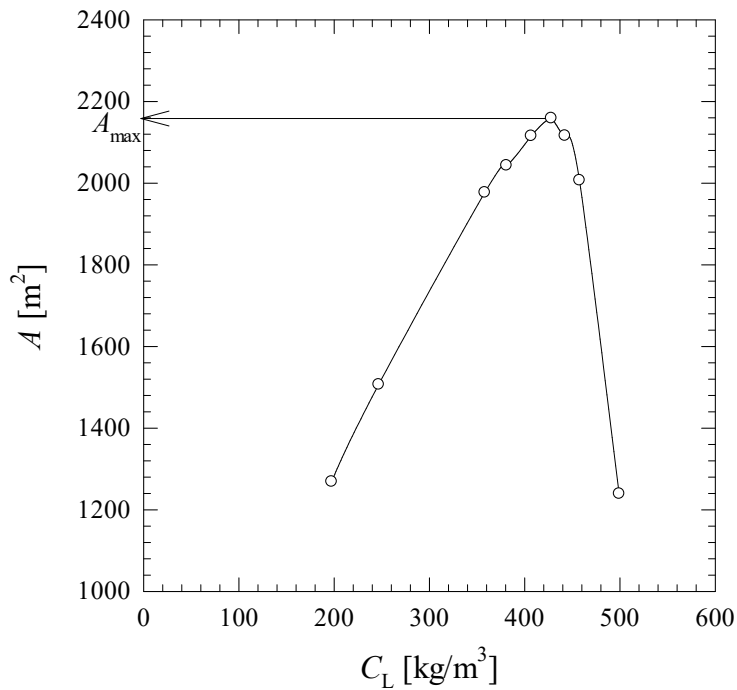


図 2.2.1.2 Coe-Clevenger 法(計算法)による槽面積の決定 [文献 8]  
 $A_{max}$  の概略値は、プロット間を折れ線で結んで決めることもできる。

## 2.2.2 Talmage-Fitch(タルマージ・フィッチ)の方法

泥漿中の固体濃度が排泥濃度  $C_u$  に等しくなったときの液高  $h_u$  を求める。液高  $h_u$  は、Kynch 理論に基づき、次式より求めることができる。

$$h_u = \frac{C_0 h_0}{C_u} \quad \dots(2.2.2.1)$$

次に、回分沈降曲線の圧縮点を接点とする接線を引く。さらに、切片  $h_u$  より水平に排泥線を引き、接線との交点より時間  $t_u$  を読み取る。シックナーの槽面積  $A$  は、次式より求めることができる。

$$A = \frac{Q_f C_f t_u}{C_0 h_0} \quad \cdots(2.2.2.2)$$

圧縮点は、Roberts plot より図上で見つけることができる。Roberts の式を積分する。

$$-\frac{dh}{dt} = k(h - h_\infty) \quad \cdots(2.2.2.3)$$

$$h_L - h_\infty = (h_0 - h_\infty) \exp(-kt) \quad \cdots(2.2.2.4)$$

あるいは、次の手順でもよい。

$$-\frac{dD}{dt} = k(D - D_\infty) \quad \cdots(2.2.2.5)$$

$$D_L - D_\infty = (D_0 - D_\infty) \exp(-kt) \quad \cdots(2.2.2.6)$$

上式の左辺を時間  $t$  に対して片対数プロットすると、圧縮点を境に直線の傾きが変わる。圧縮点を見つけにくい場合は、Coe-Clevenger の方法を用いる。

ある沈降時間  $t_L$  における希釈度  $D$  [kg-液体/kg-固体]と固体濃度  $C_L$  [kg-固体/m<sup>3</sup>-泥漿]の関係は、次式のように導かれる。

$$D \equiv \frac{W_1}{W_s} \quad \cdots(2.2.2.7)$$

$$D = \frac{W_{sl} - W_s}{W_s} \quad \cdots(2.2.2.8)$$

$$D = \frac{\rho_{sl} V_{sl} - C_L V_{sl}}{C_L V_{sl}} \quad \cdots(2.2.2.9)$$

$$D = \frac{\rho_{sl} - C_L}{C_L} \quad \cdots(2.2.2.10)$$

$\rho_{sl}$  は、上で導いた次式を用いる。

$$\rho_{sl} = \left(1 - \frac{C_L}{\rho_p}\right) \rho_f + C_L \quad \cdots(2.2.2.11)$$

$$D = \frac{1}{C_L} \left[ \left(1 - \frac{C_L}{\rho_p}\right) \rho_f + C_L \right] - 1 \quad \cdots(2.2.2.12)$$

$$D = \left( \frac{1}{C_L} - \frac{1}{\rho_p} \right) \rho_f \quad \cdots(2.2.2.13)$$

$C_L$  に Kynch の式を代入する。

$$D = \left( \frac{h_i}{C_0 h_0} - \frac{1}{\rho_p} \right) \rho_f \quad \cdots(2.2.2.14)$$



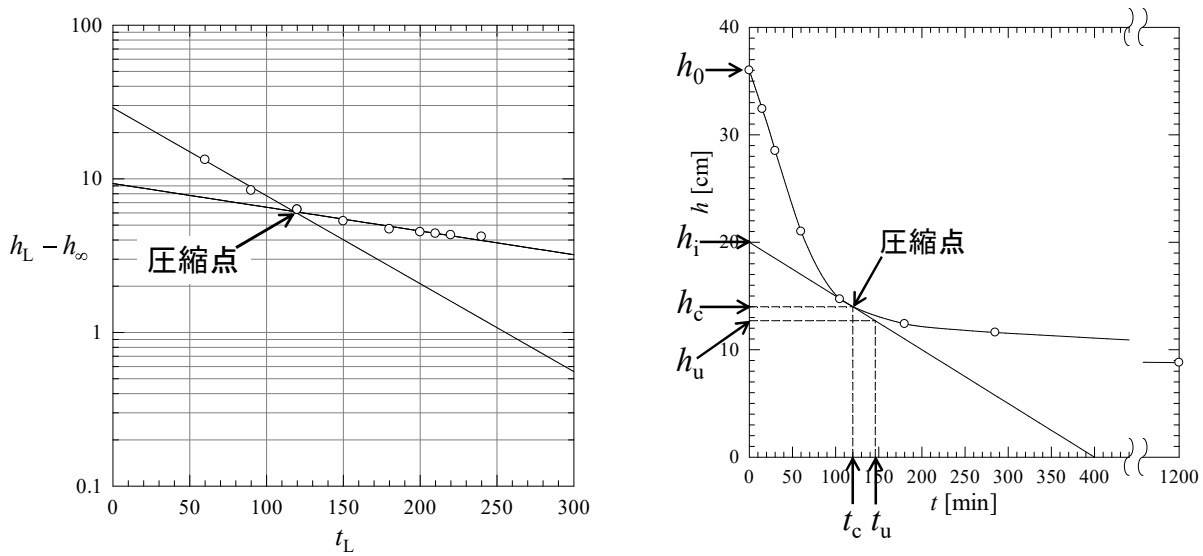


図 2.2.2.1 Talmage-Fitch の方法(左図は、Roberts plot)[文献 9-11]

## 2.3 槽容積

### 2.3.1 Coe-Clevenger 法[文献 12]

圧縮脱水区間において、泥漿が所要の排泥濃度  $C_u$  [kg-固体/m<sup>3</sup>-泥漿]に達するには、圧縮開始時間  $t_c$  から所要排泥濃度  $C_u$ に達する時間  $t_u$ までの、ある一定の滞留時間を要する。この間、槽内に滞留している泥漿の重量  $W_{sl}$  [kg-泥漿]は、泥漿に含まれる固体の全重量  $W_s$  [kg-固体]と液体の全重量  $W_l$  [kg-液体]の和に等しい。

$$W_{sl} = W_s + W_l \quad \cdots(2.3.1.1)$$

泥漿の重量  $W_{sl}$  は、圧縮開始時と所要排泥時における泥漿の平均密度  $\rho_{sl,m}$  [kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]を用いて次式で表される。

$$W_{sl} = \rho_{sl,m} V_{sl} \quad \left[ \rho_{sl,m} = \frac{\rho_{sl,c} + \rho_{sl,u}}{2} \right] \quad \cdots(2.3.1.2)$$

ただし、 $V_{sl}$  は、泥漿の体積[m<sup>3</sup>-泥漿]、 $\rho_{sl,c}$  は圧縮点における泥漿密度[kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]、 $\rho_{sl,u}$  は所要排泥の泥漿密度[kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]。

固体の全重量  $W_s$  [kg-固体]は、固体処理量  $S$  [kg-固体/s]と滞留時間  $\tau$  [s]の積で表される。

$$W_s = S\tau \quad [\tau = t_u - t_c] \quad \cdots(2.3.1.3)$$

液体の全重量  $W_l$  は、次式のように導かれる。

$$W_l = \rho_f V_l \quad \cdots(2.3.1.4)$$

$$W_l = \rho_f (V_{sl} - V_s) \quad \cdots(2.3.1.5)$$

$$W_l = \rho_f \left( V_{sl} - \frac{S\tau}{\rho_p} \right) \quad \cdots(2.3.1.6)$$

ただし、 $V_l$  は泥漿中の液体の全体積[m<sup>3</sup>]、 $V_s$  は泥漿中の固体の全体積[m<sup>3</sup>]、 $V_{sl}$  は泥漿体積[m<sup>3</sup>]。

$W_{sl}$ 、 $W_s$ 、 $W_l$  の 3 式を最初の式に代入すると、シックナーの槽容積  $V$  [m<sup>3</sup>]を得る。

$$\rho_{sl,m} V_{sl} = S\tau + \left( V_{sl} - \frac{S\tau}{\rho_p} \right) \rho_f \quad \left[ \rho_{sl,m} = \frac{\rho_{sl,c} + \rho_{sl,u}}{2} \right] \quad \cdots(2.3.1.7)$$

$$\boxed{V = \frac{S\tau(\rho_p - \rho_f)}{\rho_p(\rho_{sl,m} - \rho_f)}} \quad [V \equiv V_{sl}] \quad \cdots(2.3.1.8)$$

圧縮点における泥漿密度  $\rho_{sl,c}$  [kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]は、次式で求めることができる。

$$\rho_{sl,c} = \frac{W_{sl,c}}{V_{sl,c}} = \frac{\rho_{sl,f} Ah_0 - \rho_f A(h_0 - h_c)}{Ah_c} \quad \cdots(2.3.1.9)$$

ただし、 $A$ は槽面積[m<sup>2</sup>]、添え字  $c$ は圧縮点における値、 $f$ は給泥における値。

上式の分子項は、給泥と清澄液の重量差、すなわち圧縮点における泥漿重量  $W_{sl,c}$ を表す。

給泥密度  $\rho_{sl,f}$  [kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]と排泥密度  $\rho_{sl,u}$  [kg-泥漿/m<sup>3</sup>-泥漿]は、次式で求める。

$$\rho_{sl,f} = \left( 1 - \frac{C_f}{\rho_p} \right) \rho_f + C_f \quad \cdots(2.3.1.10)$$

$$\rho_{sl,u} = \left( 1 - \frac{C_u}{\rho_p} \right) \rho_f + C_u \quad \cdots(2.3.1.11)$$

### 2.3.2 Talmage-Fitch 法 [文献 12-14]

圧縮脱水区間において、泥漿が所要の希釈度  $D_u$  [kg-液体/kg-固体]に達するには、圧縮開始時間  $t_c$  から所要希釈度  $D_u$ に達する時間  $t_u$ までの、ある一定の滞留時間  $\tau$ を要する。この間、槽内に滞留している泥漿体積  $V_{sl}$  [m<sup>3</sup>]は、泥漿に含まれる固体の全体積  $V_s$  [m<sup>3</sup>]と液体の全体積  $V_l$  [m<sup>3</sup>]の和に等しい。

$$V_{sl} = V_s + V_l \quad \cdots(2.3.2.1)$$

泥漿に含まれる固体の体積  $V_s$ は、固体処理量  $S$  [kg/s]を用いて次式で表される。

$$V_s = \frac{S\tau}{\rho_p} \quad [\tau = t_u - t_c] \quad \cdots(2.3.2.2)$$

液体の体積  $V_l$ は、次式で表される。

$$V_l = \frac{S}{\rho_f} \int_{t_c}^{t_u} D dt \quad \cdots(2.3.2.3)$$

希釈度  $D$ は、Roberts 式を境界条件  $t=t_c$  のとき  $D=D_c$ 、 $t=t$  のとき  $D=D$  の下で積分して得られる。

$$D = (D_c - D_\infty) \exp(-kt) + D_\infty \quad \cdots(2.3.2.4)$$

$V_l$ の式に代入して積分する。

$$V_l = \frac{S}{\rho_f} \int_{t_c}^{t_u} [(D_c - D_\infty) \exp(-kt) + D_\infty] dt \quad \cdots(2.3.2.5)$$

$$V_l = \frac{S}{\rho_f} \left[ -\frac{D_c - D_\infty}{k} \{ \exp(-kt_u) - \exp(-kt_c) \} + D_\infty \tau \right] \quad \cdots(2.3.2.6)$$

$D$ の式を用いて指数項を消去する。

$$V_l = \frac{S}{\rho_f} \left[ -\frac{D_c - D_\infty}{k} \left\{ \left( \frac{D_u - D_\infty}{D_c - D_\infty} \right) - \left( \frac{D_c - D_\infty}{D_c - D_\infty} \right) \right\} + D_\infty \tau \right] \quad \cdots(2.3.2.7)$$

$$V_1 = \frac{S}{\rho_f} \left[ -\frac{D_c - D_\infty}{k} \left( \frac{D_u - D_c}{D_c - D_\infty} \right) + D_\infty \tau \right] \quad \cdots(2.3.2.8)$$

$$V_1 = \frac{S}{\rho_f} \left[ \frac{D_c - D_u}{k} + D_\infty \tau \right] \quad \cdots(2.3.2.9)$$

上式と  $V_s$  の式を  $V_{sl}$  の式に代入したものをシックナーの槽容積  $V$  [m<sup>3</sup>] とする。

$$V_{sl} = \frac{S\tau}{\rho_p} + \frac{S}{\rho_f} \left[ \frac{D_c - D_u}{k} + D_\infty \tau \right] \quad \cdots(2.3.2.10)$$

$$\boxed{V = \frac{S\tau}{\rho_f} \left[ \frac{\rho_f}{\rho_p} + \frac{D_c - D_u}{k\tau} + D_\infty \right]} \quad [V \equiv V_{sl}] \quad \cdots(2.3.2.11)$$

$D_c$  と  $D_u$  の計算には、上で導いた次式を用いる。

$$D = \left( \frac{h_i}{C_0 h_0} - \frac{1}{\rho_p} \right) \rho_f \quad \cdots(2.3.2.12)$$

## 2. 4 槽深

シックナーの槽深  $H$  [m] は、槽容積  $V$  を槽面積  $A$  で除して求められる。

$$\text{(Coe-Clevenger 法)} \quad H = \frac{V}{A} = \frac{S\tau(\rho_p - \rho_f)}{A\rho_p(\rho_{sl,m} - \rho_f)} \quad \cdots(2.4.1)$$

$$\text{(Talmage-Fitch 法)} \quad H = \frac{V}{A} = \frac{S\tau}{A\rho_f} \left[ \frac{\rho_f}{\rho_p} + \frac{D_c - D_u}{k\tau} + D_\infty \right] \quad \cdots(2.4.2)$$

余裕を見込んで、これらの計算値に 0.5~2.0 m 加えたものを設計値とする。

## 2. 5 所要集泥動力[文献 15, 16]

円形シックナーのレーキ所要集泥動力  $P$  [W] の推算式について、Chelminski (チェルミンスキ) の式が知られている[文献 17]。理論集泥動力  $P_{th}$  [W] を集泥効率  $\eta_R$  [-] で除した所要動力に、排泥錐(すい)における消失動力  $P_u$  [W] を加えたものを、レーキ駆動部の機械効率  $\eta_M$  [-] で除して得られる。

$$P = \frac{(P_{th}/\eta_R) + P_u}{\eta_M} \quad \cdots(2.5.1)$$

$$P_{th} = \frac{Tg}{3} (f_2 \cos \beta - \sin \beta) \frac{D_T^3 + 0.5D_U^3 - 1.5D_U D_T^2}{D_T^2 - D_U^2} \quad \cdots(2.5.2)$$

$$\eta_R = \frac{f_2 \cot \beta - 1}{\psi \sin(\gamma + \phi) \left[ \cot \gamma + \frac{\sin(\gamma + \phi)}{\cos(\gamma + \phi) + 1/\psi} \right]} \quad \cdots(2.5.3)$$

$$\psi = \sqrt{f_2^2 \cot^2 \beta - \sin^2(\gamma + \phi) - \cos(\gamma + \phi)} \quad \dots(2.5.4)$$

$$f_1 = \tan \phi \quad \dots(2.5.5)$$

$$f_2 = \tan \theta \quad \dots(2.5.6)$$

ただし、 $D_T$ はシックナーの直径[m]、 $D_U$ は排泥錐の直径[m]、 $g$ は重力加速度[m/s<sup>2</sup>]、 $T$ は沈降槽に沈積している固体量[kg/s]。 $\beta$ はレーキの水平面に対する傾斜角[deg.]、 $\gamma$ は集泥腕(レーキアーム)と羽根のなす角の余角(よかく、直角90°から引いた分の角度)[deg.]、 $\phi$ はレーキの羽根によって与えられる合力とその垂直成分のなす角[deg.]、 $f_1$ は沈殿物と鋼板の摩擦係数であり、沈殿物を載せた鋼板を傾斜させて動き始めたときの角度 $\phi$ の正接(tan)。 $f_2$ は沈殿物相互の摩擦係数であり、沈殿物の安息角 $\theta$  [deg.]の正接。cot(コタンジェント)はtanの逆数(cotx=1/tanx)。

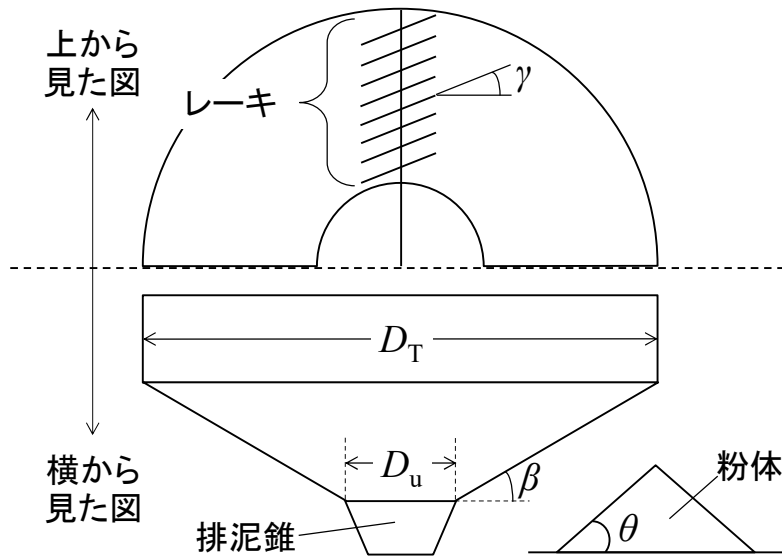


図 2.5.1 レーキ動力計算の説明図 [文献 15]

### 3. 設計計算

給泥量 $Q_f C_f$	50 t/h	集泥腕と羽根のなす角の余角 $\gamma$	30°
給泥中の固体濃度 $C_f (=C_0)$	183 kg/m <sup>3</sup>	鋼板上の沈殿物が流動し始める傾斜角 $\phi$	25°
排泥中の固体濃度 $C_u$	520 kg/m <sup>3</sup>	安息角 $\theta$	28°
固体処理量 $S$	給泥量に等しい	排泥錐(すい)の直径 $D_U$	1000 mm
沈積の固体量 $T$	給泥量に等しい	排泥錐における消失動力 $P_u$	100 W
泥漿中の液密度 $\rho_f$	1000 kg/m <sup>3</sup>	レーキ駆動部の機械効率 $\eta_M$	0.5
泥漿中の粒子密度 $\rho_p$	2600 kg/m <sup>3</sup>	重力加速度 $g$	9.81 m/s <sup>2</sup>
レーキの傾斜角 $\beta$	17.3°		

表 回分沈降試験データ(固体濃度  $C_0=183$  kg/m<sup>3</sup>) [文献 8]

沈降時間 $t$ [min]	0	15	30	60	105	180	285	720	1200	$\infty$
----------------	---	----	----	----	-----	-----	-----	-----	------	----------

界面高さ $h$ [cm]	36.0	32.4	28.5	21.0	14.7	12.4	11.6	9.8	8.8	7.7
---------------	------	------	------	------	------	------	------	-----	-----	-----

①回分沈降解析

( $t_L=60$  min の場合)

$$u_L=(h_i-h_L)/t_L=(33.4-21.0)/60=0.207 \text{ cm/min}=0.124 \text{ m/h}$$

$$C_L=C_0(h_0/h_i)=(183)(36.0/33.4)=197 \text{ kg/m}^3$$

$$A=(Q_f C_f / u_L)[(1/C_L)-(1/C_u)]=(50000 \text{ kg/h} / 0.124 \text{ m/h})[(1/197) \text{ m}^3/\text{kg} - (1/520) \text{ m}^3/\text{kg}]=1269 \text{ m}^2$$

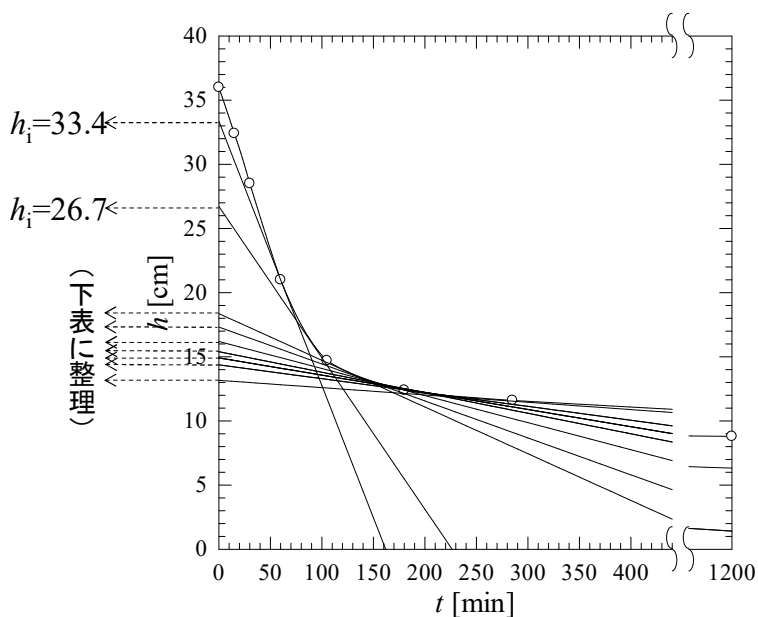


表 回分沈降曲線の解析結果

$t_L$ [min]	$h_L$ [cm]	$h_i$ [cm]	$u_L$ [cm/min]	$C_L$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$C_L u_L$ [kg/(m <sup>2</sup> ·min)]	$h_L - h_\infty$ [cm]	$A$ [m <sup>2</sup> ]
60	21.0	33.4	0.207	197	0.408	13.3	1269
90	16.1	26.7	0.118	247	0.290	8.4	1507
120	14.0	18.4	0.0367	358	0.131	6.3	1977
150	13.0	17.3	0.0287	381	0.109	5.3	2043
180	12.4	16.2	0.0211	407	0.0858	4.7	2116
200	12.2	15.4	0.0160	428	0.0684	4.5	2159
210	12.1	14.9	0.0133	442	0.0590	4.4	2116
220	12.0	14.4	0.0109	458	0.0499	4.3	2007
240	11.9	13.2	0.00542	499	0.0270	4.2	1239

②槽面積  $A$  [m<sup>2</sup>]

(Coe-Clevenger の図解法)

$$C_L u_L = Q_f C_f / A = 0.37$$

$$A = Q_f C_f / 0.37 = (50000 \text{ kg/h} / 60 \text{ min/h}) / 0.37 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{min}) = \boxed{2252 \text{ m}^2}$$

(Coe-Clevenger の計算法)

$$A = \boxed{2160 \text{ m}^2}$$

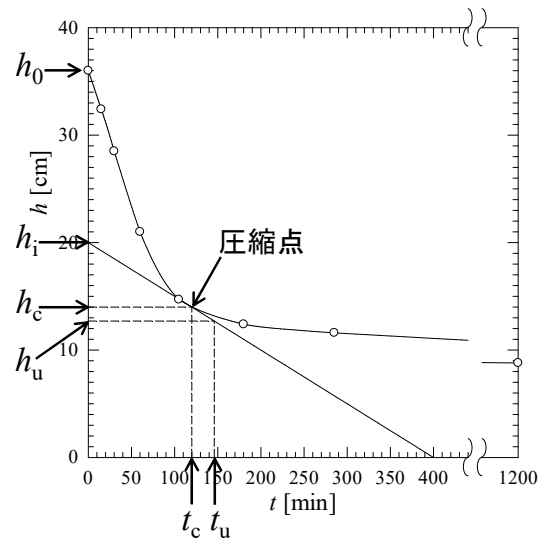
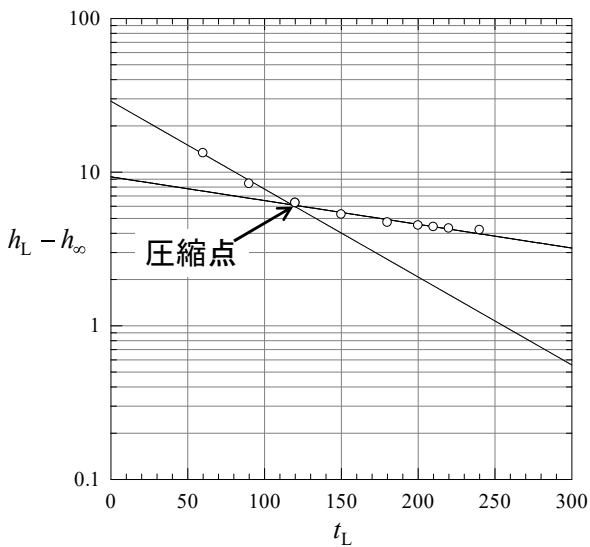
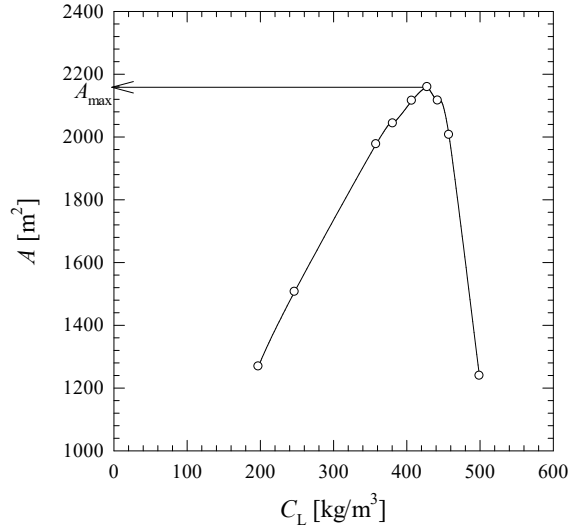
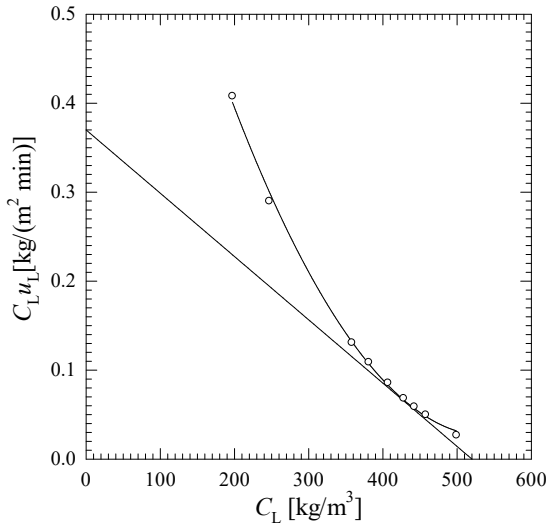
(Talmage-Fitch の方法)

$$t_c = 120 \text{ min}$$

$$h_u = C_0 h_0 / C_u = (183)(36) / 520 = 12.7 \text{ cm}$$

$$t_u = 146 \text{ min}$$

$$A = Q_f C_f t_u / (C_0 h_0) = (50000 \text{ kg/h} / 60 \text{ min/h})(146 \text{ min}) / [(183) \text{ kg/m}^3 (0.36) \text{ m}] = \boxed{1847 \text{ m}^2}$$



### ③槽径 $D_T$ [m]

$A$  値は、もっとも安全側にある Coe-Clevenger 図解法の結果を採用する。

$$D_T = (4A/\pi)^{0.5} = (4 \cdot 1847 / \pi)^{0.5} = [(4)(2252) / \pi]^{0.5} = 53.547 \text{ m} \approx \boxed{53.5 \text{ m}}$$

### ④槽容積 $V$ [m<sup>3</sup>]

(Coe-Clevenger 法)

$$\rho_{sl,f} = [1 - (C_f/\rho_p)]\rho_f + C_f = [1 - (183/2600)](1000) + 183 = 1112.6 \text{ kg/m}^3 \approx 1113 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{sl,c} = W_{sl,c} / V_{sl,c} = [\rho_{sl,f} A h_0 - \rho_f A (h_0 - h_c)] / (A h_c) = [\rho_{sl,f} h_0 - \rho_f (h_0 - h_c)] / h_c$$

$$\rho_{sl,c} = (1113)(36.0) - (1000)(36.0 - 14.0) / 14.0 = 1290 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{sl,u} = [1 - (C_u/\rho_p)]\rho_f + C_u = [1 - (520/2600)](1000) + 520 = 1320 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{sl,m}=(\rho_{sl,c}+\rho_{sl,u})/2=(1290+1320)/2=1305 \text{ kg/m}^3$$

$$V=S\tau(\rho_p-\rho_f)/[\rho_p(\rho_{sl,m}-\rho_f)]=(833.3)(146-120)(2600-1000)/[(2600)(1305-1000)]=\boxed{43.7 \text{ m}^3}$$

(Talmage-Fitch 法)

$$D_c=[(h_c/C_0h_0)-(1/\rho_p)]\rho_f=[\{14.0/(183)(36.0)\}-(1/2600)](1000)=1.740$$

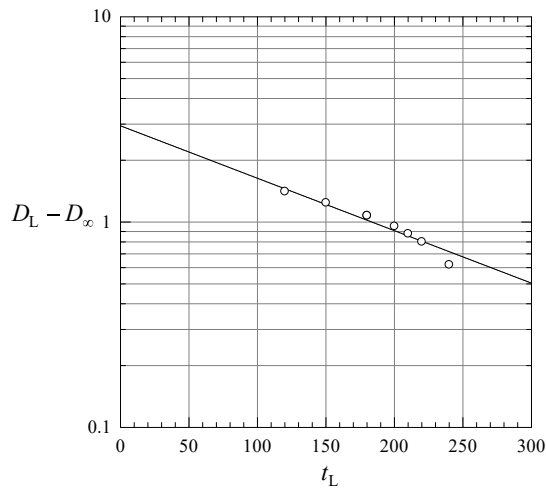
$$D_u=[(h_u/C_0h_0)-(1/\rho_p)]\rho_f=[\{12.7/(183)(36.0)\}-(1/2600)](1000)=1.543$$

Roberts 式の定義に基づき、圧縮脱水区間の傾きを読む。

$$k=-\ln(Y_1/A)/X_1=-\ln(0.5/2.9)/300=0.005859 \text{ min}^{-1}$$

$$V=(S\tau/\rho_f)[(\rho_f/\rho_p)+(D_c-D_u)/(k\tau)+D_\infty]$$

$$V=[(833.3)(146-120)/1000][(1000/2600)+(1.740-1.543)/\{(0.005859)(146-120)\}+1.00]=\boxed{58.0 \text{ m}^3}$$



### ⑤槽深 $H$ [m]

2 m の余裕を見込む。

(Coe-Clevenger 法)

$$H=2.00+V/A=2.00+(43.7/2252)=\boxed{2.02 \text{ m}}$$

(Talmage-Fitch 法)

$$H=2.00+V/A=2.00+(58.0/1847)=\boxed{2.03 \text{ m}}$$

### ⑥レーキの所要集泥動力 $P$ [kW]

$$\Psi=[f_2^2 \cot^2 \beta - \sin^2(\gamma+\phi)]^{0.5} - \cos(\gamma+\phi)=[\tan^2 \theta \tan^{-2} \beta - \sin^2(\gamma+\phi)]^{0.5} - \cos(\gamma+\phi)$$

$$\Psi=[(\tan 28^\circ)^2 (\tan 17.3^\circ)^{-2} - \{\sin(30^\circ+25^\circ)\}^2]^{0.5} - \cos(30^\circ+25^\circ)=0.9242$$

$$\eta_R=(f_2 \cot \beta - 1)/[\Psi \sin(\gamma+\phi) \{\cot \gamma + \sin(\gamma+\phi) / \{\cos(\gamma+\phi) + 1/\Psi\}\}]$$

$$\eta_R=[(\tan 28^\circ)(\tan 17.3^\circ)^{-1} - 1]/[(0.9242) \sin(30^\circ+25^\circ) \{(\tan 30^\circ)^{-1} + \sin(30^\circ+25^\circ) / \{\cos(30^\circ+25^\circ) + 1/0.9242\}\}]=0.4194$$

$$P_{th}=(Sg/3)(f_2 \cos \beta - \sin \beta)[D_T^3 + 0.5D_U^3 - 1.5D_U D_T^2]/(D_T^2 - D_U^2)$$

$$P_{th}=[(13.89 \text{ kg/s})(9.8)/3][(\tan 28^\circ)(\cos 17.3^\circ) - \sin 17.3^\circ][(53.5)^3 + (0.5)(1.0)^3 - (1.5)(1.0)(53.5)^2]/[(53.5)^2 - (1.0)^2]$$

$$P_{th}=500 \text{ W}$$

$$P=[(P_{th}/\eta_R) + P_u]/\eta_M=[(500/0.4194) + 100]/0.5=2584 \text{ W}=\boxed{2.58 \text{ kW}}$$

## 参考文献

[1] H.S. Coe and G.H. Clevenger; *Trans. Am. Inst. Min. Engrs.*, **55**, 356-384 (1916)

- [2] L.T. Work and A.S. Kohler; *Ind. Eng. Chem.*, **32**, 1329-1334 (1940)
- [3] E.J. Roberts; *Mining Eng.*, **1**, 61-64 (1949)
- [4] G.J. Kynch; *Trans. Faraday Soc.*, **48**, 166-176 (1952)
- [5] 大山義年; 化学工学Ⅱ, 岩波書店(1963), p.94(図 5.1)
- [6] 藤田重文, 東畑平一郎編; 化学工学Ⅱ(第2版)「機械的操作」, 東京化学同人(1972), 3.2章 沈殿濃縮(pp.158-171)
- [7] 井伊谷鋼一, 三輪茂雄; 改訂新版 化学工学通論Ⅱ, 朝倉書店(1982), 6.1章 沈降濃縮(pp.145-152)
- [8] 化学工学会編; 化学工学一解説と演習一(第3版), 槇書店(2006), 9章 固液分離(pp.243-250)
- [9] 吉田文武, 森 芳郎編; 詳論 化学工学Ⅰ「単位操作Ⅰ」, 朝倉書店(1962), 7・27～7・29章
- [10] 白戸紋平; 化学工学 機械的操作の基礎, 丸善(1980), 6.2.4章
- [11] 日本液体清澄化技術工業会編; ユーザーのための実用固液分離技術, 分離技術会(2010), 2.5章 粒子の沈降特性と Kynch の理論(pp.81-98)
- [12] 井出哲夫; 水処理工学(第2版), 技報堂出版(1990), 1.7章 沈殿濃縮(pp.30-41)
- [13] 今木清康; 粉体工学演習, コロナ社(1987), 8.2章 沈降濃縮槽装置(pp.194-196)
- [14] 大山義年; 化学工学Ⅱ, 岩波書店(1963), 第Ⅱ編5章 沈澱濃縮(pp.93-108)
- [15] 化学工学協会編; 化学工学便覧(新版), 丸善(1958), pp.726-727
- [16] 化学工学協会編; 解説 化学工学演習(第2版)下巻, 槇書店(1973), 2章6節 レーキの設計法(pp.75-82)
- [17] R. Chelminski; *Eng. Min. J.*, **153**, 89 (1952)

令和3(2021)年3月24日作成