

蒸 発

1. 単一蒸発缶

①**自然循環式** 外部供給された原料液は、**カランドリア**（加熱部）で加熱され、密度が小さくなる。一方、液面近傍や**ダウンテーク**（降液管）では、蒸発による気化熱や給液の加温によって熱を奪われる為、加熱部よりも液温は低く、密度は大きい。すなわち、密度の小さい加熱部の液は浮力を得て装置内を上昇し、密度の大きい加熱部以外の液は装置内を降下することから自然循環流が形成され、装置内の液が攪拌される。（**自然対流**～温度差が生じると密度差が生じて自然に流れが生じる。）その他、液の飛沫が蒸気に乗って装置の外へ飛び出さない様（**飛沫同伴**）、装置上部を高くしている。**垂直管型**は、標準型と呼ばれ、最も広く利用されている。液は、密度差によってダウンテークを降下し、カランドリア内の加熱管内側を上昇する。液は加熱管内で沸騰して蒸気と液の混相流となり、みかけの密度は小さくなる。加熱管の外側はスチームが流れており、自身が凝縮する際に生じる熱（**蒸発潜熱**）を液に与える。**水平管型**は、液深（えきしん）を低く取れる為、水圧上昇に伴う沸点上昇を小さくできる。加熱管の取り外しが容易。構造上、加熱管の外側（洗浄が厄介）が液に直接接触れる為、**スケーリング**や結晶化が起り易い液は不適。**バスケット型**は、加熱部の取り外しが可能であり、伝熱面の洗浄が容易である。

②**強制循環式** ポンプを設置して液の流動を良好にしており、伝熱係数が大きい（強制対流）。スケーリングや結晶化が起りやすい液、粘性の高い液に適用される。（蒸発が進むと、次第に溶質が濃縮され、液の粘度は高くなる。そうなると、液の流動が悪くなるので、伝熱係数が小さくなる。強制循環式であれば、その心配が少ない。）熱交換器を横にした水平管型もある。

③**液膜式** 加熱管の中で液が蒸発する。液の上昇に伴って沸騰が進み、蒸気量が増大する為、液は管壁に押し潰されて液膜の状態の上昇する。伝熱係数大。液は加熱管と短時間しか接触しない為、熱に弱い有機物に適する。スケールや結晶が析出しやすい物質には適さない（管の中が詰まる）。液膜を降下させる型式や、液膜を攪拌する型式もある。

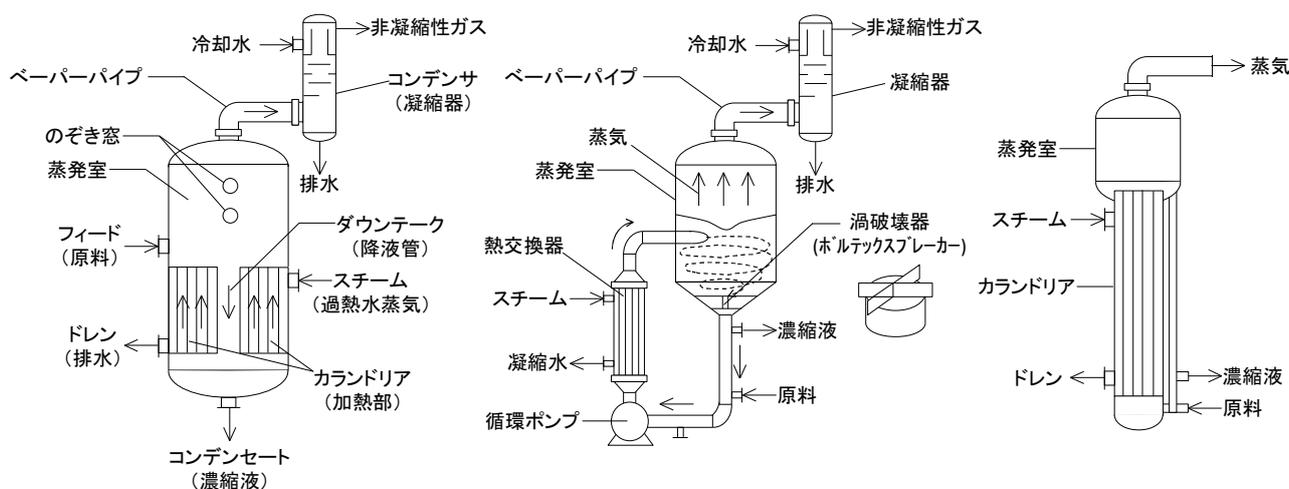


図 1.1 蒸発缶の例

左から 自然循環式(垂直管型)、強制循環式、液膜式

2. 沸点上昇

液体の表面では、分子の蒸発と凝縮が起こっており、一定温度で一定の蒸気圧を示す。蒸気圧の温度依存性は、蒸気圧曲線で整理される。純水に不揮発性物質としての溶質を溶存させると、蒸気圧が低下するため、水の沸点が上昇する。これを**沸点上昇**という。いま、純水の沸点が T_W [°C] であるとき、溶質溶存下における水溶液の沸点 T_B [K] は、沸点上昇 T_{BPR} [°C] を用いて次式で表される。(B.P.R. は、Boiling Pressure Rising の略。)

$$T_B = T_W + T_{BPR} \quad \dots(2.1)$$

純水の沸点と水溶液の沸点の間には比例関係が成り立つ。これを溶質濃度ごとに整理した **Dühring (デューリング) 線図** を用いることで、沸点上昇 T_{BPR} を図上で読み取ることができる。なお、沸点上昇 T_{BPR} は、液深(えきしん)の影響を受ける。すなわち、伝熱面が液面よりも距離 h だけ離れているとき、液面上の操作圧 p よりも水圧 $\Delta p = \rho gh$ だけ圧力が増大する。

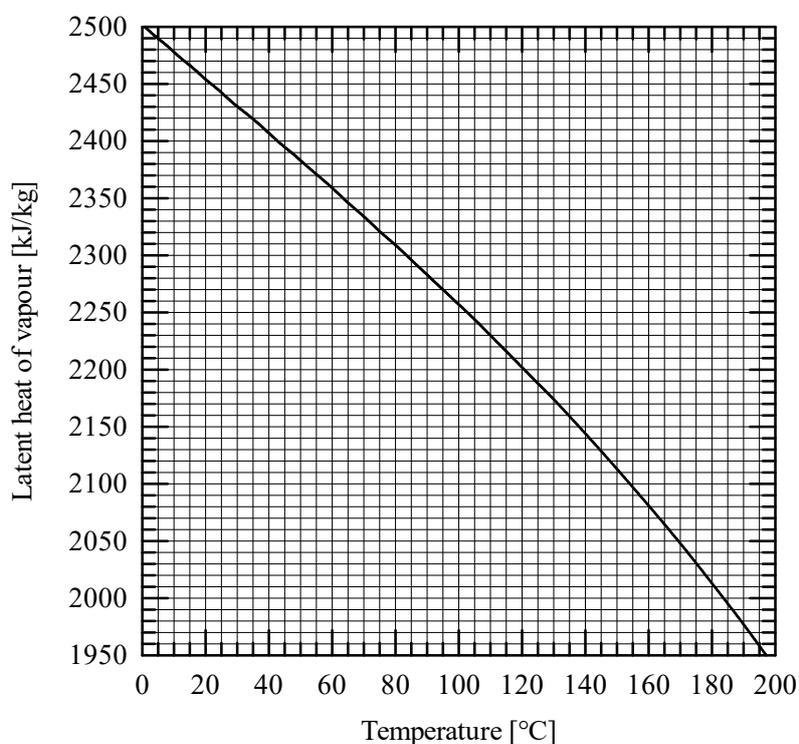


図 2.1 蒸発潜熱曲線 [文献 1]

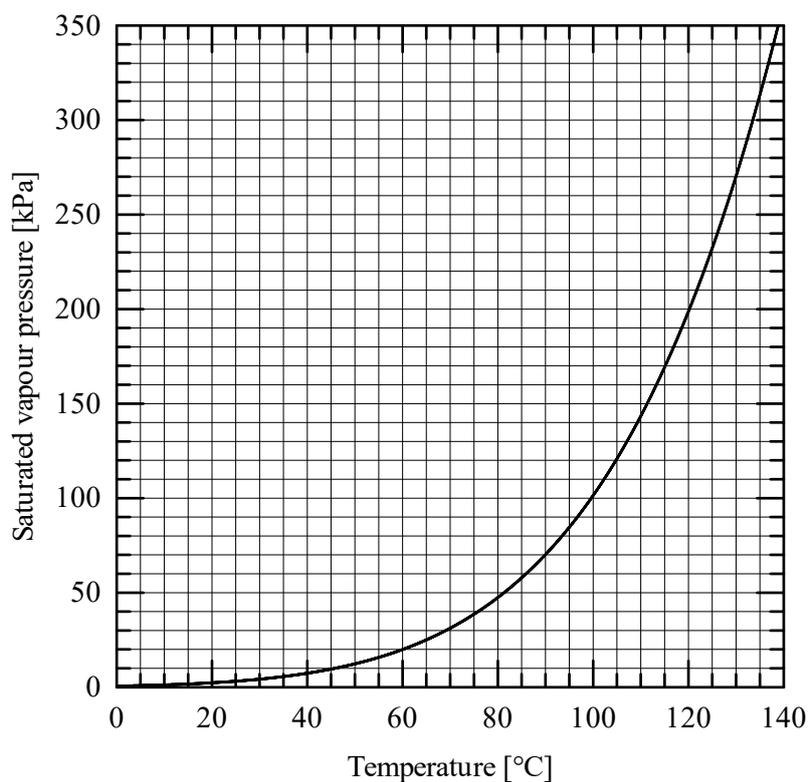


図 2.2 水の蒸気圧曲線 [文献 1]

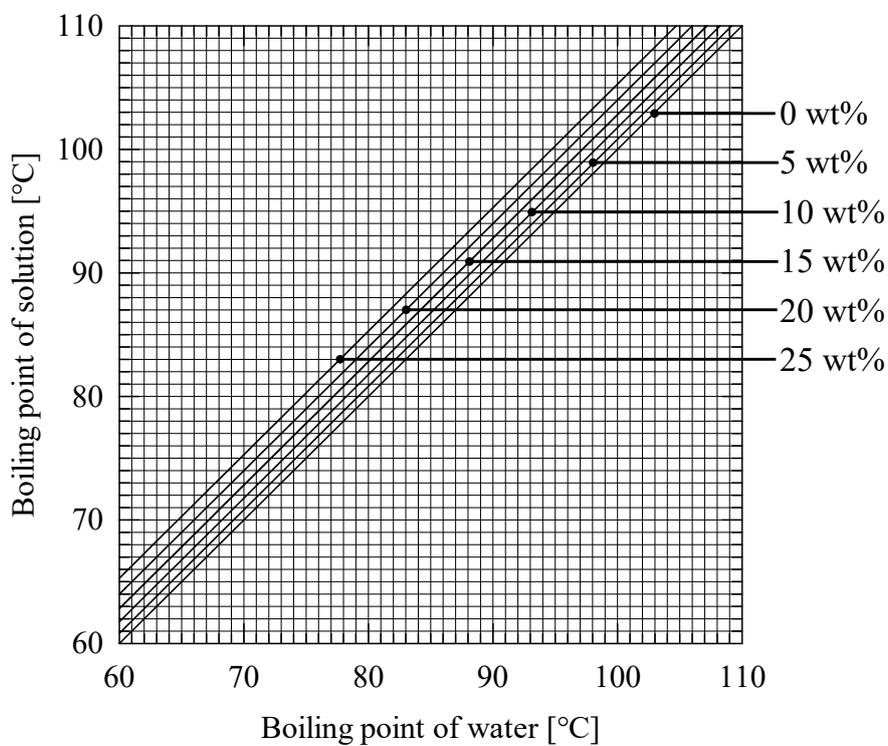


図 2.3 食塩水のデューリング線図 [文献 2]

- ①操作圧と水圧の和 $p+\Delta p$ における純水の沸点 T_w を蒸気圧曲線より読み取る。
- ②純水の沸点 T_w と溶液基準の溶質濃度[wt%]より水溶液の沸点 T_b をデューリング線図より読み取る。
- ③沸点上昇 $T_{BPR}=T_b-T_w$ を計算する。

3. 収支計算

3. 1 物質収支

単一蒸発缶における原液の供給量 F [kg/s](溶質の質量分率 x_F)、蒸発量 V [kg/s]、濃縮液の排出量 L [kg/s] (溶質の質量分率 x_L)、過熱水蒸気量(スチーム量) S [kg/s]、凝縮水量 C [kg/s] のとき、蒸発缶周りの全物質収支および成分物質収支は、それぞれ次式で表される。

$$\text{(全物質収支)} \quad F + S = V + L + C \quad [S = C] \quad \cdots(3.1.1)$$

$$\text{(成分物質収支)} \quad Fx_F = Lx_L \quad \cdots(3.1.2)$$

過熱水蒸気量 S と凝縮水量 C が等しいとき、上式より濃縮液量 L を消去すると、蒸発量 V を得る。

$$V = F \left(1 - \frac{x_F}{x_L} \right) \quad \cdots(3.1.3)$$

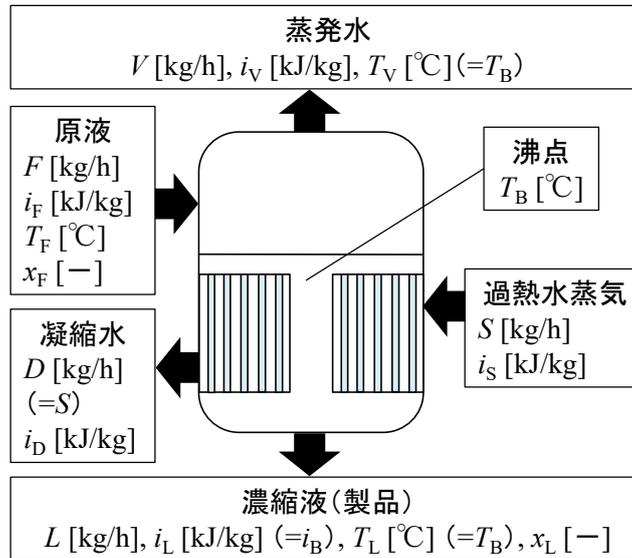


図 3. 1. 1 蒸発缶周りの物質収支と熱収支

3. 2 熱収支

単一蒸発缶における原液、蒸発水、濃縮液、過熱水蒸気、凝縮水の比エンタルピーをそれぞれ i_F 、 i_V 、 i_L 、 i_S 、 i_D [J/kg] と置くと、蒸発缶周りの熱収支式は、次式で表される。

$$Si_S + Fi_F = Si_D + Vi_V + Li_L \quad \cdots(3.2.1)$$

物質収支式を用いて L を消去すると、上式は次式のように変換される。

$$S(i_S - i_D) + Fi_F = Vi_V + (F - V)i_L \quad \cdots(3.2.2)$$

$$S(i_S - i_D) = F(i_L - i_F) + V(i_V - i_L) \quad \cdots(3.2.3)$$

濃縮液の温度 T_L [°C]は、内部液の沸点 T_B [°C]に等しく、ともに同一の液体であることから、上式の i_L を内部液の比エンタルピー i_B [J/kg]に置き換える。

$$S(i_S - i_D) = F(i_B - i_F) + V(i_V - i_B) \quad \cdots(3.2.4)$$

過熱水蒸気が内部液に与える凝縮熱 $(i_S - i_D)$ は、顕熱分と潜熱分の両方を含むが、顕熱に比して潜熱が十分に大きい為、過熱水蒸気の蒸発潜熱 λ_S [J/kg]にほぼ等しいと見なせる。

$$i_S - i_D \approx \lambda_S \quad \cdots(3.2.5)$$

相変化を伴わない場合の比エンタルピー差 $(i_B - i_F)$ は、原液の保有する顕熱に等しい。

$$i_B - i_F = C_p(T_B - T_F) \quad \cdots(3.2.6)$$

ただし、 C_p は比熱容量[J/(kg·°C)]、 T_F は原液の温度[°C]。

気液間の相変化過程における水の比エンタルピー差 $(i_V - i_B)$ は、顕熱分と潜熱分の両方を含むが、顕熱に比して潜熱が十分に大きい為、水の蒸発潜熱 λ_V [J/kg]にほぼ等しいと見なせる。

$$i_V - i_B \approx \lambda_V \quad \cdots(3.2.7)$$

上の3式を熱収支式に代入すると、過熱水蒸気量 S を得る。

$$S\lambda_S = FC_p(T_B - T_F) + V\lambda_V \quad \cdots(3.2.8)$$

$$S = \frac{FC_p(T_B - T_F) + V\lambda_V}{\lambda_S} \quad \cdots(3.2.9)$$

4. 伝熱計算

4. 1 総括伝熱係数

カランドリア内の伝熱管における伝熱量 Q [J/s]は、各部位の温度差を考慮して次のように表される。

$$\text{(外側境膜)} \quad T_o - T_{so} = \frac{Q}{h_o A_o} \quad \cdots(4.1.1)$$

$$\text{(外側スケール)} \quad T_{so} - T_{wo} = \frac{Q}{h_{so} A_{so}} \quad \cdots(4.1.2)$$

$$\text{(管壁)} \quad T_{wo} - T_{wi} = \frac{Q}{(k/l)A_{av}} \quad \cdots(4.1.3)$$

$$\text{(内側スケール)} \quad T_{wi} - T_{si} = \frac{Q}{h_{si} A_{si}} \quad \cdots(4.1.4)$$

$$\text{(内側境膜)} \quad T_{si} - T_i = \frac{Q}{h_i A_i} \quad \cdots(4.1.5)$$

ただし、 h は境膜伝熱係数[W/(m²·°C)]、 h_s は汚れ係数[W/(m²·°C)]、 k は熱伝導度[W/(m·°C)]、 l は管壁の厚み[m]、 A は伝熱面積[m²]、添え字 i は内側、添え字 o は外側、添え字 s はスケール、添え字 w は管壁。辺々加えると、伝熱管内側基準の伝熱面積 A_i [m²]を得る。

$$Q = \frac{T_o - T_i}{\frac{1}{h_o A_o} + \frac{1}{h_{so} A_{so}} + \frac{l}{k A_{av}} + \frac{1}{h_{si} A_{si}} + \frac{1}{h_i A_i}} \quad \cdots(4.1.6)$$

$$Q = \frac{T_o - T_i}{\frac{1}{A_i} \left[\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{si}} \left(\frac{A_i}{A_{si}} \right) + \frac{\ell}{k} \left(\frac{A_i}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{so}} \left(\frac{A_i}{A_{so}} \right) + \frac{1}{h_o} \left(\frac{A_i}{A_o} \right) \right]} \quad [\equiv U_i A_i \Delta T] \quad \cdots(4.1.7)$$

$$A_i = \frac{Q}{U_i \Delta T} \quad [\Delta T = T_o - T_i = T_S - T_B] \quad \cdots(4.1.8)$$

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{si}} \left(\frac{A_i}{A_{si}} \right) + \frac{\ell}{k} \left(\frac{A_i}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{so}} \left(\frac{A_i}{A_{so}} \right) + \frac{1}{h_o} \left(\frac{A_i}{A_o} \right) \quad \cdots(4.1.9)$$

スケール面積 A_{si} および A_{so} が伝熱面積 A_i および A_o に等しいと仮定するとき、上式は次式のようになる。

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{si}} + \frac{\ell}{k} \left(\frac{A_i}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{so}} \left(\frac{A_i}{A_o} \right) + \frac{1}{h_o} \left(\frac{A_i}{A_o} \right) \quad [A_{si} = A_i, A_{so} = A_o] \quad \cdots(4.1.10)$$

伝熱管を直円管とみなすと、次式が成り立つ。

$$A_i = 2\pi r_i = \pi D_i \quad \cdots(4.1.11)$$

$$A_o = 2\pi r_o = \pi D_o \quad \cdots(4.1.12)$$

$$A_{av} = 2\pi r_{av} = \pi D_{av} \quad \cdots(4.1.13)$$

ただし、 r は伝熱管半径[m]、 D は直径[m]。

上の3式を $1/U_i$ の式に代入すると、伝熱管内側基準の総括伝熱係数 U_i [W/(m²・°C)] を得る。

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{si}} + \frac{\ell}{k} \left(\frac{D_i}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{so}} \left(\frac{D_i}{D_o} \right) + \frac{1}{h_o} \left(\frac{D_i}{D_o} \right) \quad \left[D_{av} = \frac{D_i + D_o}{2} \right] \quad \cdots(4.1.14)$$

寸法比を1に近似する場合は、次式が導かれる。

$$\boxed{\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{si}} + \frac{\ell}{k} + \frac{1}{h_{so}} + \frac{1}{h_o}} \quad [U = U_i, D_i/D_{av} \approx 1, D_i/D_o \approx 1]$$

同様に、伝熱管外側基準の伝熱面積 A_o [m²] および総括伝熱係数 U_o [W/(m²・°C)] を得る。

$$Q = \frac{T_o - T_i}{\frac{1}{h_o A_o} + \frac{1}{h_{so} A_{so}} + \frac{\ell}{k A_{av}} + \frac{1}{h_{si} A_{si}} + \frac{1}{h_i A_i}} \quad \cdots(4.1.6)$$

$$Q = \frac{T_o - T_i}{\frac{1}{A_o} \left[\frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_{so}} \left(\frac{A_o}{A_{so}} \right) + \frac{\ell}{k} \left(\frac{A_o}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{si}} \left(\frac{A_o}{A_{si}} \right) + \frac{1}{h_i} \left(\frac{A_o}{A_i} \right) \right]} \quad [\equiv U_o A_o \Delta T] \quad \cdots(4.1.15)$$

$$A_o = \frac{Q}{U_o \Delta T} \quad [\Delta T = T_o - T_i = T_S - T_B] \quad \cdots(4.1.16)$$

$$\frac{1}{U_o} = \frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_{so}} + \frac{\ell}{k} \left(\frac{A_o}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{si}} \left(\frac{A_o}{A_i} \right) + \frac{1}{h_i} \left(\frac{A_o}{A_i} \right) \quad [A_{si} = A_i, A_{so} = A_o] \quad \cdots(4.1.17)$$

$$\frac{1}{U_o} = \frac{1}{h_o} + \frac{1}{h_{so}} + \frac{\ell}{k} \left(\frac{D_o}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{si}} \left(\frac{D_o}{D_i} \right) + \frac{1}{h_i} \left(\frac{D_o}{D_i} \right) \quad \left[D_{av} = \frac{D_i + D_o}{2} \right] \quad \cdots(4.1.18)$$

$$\boxed{\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{si}} + \frac{\ell}{k} + \frac{1}{h_{so}} + \frac{1}{h_o}} \quad [U = U_o, D_o/D_{av} \approx 1, D_o/D_i \approx 1]$$

伝熱量 Q は、熱収支により導かれる過熱水蒸気量の式を用いて次式で表される。

$$Q = \lambda_S S = FC_p (T_B - T_F) + V \lambda_v \quad \cdots(4.1.19)$$

ただし、 λ_s は過熱水蒸気の蒸発潜熱[J/kg]、 S は過熱水蒸気量[kg/s]。

上式は、過熱水蒸気の凝縮熱 $\lambda_s S$ が液の加熱(顕熱) $FC_p(T_B - T_F)$ と蒸発によって奪われる熱(潜熱) $\lambda_s S$ に消費されることを表している。

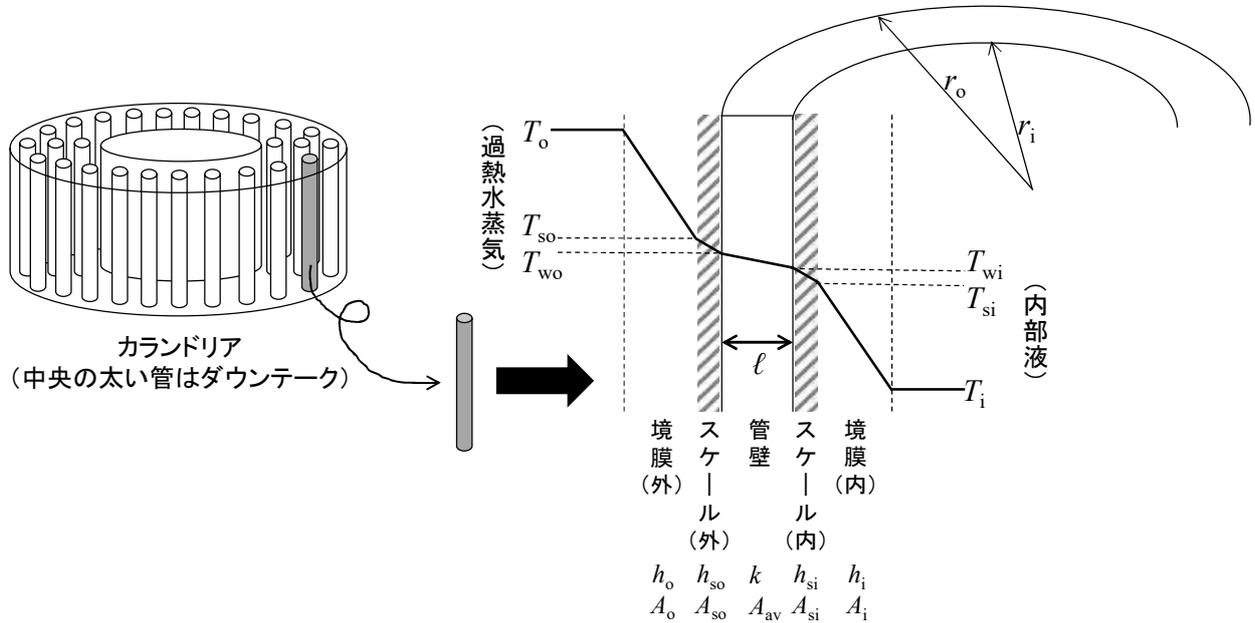


図 4.1.1 加熱管内の温度分布

(加熱管の内側を低温の液が流れ、外側を高温の水蒸気が流れる。)

4. 2 境界膜伝熱係数

4.2.1 相変化が起こらない場合

(ア)乱流の場合($Re > 10000$)は、Sieder-Tate(シーダー・テート)の式を用いる。【文献 3】

$$\frac{hD}{k} = 0.023 \left(\frac{DG}{\mu} \right)^{0.8} \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(4.2.1.1)$$

ただし、 C_p は比熱容量[J/(kg·K)]、 D は管径[m]、 G は質量流束[kg/(m²·s)]($=\rho u$)、 h は境界膜伝熱係数[W/(m²·K)]、 k は熱伝導度[W/(m·K)]、 μ は粘度[Pa·s]、 μ_w は壁面温度における粘度[Pa·s]。指数項は、原報では 0.027 になっている。【文献 3】

(イ)層流の場合($Re < 2100$)は、Sieder-Tate の修正式を用いる。

$$\frac{hD}{k} = 1.86 \left(\frac{DG}{\mu} \right)^{1/3} \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left(\frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(4.2.1.2)$$

層流の場合は、円管形状(管径 D と管長 L)の影響が大きくなる。

(ウ)遷移流の場合($2100 < Re < 10000$)は、Hausen(ハウゼン)の式を用いる。【文献 4】

$$\frac{hD}{k} = 0.116 \left[\left(\frac{DG}{\mu} \right)^{2/3} - 125 \right] \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left[1 + \left(\frac{D}{L} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(4.2.1.3)$$

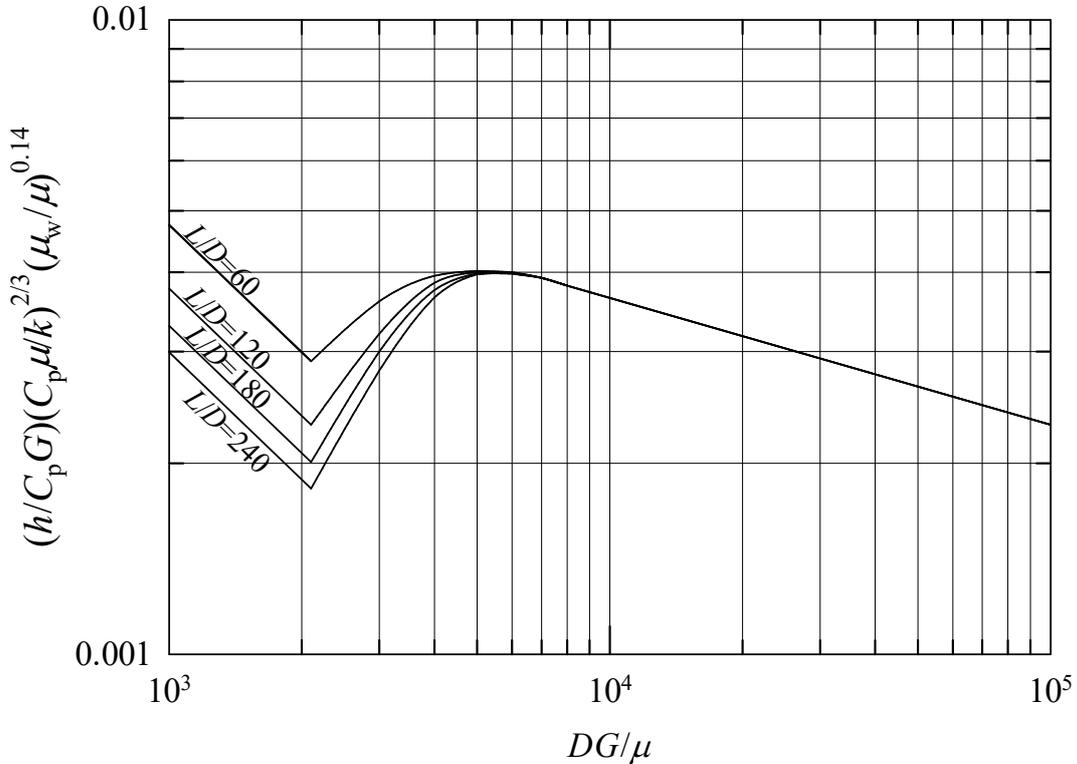


図 4.2.1.1 円管内流れにおける境膜伝熱係数

4.2.2 相変化が起こる場合

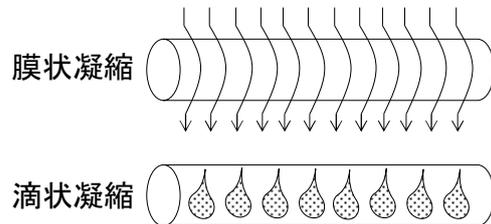
凝縮伝熱機構には、壁面が凝縮液膜で覆われて流下する膜状凝縮と、壁面に多数発生した液滴が流下する滴状凝縮がある。ここでは、膜状凝縮伝熱に基づくものとする。凝縮液膜のレイノルズ数 Re_f は、次式で表される。

$$Re_f = \frac{D(W_{cl}/A_{wet})}{\mu_{cl}} \quad \dots(4.2.2.1)$$

$$Re_f = \frac{(4A_{wet}/l_{wet})(W_{cl}/A_{wet})}{\mu_{cl}} \quad \dots(4.2.2.2)$$

$$Re_f = \frac{4W_{cl}/l_{wet}}{\mu_{cl}} \quad \dots(4.2.2.3)$$

$$\boxed{Re_f = \frac{4\Gamma}{\mu_{cl}}} \quad \dots(4.2.2.4)$$



ただし、 A_{wet} はぬれ面積[m²]、 D は管径[m]、 l_{wet} はぬれ辺長[m]、 W_{cl} は凝縮量[kg/s]、 Γ (ガンマ)はぬれ辺長あたりの凝縮量[kg/(m・s)]、 μ_{cl} は凝縮温度における凝縮液の粘度[Pa・s]。

垂直管と水平管の別、管内凝縮と管外凝縮の別で推算式が異なる。

$$\text{(垂直管(管内及び管外凝縮); } Re < 2100) \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 1.88 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \left[\Gamma = \frac{W_{cl}}{\pi DN_T} \right] \quad \dots(4.2.2.5)$$

$$\text{(垂直管(管内及び管外凝縮); } Re > 2100) \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 0.0077 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{0.4} \left[\Gamma = \frac{W_{cl}}{\pi DN_T} \right] \quad \dots(4.2.2.6)$$

$$\text{(水平管(管内凝縮))} \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 1.51 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \left[\Gamma = \frac{W_{cl}}{L} \right] \quad \dots(4.2.2.7)$$

水平管が上下に N_R 段配列されている場合は、 h に $N_R^{-1/4}$ を乗じる。

多管式熱交換器のように段の集合が複数存在する場合は、中央段に配列されている本数の3分の2を N_R にとる。【文献5】

ただし、 g は重力加速度[m/s²]、 h は凝縮伝熱係数[W/(m²·s)]、 N_R はある段に配列されている伝熱管の本数[-]、 N_T は伝熱管の全本数[-]、 k_{cl} と ρ_{cl} は凝縮温度における凝縮液の熱伝導度[W/(m·K)]と密度[kg/m³]、 ρ_v は凝縮温度における蒸気密度[kg/m³]。各推算式の左辺を凝縮数という。なお、垂直管式の係数 1.88 について、Nusselt(ヌッセルト)の理論式では 1.47 であり、実用的には 1.28 倍した 1.88 を用いる。【文献6】

4. 3 汚れ係数

蒸発操作を続けていると、溶液中の難溶性成分である硫酸カルシウム、炭酸カルシウム、水酸化マグネシウム等のスケール(缶石)が伝熱面上に析出し、伝熱効率が低下する。この異常現象をスケールリングという。装置の運転を定期的に停止して、物理的に削り落とすか、酸や有機溶媒でスケールを洗浄する。スケール部位の伝熱係数や関係式についてはよく分かっていない。実測値、または経験的な値を用いる。

5. 構造設計

5. 1 伝熱面積

蒸発缶の所要伝熱面積 A [m²]は、過熱水蒸気(スチーム)の温度 T_s [°C]を用いて次式で表される。

$$A = \frac{Q}{U(T_s - T_B)} \quad [T_B = T_w + T_{BPR}] \quad \dots(5.1.1)$$

境膜伝熱係数の推算には、円管内伝熱の式を用いる。

伝熱管の長さ L [m]は、次式で与えられる。

$$L = \frac{A}{\pi DN} \quad \dots(5.1.2)$$

ただし、 D は伝熱管径[m]、 N は伝熱管本数[-]。

5. 2 蒸発缶径【文献7,8】

蒸発缶径 D_E [m]は、許容蒸気速度 G_V [kg/(m²・s)]を用いて次式より求める。

$$D_E = \sqrt{\frac{4V}{\pi G_V}} \quad \cdots(5.2.1)$$

許容蒸気速度 G_V は、気液分離器(ノックアウトドラム)と同じ要領で設計できるが、ここでは簡便のため、三石らが報告している次式で概算する。[文献 9-11]

$$D.F. = \frac{\text{原料溶液に含まれる溶質の濃度}}{\text{発生蒸気の凝縮液に含まれる溶質の濃度}} \quad \cdots(5.2.2)$$

除染係数 $D.F.$ (Decontamination Factor)[－]は、発生蒸気による液滴の飛沫同伴量を表す指標であり、値が高い程(分母の値が小さく抑えられる程)、装置性能が高い。工業的には、蒸発缶上部に飛沫同伴防止装置を付設して発生蒸気と液滴を気液分離し、飛沫同伴を防止している。

除染係数と許容蒸気速度の関係式は、次式で与えられる。

$$\text{(大型蒸発缶)} \quad D.F. = 1.7 \times 10^5 (G_V/200)^{-1.20} \quad \text{ただし} \quad 200 < G_V < 2000 \quad \cdots(5.2.3)$$

$$\text{(小型蒸発缶)} \quad D.F. = 1.7 \times 10^5 (G_V/200)^{-0.65} \quad \text{ただし} \quad 40 < G_V < 3000 \quad \cdots(5.2.4)$$

ただし、 G_V の単位 [kg/(m²・h)]である。設計上、 $D.F.=10000$ が目安となる。[文献 12, 13]

伝熱管を一辺 P [m]の間隔(ピッチという)で正三角形に配置する場合、カランドリアの断面積 S_C [m²]は、ダウンテークの断面積 S_D [m²]を用いて次式が成り立つ。

$$S_C = NP^2 \sin 60^\circ + S_D \quad \cdots(5.2.5)$$

上式よりカランドリア径 D_C [m]を得る。

$$D_C = \sqrt{\frac{4(NP^2 \sin 60^\circ + S_D)}{\pi}} \quad \cdots(5.2.6)$$

ダウンテークの断面積 S_D [m²]は、経験的に伝熱管内径の全断面積の40～50%を採用する。

ベーパーパイプ(缶上部の太い管)径 D_V [m]は、次式で推算される。

$$D_V = \sqrt{\frac{4V}{\pi \rho_V u_V}} \quad \cdots(5.2.7)$$

ただし、 u_V は蒸気流速[m/s]であり、下表が目安となる。

表 5.1 発生蒸気の飽和温度と蒸気流速の関係 [文献 8]

発生蒸気の飽和温度	蒸気流速
40°C	65 m/s
60°C	50 m/s
80°C	40 m/s
100°C	35 m/s

6. 運転時間 [文献 14, 15]

蒸発操作時間の経過に伴い、スケーリングによる伝熱面の汚れが進むと、総括伝熱係数 U が小さくなり、蒸発能力は低下する。したがって、ある時間で蒸発缶の運転を停止し、洗缶を行う必要がある。洗缶までの所要熱量 Q_c [J]の時間微分を用いると、伝熱速度は次式で表される。

$$\frac{dQ_c}{d\theta} = UA\Delta T \quad \cdots(6.1)$$

ただし、 ΔT は過熱水蒸気と溶液沸点の温度差($T_s - T_B$)[$^{\circ}\text{C}$]、 θ は時間[s]。
伝熱抵抗 $1/U$ が所要熱量 Q_c に比例すると仮定すると、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{U_0} + \alpha Q_c \quad \cdots(6.2)$$

ただし、 U_0 は操作開始時の総括伝熱係数[$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$]、 α は定数。
総括伝熱係数 U と所要熱量 Q_c を時間 θ の関数とみなし、上式を θ で微分する。

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{U} \right) = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{U_0} + \alpha Q_c \right) \quad \cdots(6.3)$$

$$\frac{d}{dU} \left(\frac{1}{U} \right) \frac{dU}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{U_0} \right) + \alpha \left(\frac{dQ_c}{d\theta} \right) \quad \cdots(6.4)$$

$$-\frac{1}{U^2} \left(\frac{dU}{d\theta} \right) = 0 + \alpha \left(\frac{dQ_c}{d\theta} \right) \quad \cdots(6.5)$$

$$-\frac{dU}{U^2} = \alpha dQ_c \quad \cdots(6.6)$$

最初の式を用いて dQ_c の項を消去すると、総括伝熱係数の時間依存式が導かれる。

$$-\frac{dU}{U^2} = \alpha UA\Delta T d\theta \quad \cdots(6.7)$$

$$\int_{U_0}^U -\frac{dU}{U^3} = \alpha A\Delta T \int_0^{\theta} d\theta \quad \cdots(6.8)$$

$$\left[-\frac{U^{-3+1}}{-3+1} \right]_{U_0}^U = \alpha A\Delta T \theta \quad \cdots(6.9)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{U^2} - \frac{1}{U_0^2} \right) = \alpha A\Delta T \theta \quad \cdots(6.10)$$

$$\frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_0^2} + 2\alpha A\Delta T \theta \quad \cdots(6.11)$$

$$\boxed{\frac{1}{U^2} = b + a\theta} \quad [a \equiv 2\alpha A\Delta T, b \equiv 1/U_0^2] \quad \cdots(6.12)$$

最初の式に代入して U を消去する。

$$\frac{dQ_c}{d\theta} = \frac{1}{\sqrt{b+a\theta}} A\Delta T \quad \cdots(6.13)$$

$$\int_0^{Q_c} dQ_c = A\Delta T \int_0^{\tau} \frac{1}{\sqrt{b+a\theta}} d\theta \quad \cdots(6.14)$$

$$Q_c = A\Delta T \int_0^\tau (b+a\theta)^{-1/2} d\theta \quad \cdots(6.15)$$

$$Q_c = A\Delta T \left[\frac{1}{(b+a\theta)'} \frac{(b+a\theta)^{-1/2+1}}{-(1/2)+1} \right]_0^\tau \quad \cdots(6.16)$$

$$Q_c = \frac{2A\Delta T}{a} (\sqrt{b+a\tau} - \sqrt{b}) \quad \cdots(6.17)$$

1日 n 回の運転を計画する場合、1日あたりの所要熱量 Q_d [J/d]は、次式で表される。

$$Q_d = nQ_c \quad \cdots(6.18)$$

1回の洗缶に要する時間が θ_w [h]であるとき、1日あたりの運転回数 n [1/d]は、次式で表される。

$$n = \frac{24}{\tau + \theta_w} \quad \cdots(6.19)$$

Q_d の式に n の式と Q_c の式を代入する。

$$Q_d = \frac{48A\Delta T}{a} \left(\frac{\sqrt{b+a\tau} - \sqrt{b}}{\tau + \theta_w} \right) \quad \cdots(6.20)$$

1日あたりの蒸発量 E [kg/d]は、上式を水の蒸発潜熱 λ_v [J/kg]で除して導かれる。

$$E = \frac{48A\Delta T}{a\lambda_v} \left(\frac{\sqrt{b+a\tau} - \sqrt{b}}{\tau + \theta_w} \right) \quad \cdots(6.21)$$

洗缶までの運転時間 τ [h]は、蒸発量 E [kg/d]が極大となる点を選ぶ。

$$\frac{dE}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \left[\frac{48A\Delta T}{a\lambda_v} \left(\frac{\sqrt{b+a\tau} - \sqrt{b}}{\tau + \theta_w} \right) \right] = 0 \quad \cdots(6.22)$$

$$\frac{d}{d\tau} \left[\frac{48A\Delta T}{a\lambda_v} \left(\frac{\sqrt{b+a\tau} - \sqrt{b}}{\tau + \theta_w} \right) \right] = 0 \quad \cdots(6.23)$$

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\sqrt{b+a\tau} - \sqrt{b}}{\tau + \theta_w} \right) = 0 \quad \cdots(6.24)$$

$$\frac{(\sqrt{b+a\tau} - \sqrt{b})'(\tau + \theta_w) - (\sqrt{b+a\tau} - \sqrt{b})(\tau + \theta_w)'}{(\tau + \theta_w)^2} = 0 \quad \cdots(6.25)$$

$$[(1/2)(b+a\tau)^{-1/2}(b+a\tau)'](\tau + \theta_w) - (\sqrt{b+a\tau} - \sqrt{b})(1) = 0 \quad \cdots(6.26)$$

$$(a/2)(b+a\tau)^{-1/2}(\tau + \theta_w) - \sqrt{b+a\tau} + \sqrt{b} = 0 \quad \cdots(6.27)$$

$$\frac{(a/2)(\tau + \theta_w) - (b+a\tau) + \sqrt{b}(\sqrt{b+a\tau})}{\sqrt{b+a\tau}} = 0 \quad \cdots(6.28)$$

$$\sqrt{b}(\sqrt{b+a\tau}) - (a/2)\tau + (a\theta_w/2 - b) = 0 \quad \cdots(6.29)$$

$$2\sqrt{b}(\sqrt{b+a\tau}) - a\tau + (a\theta_w - 2b) = 0 \quad \cdots(6.30)$$

$$2\sqrt{b}(\sqrt{b+a\tau}) = a\tau + (2b - a\theta_w) \quad \cdots(6.31)$$

$$4b(\sqrt{b+a\tau})^2 = [a\tau + (2b - a\theta_w)]^2 \quad \cdots(6.32)$$

$$4b(b+a\tau) = a^2\tau^2 + 2a(2b - a\theta_w)\tau + (2b - a\theta_w)^2 \quad \cdots(6.33)$$

$$4b^2 + 4ab\tau = a^2\tau^2 + 2a(2b - a\theta_w)\tau + (2b - a\theta_w)^2 \quad \cdots(6.34)$$

$$4b^2 + 4ab\tau = a^2\tau^2 + (4ab - 2a^2\theta_w)\tau + (4b^2 - 4ab\theta_w + a^2\theta_w^2) \quad \cdots(6.35)$$

$$0 = a^2\tau^2 - 2a^2\theta_w\tau + (-4ab\theta_w + a^2\theta_w^2) \quad \cdots(6.36)$$

$$a\tau^2 - 2a\theta_w\tau + (a\theta_w^2 - 4b\theta_w) = 0 \quad \cdots(6.37)$$

$$\tau = \frac{2a\theta_w \pm \sqrt{4a^2\theta_w^2 - 4a(a\theta_w^2 - 4b\theta_w)}}{2a} \quad \cdots(6.38)$$

$$\tau = \frac{2a\theta_w \pm \sqrt{16ab\theta_w}}{2a} \quad \cdots(6.39)$$

$$\tau = \theta_w \pm \sqrt{\frac{4b\theta_w}{a}} \quad \cdots(6.40)$$

7. 多重効用蒸発

数基の蒸発缶を直列に連結し、蒸発缶ごとの操作圧を順次下げると、沸点も順次下がる。前の缶の発生蒸気をスチームの代わりとし、その潜熱で次の缶の液を加熱する。そうすることで、スチーム製造に用いるボイラーを蒸発缶ごとに設置する必要がなくなる。蒸発缶の数を増やす程熱を有効利用できるが、増設にかかる費用も考慮する必要がある。多重効用蒸発法における給液操作には、次の4方式がある。

- ①順流操作 原液の温度が高い場合に有利である。第1缶の温度が高い為、原液の予熱にかかるエネルギーが少なく済む。第1缶から第2缶へは、発生蒸気が高压側から低压側へ自然に流れる。
- ②逆流操作 原液の温度が低い場合に有利である。第3缶の温度が低く、かつ低压であること、また第3、第2、第1缶の順に温度が高くなる為、比較的低温である原液の蒸発に適している。
- ③並流操作 原液に含まれる溶質の初期濃度が高い場合に有利である。減圧や加熱を徹底しなくても濃縮しやすい状態なので、原液を各缶に分割して送液することで、生産性を高めることができる。
- ④錯流操作 液の流れが複雑であり、あまり用いられない。順流操作と逆流操作を組み合わせることで、それぞれの長所を利用することができる。

多重効用蒸発缶の設計計算については、各缶における物質収支、熱収支、伝熱速度を立式して連立方程式を解く。例えば、3重効用缶の場合は、次の通りとなる。

①物質収支

$$\text{全体} : V_1 + V_2 + V_3 = F(1 - x_F/x_{L3}) \quad \cdots(7.1)$$

$$\text{第1缶} : V_1 = F(1 - x_F/x_{L1}) \quad \cdots(7.2)$$

$$\text{第2缶} : V_2 = (F - V_1)(1 - x_{L1}/x_{L2}) \quad \cdots(7.3)$$

$$\text{第3缶} : V_3 = (F - V_1 - V_2)(1 - x_{L2}/x_{L3}) \quad \cdots(7.4)$$

②熱収支

$$\text{第1缶} : Q_1 = S\lambda_s = FC_{pF}(T_{B1} - T_F) + V_1\lambda_1 \quad \cdots(7.5)$$

$$\text{第2缶} : Q_2 = V_1\lambda_1 = (F - V_1)C_{p1}(T_{B2} - T_{B1}) + V_2\lambda_2 \quad \cdots(7.6)$$

$$\text{第3缶} : Q_3 = V_2\lambda_2 = (F - V_1 - V_2)C_{p2}(T_{B3} - T_{B2}) + V_3\lambda_3 \quad \cdots(7.7)$$

ただし、 $C_{pF} = C_{p1} = C_{p2} = C_p$ および $\lambda_s = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ をそれぞれ仮定する。

③伝熱速度

$$\text{第1缶} : Q_1 = U_1A_1(T_S - T_{B1}) \quad \cdots(7.8)$$

第2缶： $Q_2=U_2A_2(T_{B1}-T_{B2})$ …(7.9)

第3缶： $Q_3=U_3A_3(T_{B2}-T_{B3})$ …(7.10)

ただし、 $A_1=A_2=A_3=A$ を仮定する。

いま、求めるべき未知数は7つ($A, T_{B1}, T_{B2}, V_1, V_2, V_3, S$)であることから、全体の物質収支式と3つの熱収支式と3つの伝熱速度式の7元1次連立方程式を解く。既知の数値を与式に代入し、計算機を用いて未知数の数値解を求める。

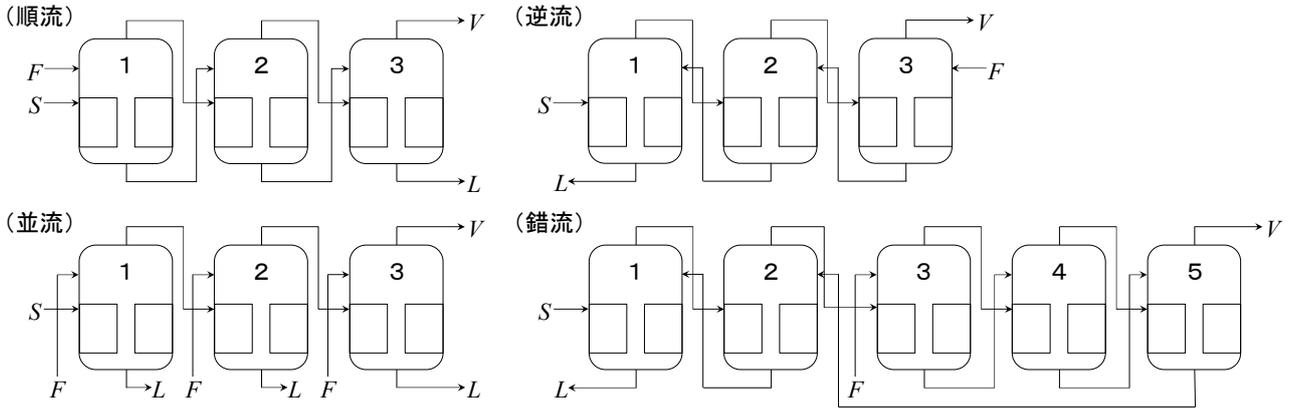
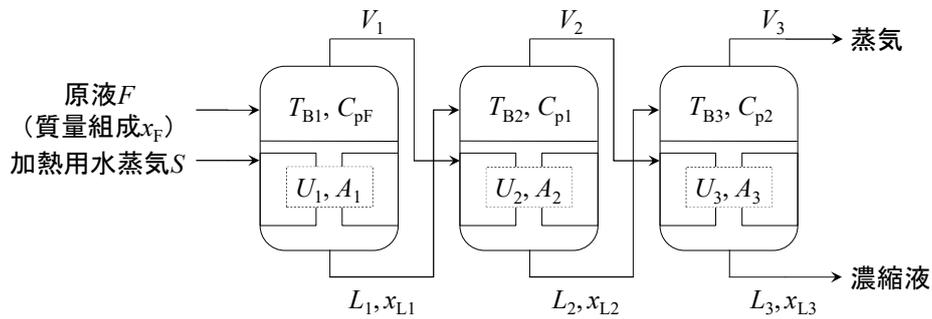


図 7.1 多重効用蒸発缶の給液操作 [文献 16]



$\lambda=$	2200000	$A=$	22.8	式(1)の残差の平方=	49
$Cp=$	4200	$TB1=$	100.5	式(5)の残差の平方=	0
$U1=$	2300	$TB2=$	84.9	式(6)の残差の平方=	0
$U2=$	1700	$V1=$	0.276	式(7)の残差の平方=	17
$U3=$	1200	$V2=$	0.309	式(8)の残差の平方=	7
$F=$	1.40	$V3=$	0.348	式(9)の残差の平方=	2
$xF=$	0.100	$VS=$	0.464	式(10)の残差の平方=	23
$xL3=$	0.300			残差の合計=	98
$TF=$	30.0				
$TB3=$	60.0				
$TS=$	120				

図 7.2 7元1次連立方程式の数値解 ($\lambda \sim T_s$ の値は既知) [文献 17]

8. 設計計算

装置型式	自然循環式垂直管型単一蒸発缶	スチーム凝縮水の粘度 μ_{cl}	0.205 mPa·s
原料	食塩水	スチーム凝縮水の熱伝導度 k_{cl}	0.64 W/(m·K)
原料の供給速度 F	240 t/d	伝熱管内側の液流速 u	1 m/s
原料の温度 T_F	30°C	伝熱管の熱伝導度 k	20 W/(m·K)
原料の濃度 x_F	5 wt%	粘度補正項 μ/μ_w	1
濃縮液の濃度 x_L	20 wt%	伝熱管径	25A
飽和スチームの温度 T_S	凝縮水温度に等しい	伝熱管本数 N_T	700
飽和スチームの圧力 P_S	270 kPa	伝熱管のピッチ P	70 mm
蒸発室内の操作圧 P_V	50 kPa	内側汚れ係数 h_{si}	5000 W/(m ² ·K)
伝熱管内を流れる液の密度 ρ_L	980 kg/m ³	外側汚れ係数 h_{so}	10000 W/(m ² ·K)
伝熱管内を流れる液の粘度 μ_L	0.64 mPa·s	除染係数 $D.F.$	10000
伝熱管内を流れる液の比熱容量 C_p	4200 J/(kg·K)	操作開始時の総括伝熱係数 U_0	設計値に等しい
伝熱管内を流れる液の熱伝導度 k_L	0.64 W/(m·K)	100 h 運転後の総括伝熱係数 U_{100}	500 W/(m ² ·K)
スチーム凝縮水の流量 W_{cl}	スチーム量に等しい	洗缶 1 回あたりの所要時間 θ_w	5 h
スチーム凝縮水の密度 ρ_{cl}	930 kg/m ³	重力加速度 g	9.81 m/s ²
スチーム密度 ρ_V	1.7 kg/m ³		

付表 配管用炭素鋼鋼管(JIS G3452) [文献 18]

呼び径		外径 [mm]	厚さ [mm]
A	B		
6	1/8	10.5	2.0
8	1/4	13.8	2.3
10	3/8	17.3	2.3
15	1/2	21.7	2.8
20	3/4	27.2	2.8
25	1	34.0	3.2
32	1 1/4	42.7	3.5
40	1 1/2	48.6	3.5
50	2	60.5	3.8

①沸点上昇 T_{BPR} [°C]

液深の影響は無視する。

水の蒸気圧曲線より、50 kPa における水の沸点 T_W は 81°C。

デューリング線図より、水の沸点 81°C における 20 wt% 食塩水の沸点 T_B は 85°C。

$$T_{BPR} = T_B - T_W = 85 - 81 = \boxed{4^\circ\text{C}}$$

②蒸発水量 V [t/d]

$$V = F[1 - (x_F/x_L)] = (240)[1 - (0.05/0.20)] = \boxed{180 \text{ t/d}}$$

③スチーム量 S [t/d]

蒸発潜熱曲線より、飽和温度 85°C における蒸発潜熱は $\lambda_V = 2296$ kJ/kg。

蒸気圧曲線より、270 kPa における水の沸点は 130°C (= 凝縮水温度 T_{cl})。

蒸発潜熱曲線より、飽和温度 130°C における蒸発潜熱は $\lambda_S = 2170$ kJ/kg。

$$S=[FC_p(T_B-T_F)+V\lambda_v]/\lambda_s$$

$$S=[[(240000)^{\text{kg/d}}(3.9)^{\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})}\{(273.15+85)-(273.15+30)\}^{\text{K}}]+(180000)^{\text{kg/d}}(2296)^{\text{kJ}/\text{kg}}]/(2170)^{\text{kJ}/\text{kg}}$$

$$S=214175 \text{ kg/d} \doteq \boxed{214 \text{ t/d}}$$

④伝熱管の内側境膜伝熱係数 h_i [W/(m²·K)]

$$(\text{内径 } D_i)=(\text{外径 } D_o)-(\text{厚み } l)\times 2=(34.0)-(3.2)(2)=27.6 \text{ mm}$$

$$Re=DG/\mu=D_i\rho_L/\mu_L=(0.0276)(1)(980)/(0.00064)=42262(\text{乱流})$$

$$Pr=C_p\mu/k=(4200)(0.00064)/0.64=4.2$$

$$\mu/\mu_w=1$$

$$Nu=0.023Re^{0.8}Pr^{1/3}(\mu/\mu_w)^{0.14}=(0.023)(42262)^{0.8}(4.2)^{1/3}(1)^{0.14}=186.31$$

$$h_i=Nu/(kD)=(186.31)(0.64/0.0276)=4320.2 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}) \doteq \boxed{4320 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})}$$

⑤伝熱管の外側境膜伝熱係数 h_o [W/(m²·K)]

スチーム凝縮水による膜状凝縮伝熱を仮定する。

$$S=214175/(24)(60)(60)=2.4788 \text{ kg/s}$$

$$\Gamma=W_{cl}/(\pi D_o N_T)=S/(\pi D_o N_T)=2.4788/[(\pi)(0.0340)(700)]=0.033152 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$$

$$Re_f=4\Gamma/\mu_{cl}=(4)(0.033152)/(0.000205)=646.86(\text{層流})$$

$$\mu_{cl}^2/[\rho_{cl}(\rho_{cl}-\rho_v)g]=(0.000205)^2/[(930)(930-1.7)(9.81)]=4.9621\times 10^{-15}$$

$$h_o=1.88k_{cl}Re_f^{-1/3}[\mu_{cl}^2/[\rho_{cl}(\rho_{cl}-\rho_v)g]]^{-1/3}=(1.88)(0.64)(646.86)^{-1/3}(4.9621\times 10^{-15})^{-1/3}$$

$$h_o=8156.6 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}) \doteq \boxed{8157 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})}$$

⑥総括伝熱係数 U [W/(m²·K)]

管径比は1に近似する。

$$1/U=(1/h_i)+(1/h_{si})+(\ell/k)+(1/h_{so})+(1/h_o)$$

$$1/U=(1/4320.2)+(1/5000)+(0.0032/20)+(1/10000)+(1/8156.6)=0.00081407$$

$$U=1/0.00081407=1228.3 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}) \doteq \boxed{1228 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})}$$

⑦伝熱面積 A [m²]

$$A=Q/[U(T_s-T_B)]=\lambda_s S/[U(T_{cl}-T_B)]=\{(2170000)^{\text{J}/\text{kg}}(2.4788)^{\text{kg}/\text{s}}\}/[(1228)^{\text{J}/(\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{s})}\{(273.15+130)-(273.15+85)\}^{\text{K}}]$$

$$A=97.339 \text{ m}^2 \doteq \boxed{97.3 \text{ m}^2}$$

⑧伝熱管長 L [m]

$$D_{av}=(D_i+D_o)/2=(27.6+34.0)/2=30.8 \text{ mm}$$

$$L=A/(\pi D_{av} N_T)=(97.339)/[(\pi)(0.0308)(700)]=1.4371 \text{ m} \doteq \boxed{1.44 \text{ m}}$$

⑨蒸発缶径 D_E [mm]

大型蒸発缶を仮定する。 G_V の適用範囲は無視する。

$$10000=1.7\times 10^5(G_V/200)^{-1.20}$$

$$(G_V/200)^{1.20}=170000/10000=17$$

$$G_V=(200)(17)^{1/1.20}=2120 \text{ kg}/(\text{m}^2\cdot\text{h})=0.589 \text{ kg}/(\text{m}^2\cdot\text{s})$$

$$D_E=[4V/(\pi G_V)]^{0.5}=[\{(4)(180000/24)^{\text{kg}/\text{h}}\}/\{(\pi)(2120)^{\text{kg}/(\text{m}^2\cdot\text{h})}\}]^{0.5}=2.1223 \text{ m} \doteq \boxed{2122 \text{ mm}}$$

⑩カランドリア径 D_C [mm]

ダウンテークの断面積は、伝熱管内径の全断面積の40%とする。

$$D_C=[(4/\pi)(NP^2\sin 60^\circ+S_D)]^{0.5}=[(4/\pi)\{(700)(0.070)^2\sin 60^\circ+(\pi/4)(0.0276)^2(0.4)\}]^{0.5}=1.9448 \text{ m} \doteq \boxed{1944 \text{ mm}}$$

⑪ベーパーパイプ径 D_V [mm]

$$D_V = [4V / (\pi \rho_V u_V)]^{0.5} = [(4)[180000 / \{(24)(3600)\} / \{(\pi)(1.7)(40)\}]^{0.5} = 0.19750 \text{ m} \doteq \boxed{198 \text{ mm}}$$

⑫運転時間 τ [h]

$$a = (1/U^2 - 1/U_0^2) / \theta = [(1/500)^2 - (1/1228.3)^2] / 100 = 3.3371 \times 10^{-8}$$

$$b = 1/U_0^2 = (1/1228.3)^2 = 6.6281 \times 10^{-7}$$

$$\tau = \theta_w + (4b\theta_w/a)^{0.5} = 5 + [(4)(6.6281 \times 10^{-7})(5) / (3.3371 \times 10^{-8})]^{0.5} = 24.930 \text{ h} \doteq \boxed{24.9 \text{ h}}$$

$$\tau = \theta_w - (4b\theta_w/a)^{0.5} = 5 - [(4)(6.6281 \times 10^{-7})(5) / (3.3371 \times 10^{-8})]^{0.5} = -14.930 \text{ h} \doteq -14.9 \text{ h}$$

参考文献

- [1] R.H. Perry, D.W. Green; Perry's Chemical Engineers' Handbook 7th Ed.(1997), Section 2 Physical and Chemical Data
- [2] 疋田晴夫; 改訂新版 化学工学通論 I, 朝倉書店(1982), 4.2 章 溶液の沸点上昇(p.101 図 4.9)
- [3] E.N. Sieder and G.E. Tate; *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 1429-1436(1936)
- [4] H. Hausen; *Verfahrenstechnik*, Beih. Z. Ver. Deut. Ing. 4 (1943) p.91
- [5] G. Towler, R. Sinnott; *Chemical Engineering Design* 2nd Ed., Butterworth-Heinemann (2012), Chapter 19 Heat-transfer equipment
- [6] 尾花英朗; 熱交換器設計ハンドブック, 工学図書(1974), 8 章 凝縮伝熱
- [7] 尾方昇編; 製塩の工学 第3巻 せんごう編, 日本塩工業会(1998), 4.2 章
- [8] 藤田重文監修; 化学装置便覧, 科学技術社(1953), 9 章「蒸発装置」
- [9] 三石ら; 化学工学, **22**(11), 680-686(1958)
- [10] 三石ら; 化学工学, **23**(1), 34-41(1959)
- [11] 三石ら; 化学工学, **23**(10), 648-654(1959)
- [12] 藤田重文, 田原浩一, 吉田五一編; 化学装置・機械ハンドブック, 朝倉書店(1967), 2.1 章
- [13] 尾方昇編; 製塩の工学 第3巻 せんごう編, 日本塩工業会(1998), pp.162-164
- [14] 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978), 4.6.2 章
- [15] 藤田重文監修; 単位操作演習, 科学技術社(1960), 7 章「蒸発」
- [16] J.W. Mullin; *Crystallization* 4th ed., Butterworth-Heinemann (2001), pp.379-382
- [17] 伊東章, 上江洲一也; Excel で気軽に化学工学, 丸善(2006), pp.120-121
- [18] JIS G3452

令和3年3月27日作成