

4. 粉体層内の流れ

固定された粉体層内を流体が流れる現象を**透過**という。工業利用例としては、下水処理プロセスに用いられる砂ろ過、触媒粒子を充填層とした気固反応装置などがある。粉体層内に流体を流すと、圧力損失が生じることから、ポンプやコンプレッサーなどの流体輸送機を用いる場合は、損失分を動力で補う必要がある。圧力損失、すなわち流体のエネルギー損失より所要動力を求めて流体輸送機の仕様を検討するので、そうしたときに圧力損失の推算式が必要となる。粒子充填層内の流れを解析することは容易ではないが、工学的には、粒子間隙からなる流路をまっすぐな円管に置き換えることで、円管内流動の理論を適用することができる。

4. 1 相当直径

流路がまっすぐな円管でない場合は、**相当直径**に換算することで、直円管と同様の取り扱いができる。相当直径 D_{eq} [m]は、流体と接している壁面周辺の長さ、すなわちぬれ辺長 l_w [m]と流路断面積 A [m²]の比で表される**動水半径** r_H [m]の4倍で定義される。

$$D_{eq} = 4r_H \quad \cdots(4.1.1)$$

$$D_{eq} = \frac{4A}{l_w} \quad \cdots(4.1.2)$$

4倍の理由は、次式のように、円管における相当直径 D_{eq} を円管径 D と一致させるためである。

$$D_{eq} = \frac{4\pi(D/2)^2}{\pi D} \quad \cdots(4.1.3)$$

$$D_{eq} = D \quad \cdots(4.1.4)$$

流路形状が開溝と環状路の場合の相当直径 D_{eq} は、それぞれ次式で表される。

$$\text{(開溝)} \quad D_{eq} = \frac{4ab}{2a+b} \quad \cdots(4.1.5)$$

$$\text{(環状路)} \quad D_{eq} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{\pi(D_2 + D_1)} = D_2 - D_1 \quad \cdots(4.1.6)$$

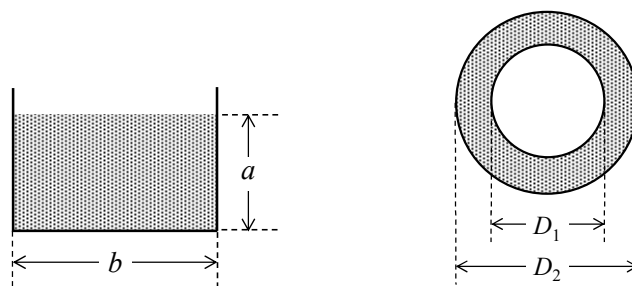


図 4.1.1 開溝(左)と環状路(右)

4. 2 透過速度

断面積 A [m²]の粒子充填層に一定の流量 Q [m³/s]で流体を流すと(空塔速度 u [m/s])、マノメーターの液

位に差が生じて、この分だけ圧力損失を生じる。圧力損失 ΔP [Pa]は、流体が粒子充填層内を流れる際の摩擦損失に相当し、空塔速度 u [m/s]、流体粘度 μ [Pa·s]、層高 L [m]に比例する。これらの関係式は、層流条件下での透過速度を表すダルシーの式で表される。【文献1】

$$u = k_p \frac{\Delta P}{\mu L} \left(= \frac{Q}{A} \right) \quad \cdots(4.2.1)$$

ただし、 k_p は透過係数[m²]。

ダルシーの式は簡便だが、粒子充填層やそれを構成している固体粒子に関する粒子特性項が含まれない為、粒子充填層を変更するたびに透過係数 k_p を実験的に求める必要がある。

いま、粒子充填層の上部から水を透過させる場合を考える。透過速度 u [m/s]は、ダルシーの式を用いて次式のように表される。(粒子充填層支持体の抵抗は無視する。)

$$u = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = \frac{\Delta P}{\mu R} \left[R \equiv \frac{L}{k_p} \right] \quad \cdots(4.2.2)$$

ただし、 A は透過面積[m²]、 L は充填層高[m]、 R は透過抵抗[1/m]、 V は透過液量[m³]、 t は透過時間[s]。圧力損失 ΔP [Pa]は透過圧力 P [Pa]に相当する。透過中、粒子充填層入口からの液面高さ L_0 [m]が一定に維持されるものとする、透過圧力 P [Pa]は給液面から充填層入口までの液圧 P_1 と充填層入口から出口までの液圧 P_2 の合計に等しい。

$$\Delta P (= P) = P_1 + P_2 = \rho g L_0 + \rho g L = \rho g (L_0 + L) \quad \cdots(4.2.3)$$

【計算例】透過流動

直径 10.0 cm の円筒容器に砂を厚さ 24.0 cm で充填して砂層の上から水を毎時 3.60 L 注ぐ。砂層入口からの液高は 10.0 cm に維持されるものとする。①透過圧力 P [kPa]、②透過速度 u [mm/s]、③透過抵抗 R [m⁻¹]、④透過係数 k_p [m²]を求めよ。水の密度 1000 kg/m³、粘度 1.00 mPa·s、重力加速度 9.81 m/s²とする。(① 3.33 kPa, ② 0.127 mm/s, ③ $2.62 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$, ④ $9.16 \times 10^{-12} \text{ m}^2$)

$$\textcircled{1} P = \rho g (L_0 + L) = (1000)(9.81)[(10.0/100) + (24.0/100)] = 3335.4 \text{ Pa} \doteq \boxed{3.33 \text{ kPa}}$$

$$\textcircled{2} A = \pi D^2 / 4 = \pi (10.0/100)^2 / 4 = \pi / 400$$

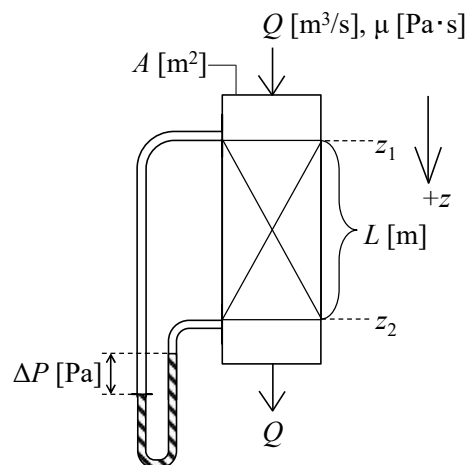
$$u = Q / A = [(3.60/1000) / 3600] / (\pi / 400) = 1.2732 \times 10^{-4} \text{ m/s} \doteq \boxed{0.127 \text{ mm/s}}$$

$$\textcircled{3} R = \Delta P / (\mu u) = 3335.4 / [(1.00 \times 10^{-3})(1.2732 \times 10^{-4})] = 2.6196 \times 10^{10} \text{ m}^{-1} \doteq \boxed{2.62 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}}$$

$$\textcircled{4} k_p = L / R = (24/100) / (2.6196 \times 10^{10}) = 9.1617 \times 10^{-12} \text{ m}^2 \doteq \boxed{9.16 \times 10^{-12} \text{ m}^2}$$

【問題】透過流動

直径 25.0 cm の円筒容器に砂を厚さ 60.0 cm で充填して砂層の上から水を毎時 90.0 L 注ぐ。砂層入口からの液高は 15.0 cm に維持されるものとする。①透過圧力 P [kPa]、②透過速度 u [mm/s]、③透過抵抗 R [m⁻¹]、④透過係数 k_p [m²]を求めよ。水の密度 1000 kg/m³、粘度 1.00 mPa·s、重力加速度 9.81 m/s²とする。(① 7.36 kPa, ② 0.509 mm/s, ③ $1.44 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$, ④ $4.15 \times 10^{-11} \text{ m}^2$)



4. 3 層流条件

粒子充填層内の流れは、みかけの直径 d_e [m]、みかけの長さ L_e [m]の仮想的な直円管内流れとみなすことができる。このとき、粒子充填層内を流れるみかけの平均流速 u_e [m/s]は、ハーゲン・ポアズイユの式を用いて次式で表される。[文献 2, 3]

$$u_e = \frac{d_e^2 \Delta P}{32 \mu L_e} \quad \cdots(4.3.1)$$

μ は流体粘度[Pa·s]、 ΔP は圧力損失[Pa]。

粒子充填層内における仮想的な屈曲流路において、空隙率 ε [-]は粒子充填層の全体積 V_b [m³]に対する空隙体積 V_{e0} [m³]の比で表される。

$$\varepsilon = \frac{V_{e0}}{V_b} \quad \cdots(4.3.2)$$

粒子充填層と空隙部の断面積をそれぞれ A および A_{e0} [m²]とすると、上式を用いて次式が成り立つ。

$$\varepsilon = \frac{A_{e0} L}{A L} = \frac{A_{e0}}{A} \quad \cdots(4.3.3)$$

ここで、空塔速度 u [m/s]および屈曲流路内のみかけの平均流速 u_{e0} [m/s]は、流体の体積流量 Q [m³/s]を用いてそれぞれ次式で表される。

$$u = \frac{Q}{A} \quad \cdots(4.3.4)$$

$$u_{e0} = \frac{Q}{A_{e0}} \quad \cdots(4.3.5)$$

u と u_{e0} の比をとって Q を消去したものを ε の式に代入し、 A と A_{e0} を消去すると、次式のようになる。

$$\frac{u}{u_{e0}} = \frac{A_{e0}}{A} \quad \cdots(4.3.6)$$

$$\varepsilon = \frac{u}{u_{e0}} \quad \cdots(4.3.7)$$

$$u_{e0} = \frac{u}{\varepsilon} \quad \cdots(4.3.8)$$

粒子充填層内における流体の透過時間は、あらゆる流路モデルにおいて等しい。いま、仮想的な屈曲流路と延伸流路の透過時間を等置し、みかけの平均流速 u_e [m/s]について整理すると、次式の通りとなる。

$$\frac{L}{u_{e0}} = \frac{L_e}{u_e} \quad \cdots(4.3.9)$$

$$u_e = u_{e0} \frac{L_e}{L} \quad \cdots(4.3.10)$$

u_{e0} の式を上式に代入すると、次式を得る。

$$u_e = \frac{u L_e}{\varepsilon L} \quad \cdots(4.3.11)$$

みかけの円管径 d_e [m]は、相当直径の式を次式の通りに変形して得る。

$$d_e = 4 \times \frac{AL}{l_w L} \quad \cdots(4.3.12)$$

$$d_e = 4 \times \frac{V}{A_w} \quad \cdots(4.3.13)$$

$$d_e = 4 \times \left[\frac{V_b \varepsilon}{S_V V_b (1-\varepsilon)} \right] \quad \cdots(4.3.14)$$

$$d_e = \frac{4\varepsilon}{S_V (1-\varepsilon)} \quad \cdots(4.3.15)$$

A は流路断面積[m²]、 A_w はぬれ面積[m²]、 L は層高[m]、 l_w はぬれ辺長[m]、 S_V は体積基準の比表面積[m²/m³]、 V_b は粒子充填層体積[m³]、 V は流路体積[m³]。

u_e の式と d_e の式をそれぞれハーゲン・ポアズイユの修正式に代入し、空塔速度 u [m/s]あるいは層高あたりの圧力損失 $\Delta P/L$ [Pa/m]について整理すると、粒子充填層内における層流条件下での圧力損失を表すコゼニー・カルマンの式が導かれる。[文献 4-6]

$$\frac{\mu L_e}{\varepsilon L} = \frac{1}{32} \left[\frac{4\varepsilon}{S_V (1-\varepsilon)} \right]^2 \frac{\Delta P}{\mu L_e} \quad \cdots(4.3.16)$$

$$u = \frac{\varepsilon}{32} \left(\frac{L}{L_e} \right) \left[\frac{16\varepsilon^2}{S_V^2 (1-\varepsilon)^2} \right] \frac{\Delta P}{\mu L_e} \quad \cdots(4.3.17)$$

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{L_e} \right) \left[\frac{\varepsilon^3}{S_V^2 (1-\varepsilon)^2} \right] \frac{\Delta P}{\mu L_e} \quad \cdots(4.3.18)$$

$$u = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \left[\frac{\varepsilon^3}{S_V^2 (1-\varepsilon)^2} \right] \left(\frac{\Delta P}{\mu L_e} \right) \left(\frac{L_e}{L} \right) \quad \cdots(4.3.19)$$

$$u = \frac{1}{k} \left[\frac{\varepsilon^3}{S_V^2 (1-\varepsilon)^2} \right] \frac{\Delta P}{\mu L} \quad \left[1/k \equiv (1/2)(L/L_e)^2 \right] \quad \cdots(4.3.20)$$

$$u = \left[\frac{\varepsilon^3}{k S_V^2 (1-\varepsilon)^2} \right] \frac{\Delta P}{\mu L} \quad \cdots(4.3.21)$$

$$\boxed{\frac{\Delta P}{L} = k S_V^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \mu u} \quad \cdots(4.3.22)$$

k はコゼニー一定数[-]であり、経験的に $k \approx 5$ であることが知られている。[文献 4, 5]

ダルシーの式とコゼニー・カルマンの式を比較すると、粒子特性項を含む透過係数 k_p [m²]が得られる。このことから、コゼニー・カルマンの式がダルシーの式を修正した式になっていることが分かる。

$$k_p = \frac{\varepsilon^3}{5 S_V^2 (1-\varepsilon)^2} \quad \cdots(4.3.23)$$

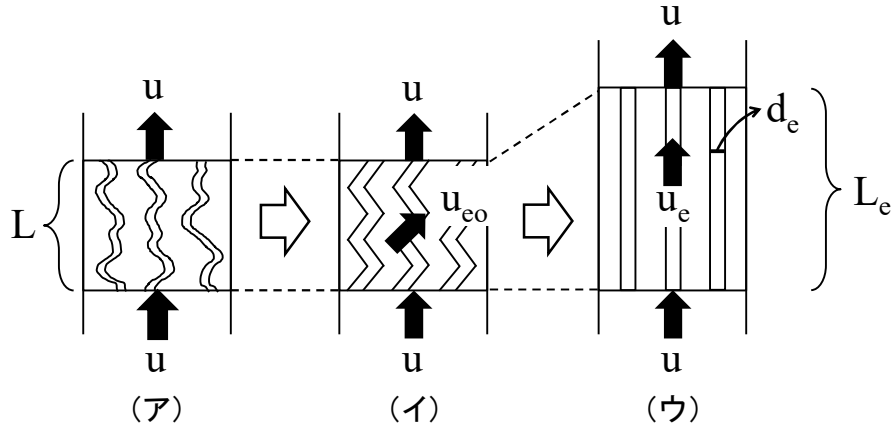


図 4.3.1 粒子充填層内の流動モデル(円管模型理論) [文献 4]
 (ア) 実際の流路、(イ) 仮想的な屈曲流路、(ウ) 仮想的な延伸流路

4. 4 乱流条件

粒子充填層内の流動状態が乱流の場合、直円管を仮定した粒子充填層内を流れるみかけの平均流速 u_e [m/s]は、ファニングの式を用いて次式で表される。

$$\Delta P = 4f \left(\frac{L_e}{d_e} \right) \left(\frac{\rho u_e^2}{2} \right) \quad \dots(4.4.1)$$

ただし、 f は管摩擦係数[-]。

u_e の式と d_e の式をそれぞれ上式に代入し、層高あたりの圧力損失 $\Delta P/L$ [Pa/m]について整理すると、粒子充填層内における乱流条件下での圧力損失を表すバーク・プラマーの式(Burke-Plummer's equation)が導かれる。 [文献 7]

$$\Delta P = 4f \frac{L_e}{\left[\frac{4\varepsilon}{S_v(1-\varepsilon)} \right]} \left(\frac{\rho_f}{2} \right) \left(\frac{u L_e}{\varepsilon L} \right)^2 \quad \dots(4.4.2)$$

$$\Delta P = 4f \left[\left(\frac{1-\varepsilon}{4\varepsilon} \right) S_v L_e \right] \left(\frac{\rho_f}{2} \right) \left(\frac{u^2 L_e^2}{\varepsilon^2 L^2} \right) \quad \dots(4.4.3)$$

$$\Delta P = \frac{1}{2} f S_v \left(\frac{L_e^3}{L^2} \right) \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2 \quad \dots(4.4.4)$$

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{1}{2} f S_v \left(\frac{L_e^3}{L^3} \right) \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2 \quad \dots(4.4.5)$$

$$\frac{\Delta P}{L} = S_v \left[\frac{f}{2(L/L_e)^3} \right] \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2 \quad \dots(4.4.6)$$

$$\boxed{\frac{\Delta P}{L} = K S_v \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2} \quad \dots(4.4.7) \quad \text{ただし} \quad K \equiv \frac{f}{2(L/L_e)^3} \quad \dots(4.4.8)$$

4.5 一般式

層流項と乱流項を含めた層高あたりの圧力損失 $\Delta P/L$ [Pa/m]は、次式で表される。

$$\frac{\Delta P}{L} = au + b\rho u^2 \quad \cdots(4.5.1)$$

ただし、 a と b は定数。

上式の右辺第1項をコゼニー・カルマンの式と、右辺第2項をバーク・プラマーの式とそれぞれ比較すると、定数 a および b はそれぞれ次式で表される。

$$a \propto \frac{kS_V^2(1-\varepsilon)^2\mu}{\varepsilon^3} \quad \cdots(4.5.2)$$

$$a = k_1' \left[\frac{S_V^2(1-\varepsilon)^2\mu}{\varepsilon^3} \right] \quad \cdots(4.5.3)$$

$$b \propto KS_V \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \quad \cdots(4.5.4)$$

$$b = k_2'S_V \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \quad \cdots(4.5.5)$$

ただし、 k_1' と k_2' は定数。

粒子充填層内に充填されている粒子の体積基準比表面積 S_V [m²/m³]は、次式で与えられる。

$$S_V = \frac{S_p}{V_p} = \frac{\phi_s D_p^2}{\phi_v D_p^3} \quad \cdots(4.5.6)$$

ただし、 ϕ_s は表面積形状係数[－]、 ϕ_v は体積形状係数[－]。

充填粒子形状を球と仮定するとき、 $\phi_s = \pi$ および $\phi_v = \pi/6$ であることから、上式は次式で表される。

$$S_V = \frac{6}{D_p} \quad \cdots(4.5.7)$$

一般の粒子形状に対しては、カルマンの形状係数 ϕ_c (球のとき $\phi_c=1$)を用いて粒子径を補正する。

$$S_V = \frac{6}{\phi_c D_p} \quad \cdots(4.5.8)$$

a と b と S_V の式を最初の式に代入すると、エルガンの式(Ergun's equation)が導かれる。[文献 8]

$$\frac{\Delta P}{L} = \left[k_1' \frac{S_V^2(1-\varepsilon)^2\mu}{\varepsilon^3} \right] u + \left[k_2'S_V \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \right] \rho_f u^2 \quad \cdots(4.5.9)$$

$$\frac{\Delta P}{L} = k_1' \left(\frac{6}{\phi_c D_p} \right)^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \mu u + k_2' \left(\frac{6}{\phi_c D_p} \right) \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \rho_f u^2 \quad \cdots(4.5.10)$$

$$\frac{\Delta P}{L} = 36k_1' \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u}{(\phi_c D_p)^2} + 6k_2' \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \frac{\rho_f u^2}{\phi_c D_p} \quad \cdots(4.5.11)$$

$$\frac{\Delta P}{L} = k_1 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u}{(\phi_c D_p)^2} + k_2 \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \frac{\rho_f u^2}{\phi_c D_p} \quad [k_1=36k_1', k_2=6k_2'] \quad \cdots(4.5.12)$$

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu u}{(\phi_c D_p)^2} + 1.75 \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \right) \frac{\rho_f u^2}{\phi_c D_p} \quad \cdots(4.5.13)$$

k_1 と k_2 はそれぞれ定数であり、 $k_1 \doteq 150$ 、 $k_2 \doteq 1.75$ であることが経験的に知られている。[文献8]
エルガンの式は、粒子充填層内の流動状態が層流と乱流の両方の場合において用いることができる。

【計算例】透過時圧力損失

断面積 12.0 cm^2 の円筒容器に粒子密度 2650 kg/cm^3 、粒子径 $150 \text{ }\mu\text{m}$ の砂 500 g を厚さ 50.0 cm で充填して砂層に空気を流速 20.0 cm/s で透過させる。圧力損失 ΔP [kPa] をエルガン式より求めよ。砂は球状、空気の密度 1.20 kg/m^3 、粘度 $18.2 \text{ }\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ とする。(4.00 kPa)

$$\varepsilon = 1 - (W_p / \rho_p A L) = 1 - [(500 \times 10^{-3}) / \{(2650)(12.0 \times 10^{-4})(50.0 \times 10^{-2})\}] = 0.68553$$

$$\Delta P / L = (150) [(1-\varepsilon)^2 / \varepsilon^3] [\mu u / (\phi_c D_p)^2] + (1.75) [(1-\varepsilon) / \varepsilon^3] [\rho_f u^2 / (\phi_c D_p)]$$

$$\Delta P / L = (150) [(1 - 0.68553)^2 / (0.68553)^3] [(18.2 \times 10^{-6})(20.0 \times 10^{-2}) / \{(1)(150 \times 10^{-6})\}^2]$$

$$+ (1.75) [(1 - 0.68553) / (0.68553)^3] [(1.20)(20.0 \times 10^{-2})^2 / \{(1)(150 \times 10^{-6})\}] = 7995.4 \text{ Pa}$$

$$\Delta P = (\Delta P / L) L = (7995.4)(50.0 \times 10^{-2}) = 3997.7 \text{ Pa} \doteq \boxed{4.00 \text{ kPa}}$$

【問題】透過時圧力損失

- (1) 断面積 12.0 cm^2 の円筒容器に粒子密度 2650 kg/cm^3 、粒子径 $100 \text{ }\mu\text{m}$ の砂 500 g を厚さ 50.0 cm で充填して砂層に空気を流速 20.0 cm/s で透過させる。圧力損失 ΔP [kPa] をエルガン式より求めよ。砂は球状、空気の密度 1.20 kg/m^3 、粘度 $18.2 \text{ }\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ とする。(8.79 kPa)
- (2) 断面積 12.0 cm^2 の円筒容器に粒子密度 2650 kg/cm^3 、粒子径 $150 \text{ }\mu\text{m}$ の砂 500 g を厚さ 50.0 cm で充填して砂層に空気を流速 40.0 cm/s で透過させる。圧力損失 ΔP [kPa] をエルガン式より求めよ。砂は球状、空気の密度 1.20 kg/m^3 、粘度 $18.2 \text{ }\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ とする。(8.54 kPa)

4. 6 流動層

固定層(fixed bed)の状態からガス流速をゆるやかに増大させてゆくと、それに合わせて充填層内の圧力損失が増大する。圧力損失と抵抗力が粒子群の自重に打ち勝つあたりで圧力損失がある極大値をとる。これは、はじめに充填された粒子群が圧密状態にあったためである。なお、再度同じ操作を行うと、極大値は現れない。その先は、粒子群が浮遊する流動化(fluidization)が起こり、均一流動層(particulate)や気泡流動層(bubbling)の状態となる。さらにガス流速を増大させると、スラッキング現象(脈動)やチャネリング現象(吹き抜け)が起こるようになり、圧力損失の低下も起こり始める。やがてガス流速が粒子の終末速度 u_t を越えると、粒子群全体がガスに持ち上げられて輸送される気流層(entrained bed)となり、圧力損失は大きく低下する。反対にガス流速を下げたゆくと、圧力損失は行きと同じ経路を通るが、極大値の経路は通らない。圧力損失と抵抗力が粒子群の自重と釣り合う点を境に圧力損失の低下が起こる。この

点におけるガス流速を流動化開始速度(minimum fluidization velocity) u_{mf} という。実験的には、ガス流速を下げる帰りの操作で決定する。

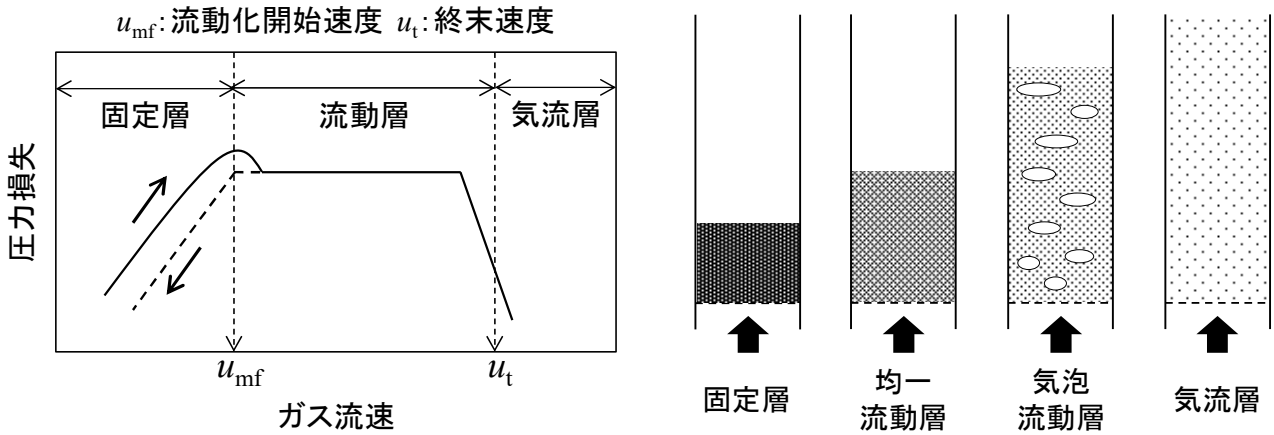


図 4.6.1 流動層内の圧力損失挙動 [文献 9, 10]

流動化開始時における粒子充填層の圧力損失 ΔP [Pa] は、粒子にかかる浮力 F_b [N] を差し引いた粒子充填層の自重 W [N] に等しい。粒子充填層にかかる力のつりあいは、次式のように導かれる。

$$\Delta P A = W - F_b \quad \dots(4.6.1)$$

$$\Delta P A = A Z_{mf} (1 - \epsilon_{mf}) \rho_p g - A Z_{mf} (1 - \epsilon_{mf}) \rho g \quad \dots(4.6.2)$$

$$\Delta P / Z_{mf} = (1 - \epsilon_{mf}) (\rho_p - \rho) g \quad \dots(4.6.3)$$

左辺にエルガンの式を代入して流動化開始時の粒子レイノルズ数 Re_{mf} の 2 次方程式を解くと、流動化開始速度 u_{mf} [m/s] が導かれる。

$$150 \frac{(1 - \epsilon_{mf})^2}{\epsilon_{mf}^3} \frac{\mu u_{mf}}{(\phi_c D_p)^2} + 1.75 \frac{1 - \epsilon_{mf}}{\epsilon_{mf}^3} \frac{\rho u_{mf}^2}{\phi_c D_p} = (1 - \epsilon_{mf}) (\rho_p - \rho) g \quad \dots(4.6.4)$$

$$\frac{1.75}{\epsilon_{mf}^3 \phi_c} Re_{mf}^2 + \frac{150(1 - \epsilon_{mf})}{\epsilon_{mf}^3 \phi_c^2} Re_{mf} = Ar \quad \left[Re_{mf} = \frac{D_p u_{mf} \rho}{\mu}, Ar = \frac{\rho g (\rho_p - \rho) D_p^3}{\mu^2} \right] \quad \dots(4.6.5)$$

$$K_1 Re_{mf}^2 + K_2 Re_{mf} = Ar \quad \left[K_1 \equiv \frac{1.75}{\epsilon_{mf}^3 \phi_c}, K_2 \equiv \frac{150(1 - \epsilon_{mf})}{\epsilon_{mf}^3 \phi_c^2} \right] \quad \dots(4.6.6)$$

$$Re_{mf} = \sqrt{(K_2/2K_1)^2 + (1/K_1) Ar} - (K_2/2K_1) \quad \dots(4.6.7)$$

$$u_{mf} = \frac{\mu}{\rho D_p} \left[\sqrt{(K_2/2K_1)^2 + (1/K_1) Ar} - (K_2/2K_1) \right] \quad \dots(4.6.8)$$

$$u_{mf} = \frac{\mu}{\rho D_p} \left[\sqrt{(33.7)^2 + 0.0408 Ar} - 33.7 \right] \quad (Re_{mf} = 0.001 \sim 4000) \quad \dots(4.6.9) \quad \text{[文献 11]}$$

ただし、 A は粒子充填層の断面積[m²]、 Ar はアルキメデス数(粘性力に対する粒子移動方向の慣性力の比)、 D_p は粒子径[m]、 g は重力加速度[m/s²]、 Z は塔高(充填層高)[m]、 ϵ は空隙率[-]、 ϕ_c はカルマンの形状係

数[-]、 ρ は流体密度[kg/m³]、 ρ_p は粒子密度[kg/m³]、 μ は流体粘度[Pa·s]、添え字 mf は流動化開始時の値。

【計算例】流動化開始速度

粒子径 160 μm 、粒子密度 2650 kg/m³ の砂を円筒容器内に充填して底部より空気を流す。流動化開始速度 u_{mf} [m/s] を求めよ。空気の密度 1.20 kg/m³、粘度 18.2 $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、重力加速度 9.81 m/s² とする。(0.0220 m/s)

$$Ar = \rho g (\rho_p - \rho) D_p^3 / \mu^2 = (1.20)(9.81)(2650 - 1.20)(160 \times 10^{-6})^3 / (18.2 \times 10^{-6})^2 = 385.58$$

$$u_{mf} = (\mu / \rho D_p) [\{ (33.7)^2 + 0.0408 Ar \}^{1/2} - 33.7]$$

$$= [(18.2 \times 10^{-6}) / \{ (1.20)(160 \times 10^{-6}) \}] [\{ (33.7)^2 + (0.0408)(385.58) \}^{1/2} - 33.7] = 0.022048 \text{ m/s} \doteq \boxed{0.0220 \text{ m/s}}$$

$$Re_{mf} = D_p u_{mf} \rho / \mu = (160 \times 10^{-6})(0.022048)(1.20) / (18.2 \times 10^{-6}) = 0.23259 < 4000 \text{ (許容範囲内)}$$

【問題】流動化開始速度

- (1) 粒子径 80.0 μm 、粒子密度 2650 kg/m³ の砂を円筒容器内に充填して底部より空気を流す。流動化開始速度 u_{mf} [m/s] を求めよ。空気の密度 1.20 kg/m³、粘度 18.2 $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、重力加速度 9.81 m/s² とする。(5.53 $\times 10^{-3}$ m/s)
- (2) 粒子径 160 μm 、粒子密度 5000 kg/m³ の砂を円筒容器内に充填して底部より空気を流す。流動化開始速度 u_{mf} [m/s] を求めよ。空気の密度 1.20 kg/m³、粘度 18.2 $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ 、重力加速度 9.81 m/s² とする。(0.0415 m/s)

参考文献

- [1] H. Darcy; *Les Fontains Publiques de la Ville de Dijon* (1856)
- [2] G. Hagen; *Pogg. Ann.*, **46**, 423-442 (1839)
- [3] J. Poiseuille; *Inst. De France Acad. Des Sci.*, **9** (1846) 433-544
- [4] J. Kozeny; *Sitzb. Akad. Wiss., Wien, Math.-naturw. Kl.* **136** (Abt. II a), 271-306 (1927)
- [5] J. Kozeny; *Z. Pfl.-Ernahr. Dung. Bodenk.*, **28A**, 54-56 (1933)
- [6] P.C. Carman; *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **15**, 150-166 (1937)
- [7] S.P. Burke and W.B. Plummer; *Ind. Eng. Chem.*, **20**, 1196-1200 (1928)
- [8] S. Ergun; *Chem. Eng. Prog.*, **48**, 89-94 (1952)
- [9] D. Kunii, O. Levenspiel; *Fluidization Engineering* 2nd Ed., Butterworth-Heinemann (1991), p.71 (Fig. 4)
- [10] 国井大藏; 流動化法, 日刊工業新聞社 (1962), p.105 (3.1 章, 図 3.2)
- [11] C.Y. Wen and Y.H. Yu; *AIChE J.*, **12** (1966) 610-612