

5. 粉体層の力学的特性

5. 1 粉体層の摩擦特性

5. 1. 1 摩擦角

流体のようにサラサラと流れる粉体は扱いやすい。一般に、粒子径が大きく球状の粉体粒子は、流動性が良好である。いま、粉体ろうとから試料粉体を排出させて平板上に粉体を堆積させる(注入法)。このとき、平板と粉体斜面のなす角 ϕ_r を安息角といい、安息角が小さいほど粉体流動性が良好である。理論的な安息角 ϕ_r は、粉体斜面上にある粉体粒子1個(重量 W_p [N])に対する力のつり合いより導かれる。

$$(\text{斜面に対して垂直方向}) \quad W_p \cos \phi_r = N \quad \cdots(5.1.1.1)$$

$$(\text{斜面に対して水平方向}) \quad W_p \sin \phi_r = \mu N \quad \cdots(5.1.1.2)$$

$$W_p \cos \phi_r = \mu W_p \cos \phi \quad \cdots(5.1.1.3)$$

$$\phi_r = \tan^{-1} \mu \quad \cdots(5.1.1.4)$$

ただし、 N は垂直抗力[N]、 μ は摩擦係数[-]。

安息角は摩擦角の一種であり、上式は摩擦角の定義式にもなっている。ここでの摩擦角は、粉体がまさに動き出そうとする限界状態の角度をいう。摩擦係数は、粉体の動き出しにくさを表す。摩擦角は、安息角のほかにも粉体層内部の摩擦係数で定義される内部摩擦角 ϕ 、粉体一壁面間の摩擦係数で定義される壁摩擦角 ϕ_w などがある。

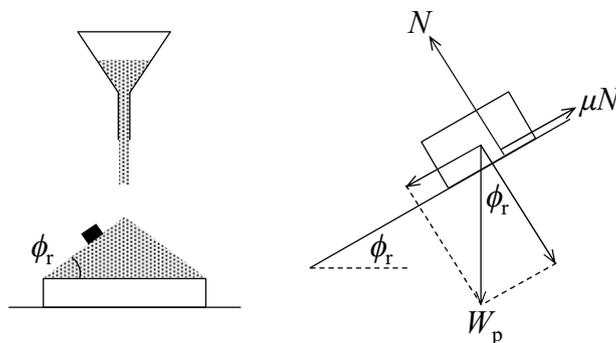


図 5. 1. 1. 1 摩擦角(安息角)の定義

【計算例】摩擦係数

ある粉体試料の安息角は 27° であった。この粉体試料の摩擦係数 μ を求めよ。(0.510)

$$\mu = \tan \phi_r = \tan 27^\circ = 0.50952 \doteq \boxed{0.510}$$

【問題】摩擦係数

ある粉体試料の安息角は 32° であった。この粉体試料の摩擦係数 μ を求めよ。(0.625)

5. 1. 2 クーロン粉体

上箱と床面に固定した下箱からなる容器(断面積 A [m²])に試料粉体を入れて粉体層を形成し、上箱の蓋におもりをのせて粉体層に垂直荷重 P [N]を作用させる。ここに水平方向の力を上箱に加えて粉体層にせん断荷重 S [N]を作用させる(一面せん断試験)。このとき、粉体層は下箱底面から垂直反力 R_p [N]を、下箱側面から水平反力 R_s [N]をそれぞれ受けており、垂直荷重・せん断荷重とつり合っている。粉体層の内部では、これらの外力に抗うようにして垂直応力 σ [Pa]($=P/A$)とせん断応力 τ [Pa]($=S/A$)が作用する。このときのせん断応力をせん断抵抗という。せん断荷重を大きくしてゆき、やがて粉体層内部のせん断抵抗がある値を越えると、すべり面 XX' に沿って粉体層が動き出す。これを粉体層の崩壊という。応力限界時のせん断抵抗をせん断強さといい、粉体層の強度を表す。おもりを変更して同様の試験を行い、垂直荷重とせん断強さの関係を図上に整理して得られる近似曲線を破壊包絡線という。このとき、直線性を示す粉体をクーロン粉体といい、次のクーロンの式で表される。

$$\tau = \sigma \tan \phi + C = \mu_i \sigma + C \quad [\mu_i = \tan \phi] \quad \cdots(5.1.2.1)$$

ただし、 C は付着力[Pa]、 ϕ は内部摩擦角[deg.]、 σ は垂直応力[Pa]、 τ はせん断強さ[Pa]、 μ_i は内部摩擦係数[-]。 C , ϕ , μ_i は摩擦特性因子であり、粉体の種類や粉体層の性状に依存する。

下箱を取り去りすべり面 XX' を壁面と接触させて同様の整理を行うと、壁面に対する摩擦特性因子が得られる。

$$\tau = \sigma \tan \phi_w + C_w = \mu_w \sigma + C_w \quad [\mu_w = \tan \phi_w] \quad \cdots(5.1.2.2)$$

ただし、 C_w は壁面付着力[Pa]、 ϕ_w は壁摩擦角[deg.]、 μ_w は壁摩擦係数[-]。

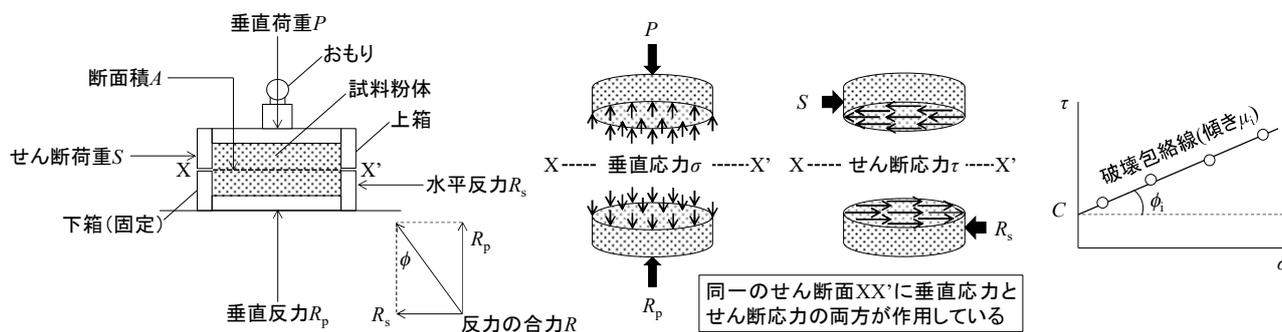


図 5.1.2.1 一面せん断試験による内部摩擦特性の解析 [文献 1]

【計算例】粉体層強度

ある粉体の一面せん断試験を行ったところ、せん断強さ τ [kPa]と鉛直応力 σ [kPa]の関係式 $\tau = 0.535\sigma + 10.5$ を得た。この粉体層の内部摩擦角 ϕ を求めよ。また、鉛直応力 $\sigma = 120$ kPa、せん断応力 $\tau = 50$ kPa がこの粉体層に作用しているとき、粉体層の崩壊が起こるかどうかを判定せよ。(28.1°)

$$\phi = \tan^{-1} \mu_i = \tan^{-1} 0.535 = 28.146^\circ \approx \boxed{28.1^\circ}$$

$$\tau = C + \sigma \tan \phi = 10.5 + 120 \tan 28.146^\circ = 74.697 \text{ kPa} > 50 \text{ kPa} \text{ (崩壊しない)}$$

【問題】粉体層強度

- (1) ある粉体の一面せん断試験を行ったところ、せん断強さ τ [kPa]と鉛直応力 σ [kPa]の関係式 $\tau=0.420\sigma+5.10$ を得た。この粉体層の内部摩擦角 ϕ を求めよ。また、鉛直応力 $\sigma=100$ kPa、せん断応力 $\tau=60$ kPaがこの粉体層に作用しているとき、粉体層の崩壊が起こるかどうかを判定せよ。(22.8°)
- (2) ある粉体の一面せん断試験を行ったところ、せん断強さ τ [kPa]と鉛直応力 σ [kPa]の関係式 $\tau=0.570\sigma+3.50$ を得た。この粉体層の内部摩擦角 ϕ を求めよ。また、鉛直応力 $\sigma=150$ kPa、せん断応力 $\tau=75$ kPaがこの粉体層に作用しているとき、粉体層の崩壊が起こるかどうかを判定せよ。(29.7°)

5. 2 粉体層内の応力状態

5.2.1 1方向から垂直応力が作用する場合

直方体を仮定した粉体層の垂直面(断面積 S_x [m²])に対して両側から垂直応力 σ_x [Pa]が作用しているとき、粉体層内部のすべり面 XX' (断面積 S [m²])の両側には反力として応力 σ' [Pa]が水平方向に作用しており、粉体層は動かない。このとき、垂直なすべり面に作用する応力 σ' [Pa]は、水平方向の力のつり合い ($\sigma' S = \sigma_x S_x$, $S = S_x$)より σ_x [Pa]に等しい。すべり面が垂直方向に対して角度 θ だけ傾斜している場合であっても、すべり面の両側には反力として応力 σ' [Pa]が水平方向に作用する。ただし、すべり面の断面積 S は、垂直時の S_x よりも $1/\cos\theta$ 倍だけ大きくなる ($S = S_x/\cos\theta$)。このため、傾斜したすべり面に作用する応力 σ' [Pa]は、水平方向の力のつり合い ($\sigma' S = \sigma_x S_x$, $S = S_x/\cos\theta$)より σ_x の $\cos\theta$ 倍だけ小さくなる ($\sigma' = \sigma_x \cos\theta$)。

傾斜したすべり面に作用する応力 σ' [Pa]は、すべり面に対して垂直な垂直応力 σ [Pa] ($=\sigma' \cos\theta = \sigma_x \cos^2\theta$) と水平なせん断応力 τ [Pa] ($=\sigma' \sin\theta = \sigma_x \cos\theta \sin\theta$)に分けて解析する。このとき、すべり面が垂直($\theta=0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$)または水平($\theta=90^\circ, 270^\circ$)のときにせん断応力 τ が0になる。このような垂直応力 σ を主応力といい、主応力が作用するすべり面を主応力面という。最大主応力 σ_1 [Pa] ($=\sigma_x$)を与える最大主応力面($\theta=0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$)と最小主応力 σ_3 [Pa] ($=0$)を与える最小主応力面($\theta=90^\circ, 270^\circ$)は、互いに直交する。せん断応力 τ の大きさは、最大主応力面に対して $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 傾斜したすべり面に対して作用するとき最大となる ($\theta=45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$)。このように、粉体層の内部で作用する各応力の大きさは、すべり面の角度によって変化する。なお、水中で作用する応力は、同じ水深であれば、すべり面の角度によらず一様である。上式の σ と τ の関係は、 σ - τ 座標平面上では円で表される。これをモールの応力円という。モール円を描くことで、垂直方向に対して角度 θ だけ傾斜したすべり面に作用する σ と τ を図上で読み取ることができる。ただし、 x - y 座標平面上で定義された傾斜角 θ は、 σ - τ 座標平面上では 2θ で表されることに留意する。

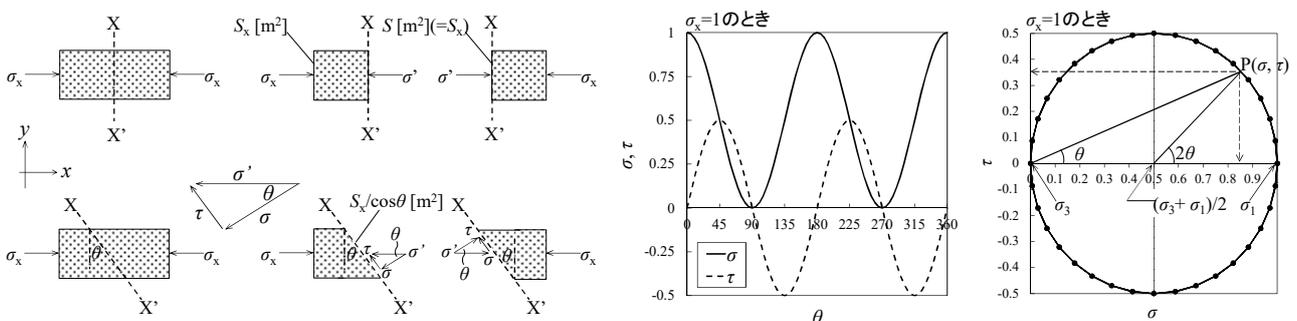


図 5.2.1.1 粉体層内の応力状態(1方向から垂直応力が作用する場合)

5.2.2 2方向から垂直応力が作用する場合

直方体を仮定した粉体層の垂直面に対して最大主応力 σ_1 [Pa]、水平面に対して最小主応力 σ_3 [Pa]が作用する場合を考える。最大主応力面から角度 θ だけ傾いた粉体層内のすべり面 XX' (断面積 S [m²]) に対して作用する垂直応力 σ [Pa]とせん断応力 τ [Pa]は、厚みのある微小な直角三角形 OXX' に対する x 方向と y 方向の力のつり合いより導かれる。

$$(x \text{ 方向}) \quad \sigma_1 S \cos \theta = \sigma S \cos \theta + \tau S \sin \theta \quad \cdots(5.2.2.1)$$

$$(y \text{ 方向}) \quad \sigma_3 S \sin \theta = \sigma S \sin \theta - \tau S \cos \theta \quad \cdots(5.2.2.2)$$

x 方向のつり合い式の両辺に $\cos \theta$ を乗じる。また、 y 方向のつり合い式の両辺に $\sin \theta$ を乗じる。

$$(x \text{ 方向}) \quad \sigma_1 \cos^2 \theta = \sigma \cos^2 \theta + \tau \sin \theta \cos \theta \quad \cdots(5.2.2.3)$$

$$(y \text{ 方向}) \quad \sigma_3 \sin^2 \theta = \sigma \sin^2 \theta - \tau \cos \theta \sin \theta \quad \cdots(5.2.2.4)$$

上の2式を加えると、すべり面に作用する垂直応力 σ [Pa]が導かれる。

$$\sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta = \sigma (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \quad \cdots(5.2.2.5)$$

$$\sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_3 (1 - \cos^2 \theta) = \sigma \quad [\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] \quad \cdots(5.2.2.6)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3) \cos^2 \theta + \sigma_3 = \sigma \quad \cdots(5.2.2.7)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3)(1 + \cos 2\theta)/2 + \sigma_3 = \sigma \quad [\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1] \quad \cdots(5.2.2.8)$$

$$\boxed{\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta} \quad \cdots(5.2.2.9)$$

x 方向のつり合い式の両辺に $\sin \theta$ を乗じる。 y 方向のつり合い式の両辺に $\cos \theta$ を乗じる。

$$(x \text{ 方向}) \quad \sigma_1 \cos \theta \sin \theta = \sigma \cos \theta \sin \theta + \tau \sin^2 \theta \quad \cdots(5.2.2.10)$$

$$(y \text{ 方向}) \quad \sigma_3 \sin \theta \cos \theta = \sigma \sin \theta \cos \theta - \tau \cos^2 \theta \quad \cdots(5.2.2.11)$$

上の2式を差し引くと、すべり面に作用するせん断応力 τ [Pa]が導かれる。

$$(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \theta \sin \theta = \tau (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \quad \cdots(5.2.2.12)$$

$$\boxed{\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta} \quad [\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta, \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] \quad \cdots(5.2.2.13)$$

σ の式を変形する。

$$\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta \quad \cdots(5.2.2.14)$$

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta \right)^2 \quad \cdots(5.2.2.15)$$

τ の式を変形する。

$$\tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta \right)^2 \quad \cdots(5.2.2.16)$$

上の2式を辺々加えると、モールの応力円が導かれる。

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta \right)^2 + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta \right)^2 \quad \cdots(5.2.2.17)$$

$$\boxed{\left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2} \quad [\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta = 1] \quad \cdots(5.2.2.18)$$

上式は、中心 $((\sigma_1+\sigma_3)/2, 0)$ 、半径 $(\sigma_1-\sigma_3)/2$ の円を表す。最大主応力面から角度 θ だけ傾いたすべり面 XX' に作用するせん断応力 τ [Pa]を図上で読み取る。この値がクーロン式より求められるせん断強さ τ [Pa]よりも小さければ、すべり面での粉体層の崩壊は起こらない。

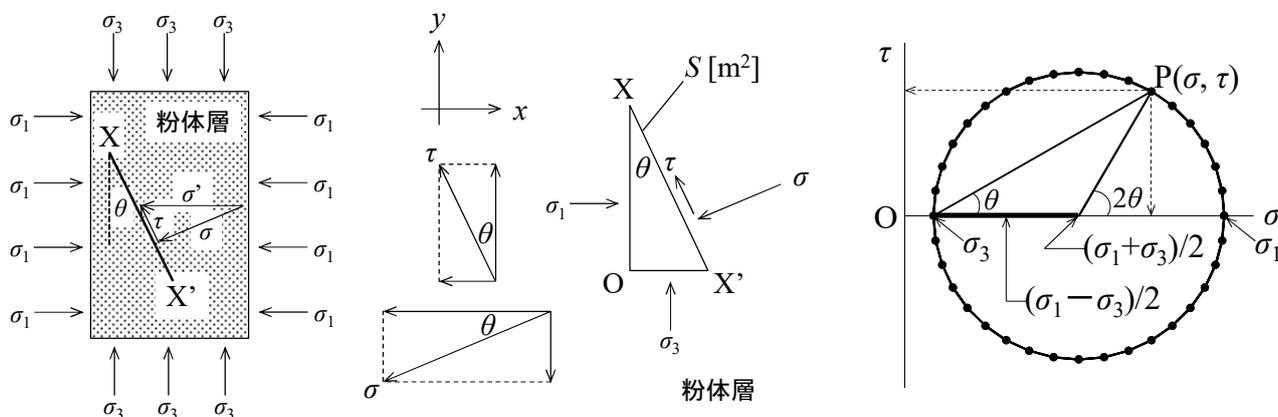


図 5.2.2.1 粉体層内の応力状態(2方向から垂直応力が作用する場合)

【計算例】粉体層内の応力状態

付着力 5.20 kPa、内部摩擦角 25°の粉体層に最大主応力 $\sigma_1=400$ kPa、最小主応力 $\sigma_3=100$ kPaが作用している。最大主応力面から角度 $\theta=30^\circ$ の面上に作用する①鉛直応力 σ [kPa]および②せん断応力 τ [kPa]を求めよ。また、粉体層の崩壊が起こるかどうかを判定せよ。ただし、粉体層の垂直面に対して最大主応力、水平面に対して最小主応力が作用するものとし、クーロン粉体を仮定する。(①325 kPa, ②130 kPa)

$$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 + (\sigma_1 - \sigma_3)(\cos 2\theta)/2 = (400 + 100)/2 + (400 - 100)(\cos 60^\circ)/2 = \boxed{325 \text{ kPa}}$$

$$\tau = (\sigma_1 - \sigma_3)(\sin 2\theta)/2 = (400 - 100)(\sin 60^\circ)/2 = 129.90 \text{ kPa} \approx \boxed{130 \text{ kPa}}$$

$$\tau = C + \sigma \tan \phi = 5.20 + 325 \tan 25^\circ = 156.74 \text{ kPa} > 130 \text{ kPa} \text{ (崩壊しない)}$$

【問題】粉体層内の応力状態

- (1) 付着力 5.20 kPa、内部摩擦角 25°の粉体層に最大主応力 $\sigma_1=400$ kPa、最小主応力 $\sigma_3=100$ kPaが作用している。最大主応力面から角度 $\theta=45^\circ$ の面上に作用する①鉛直応力 σ [kPa]および②せん断応力 τ [kPa]を求めよ。また、粉体層の崩壊が起こるかどうかを判定せよ。ただし、粉体層の垂直面に対して最大主応力、水平面に対して最小主応力が作用するものとし、クーロン粉体を仮定する。(①250 kPa, ②150 kPa)
- (2) 付着力 5.20 kPa、内部摩擦角 25°の粉体層に最大主応力 $\sigma_1=400$ kPa、最小主応力 $\sigma_3=20$ kPaが作用している。最大主応力面から角度 $\theta=30^\circ$ の面上に作用する①鉛直応力 σ [kPa]および②せん断応力 τ [kPa]を求めよ。また、粉体層の崩壊が起こるかどうかを判定せよ。ただし、粉体層の垂直面に対して最大主応力、水平面に対して最小主応力が作用するものとし、クーロン粉体を仮定する。(①305 kPa, ②164 kPa)

5.2.3 2方向から垂直応力とせん断応力が作用する場合

直方体を仮定した粉体層の垂直面に対して垂直応力 σ_x [Pa]とせん断応力 τ_{yx} [Pa]、水平面に対して垂直応力 σ_y [Pa]とせん断応力 τ_{xy} [Pa]が作用する場合を考える。この場合、主応力の向きは垂直または水平ではなくなる。粉体層の垂直面から角度 θ だけ傾いた粉体層内のすべり面 XX' (断面積 S [m²])に対して作用する垂直応力 σ [Pa]とせん断応力 τ [Pa]は、厚みのある微小な直角三角形 OXX' に対する x 方向と y 方向の力のつり合いより導かれる。

$$(x \text{ 方向}) \quad \sigma_x S \cos \theta + \tau_{yx} S \sin \theta = \sigma S \cos \theta + \tau S \sin \theta \quad \cdots(5.2.3.1)$$

$$(y \text{ 方向}) \quad \sigma_y S \sin \theta + \tau_{xy} S \cos \theta = \sigma S \sin \theta - \tau S \cos \theta \quad \cdots(5.2.3.2)$$

粉体層の回転が起こらない場合、せん断応力 τ_{yx} と τ_{xy} の大きさは互いに等しい($\tau_{yx}=\tau_{xy}$)。

x 方向のつり合い式の両辺に $\cos \theta$ を乗じる。また、 y 方向のつり合い式の両辺に $\sin \theta$ を乗じる。

$$(x \text{ 方向}) \quad \sigma_x \cos^2 \theta + \tau_{xy} \sin \theta \cos \theta = \sigma \cos^2 \theta + \tau \sin \theta \cos \theta \quad \cdots(5.2.3.3)$$

$$(y \text{ 方向}) \quad \sigma_y \sin^2 \theta + \tau_{xy} \cos \theta \sin \theta = \sigma \sin^2 \theta - \tau \cos \theta \sin \theta \quad \cdots(5.2.3.4)$$

上の2式を加えると、すべり面に作用する垂直応力 σ [Pa]が導かれる。

$$\sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta = \sigma(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \quad \cdots(5.2.3.5)$$

$$\sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y(1 - \cos^2 \theta) + \tau_{xy} \sin 2\theta = \sigma \quad [\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta, \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] \quad \cdots(5.2.3.6)$$

$$(\sigma_x - \sigma_y) \cos^2 \theta + \sigma_y + \tau_{xy} \sin 2\theta = \sigma \quad \cdots(5.2.3.7)$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)(1 + \cos 2\theta)/2 + \sigma_y + \tau_{xy} \sin 2\theta = \sigma \quad [\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1] \quad \cdots(5.2.3.8)$$

$$\boxed{\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta} \quad \cdots(5.2.3.9)$$

x 方向のつり合い式の両辺に $\sin \theta$ を乗じる。 y 方向のつり合い式の両辺に $\cos \theta$ を乗じる。

$$(x \text{ 方向}) \quad \sigma_x \cos \theta \sin \theta + \tau_{xy} \sin^2 \theta = \sigma \cos \theta \sin \theta + \tau \sin^2 \theta \quad [\tau_{yx} = \tau_{xy}] \quad \cdots(5.2.3.10)$$

$$(y \text{ 方向}) \quad \sigma_y \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} \cos^2 \theta = \sigma \sin \theta \cos \theta - \tau \cos^2 \theta \quad \cdots(5.2.3.11)$$

上の2式を差し引くと、すべり面に作用するせん断応力 τ [Pa]が導かれる。

$$(\sigma_x - \sigma_y) \cos \theta \sin \theta + (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \tau_{xy} = \tau(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) \quad \cdots(5.2.3.12)$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)(\sin 2\theta)/2 + (1 - 2\cos^2 \theta) \tau_{xy} = \tau \quad [\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta, \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] \quad \cdots(5.2.3.13)$$

$$\boxed{\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta - \tau_{xy} \cos 2\theta} \quad [\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1] \quad \cdots(5.2.3.14)$$

σ の式を変形する。

$$\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad \cdots(5.2.3.15)$$

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \right)^2 \quad \cdots(5.2.3.16)$$

τ の式を変形する。

$$\tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta - \tau_{xy} \cos 2\theta \right)^2 \quad \cdots(5.2.3.17)$$

上の2式を辺々加えると、モールの応力円が導かれる。

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta\right)^2 + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta - \tau_{xy} \cos 2\theta\right)^2 \quad \cdots(5.2.3.18)$$

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 \cos^2 2\theta + (\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta (\tau_{xy} \sin 2\theta) + \tau_{xy}^2 \sin^2 2\theta \quad \cdots(5.2.3.19)$$

$$+ \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 \sin^2 2\theta - (\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta (\tau_{xy} \cos 2\theta) + \tau_{xy}^2 \cos^2 2\theta \quad \cdots(5.2.3.20)$$

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 (\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta) + \tau_{xy}^2 (\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta) \quad \cdots(5.2.3.21)$$

$$\boxed{\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad [\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] \quad \cdots(5.2.3.22)$$

上式は、中心 $((\sigma_x + \sigma_y)/2, 0)$ 、半径 $[(\sigma_x - \sigma_y)^2/4 + \tau_{xy}^2]^{0.5}$ の円を表す。この円は、粉体層の垂直面から角度 θ だけ傾いたすべり面 XX' に作用するせん断応力 τ [Pa]を図上で与える。 $x-y$ 座標平面上における最大主応力と粉体層の水平面のなす角度 Ψ を求める。垂直応力 σ は角度 Ψ で極値をとり、最大または最小の主応力となる。

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\Psi + \tau_{xy} \sin 2\Psi \right) = 0 \quad \cdots(5.2.3.23)$$

$$-(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\Psi + 2\tau_{xy} \cos 2\Psi = 0 \quad \cdots(5.2.3.24)$$

$$\tan 2\Psi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad \cdots(5.2.3.25)$$

$$\boxed{\Psi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}} \quad \cdots(5.2.3.26)$$

σ の式に代入して τ_{xy} を消去すると、最大主応力 σ_1 [Pa]と最小主応力 σ_3 [Pa]が導かれる。

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\Psi + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \tan 2\Psi \sin 2\Psi \quad \cdots(5.2.3.27)$$

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\Psi + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \frac{\sin^2 2\Psi}{\cos 2\Psi} \quad \cdots(5.2.3.28)$$

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \frac{\cos^2 2\Psi + \sin^2 2\Psi}{\cos 2\Psi} \quad \cdots(5.2.3.29)$$

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \frac{1}{\cos 2\Psi} \quad [\sin^2 \Psi + \cos^2 \Psi = 1] \quad \cdots(5.2.3.30)$$

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sqrt{1 + \tan^2 2\Psi} \quad [1 + \tan^2 \Psi = 1/\cos^2 \Psi] \quad \cdots(5.2.3.31)$$

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sqrt{1 + 4\tau_{xy}^2 / (\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad \left[\tan 2\Psi = 2\tau_{xy} / (\sigma_x - \sigma_y) \right] \quad \dots(5.2.3.32)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sqrt{1 + 4\tau_{xy}^2 / (\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad \dots(5.2.3.33)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sqrt{1 + 4\tau_{xy}^2 / (\sigma_x - \sigma_y)^2} \quad \dots(5.2.3.34)$$

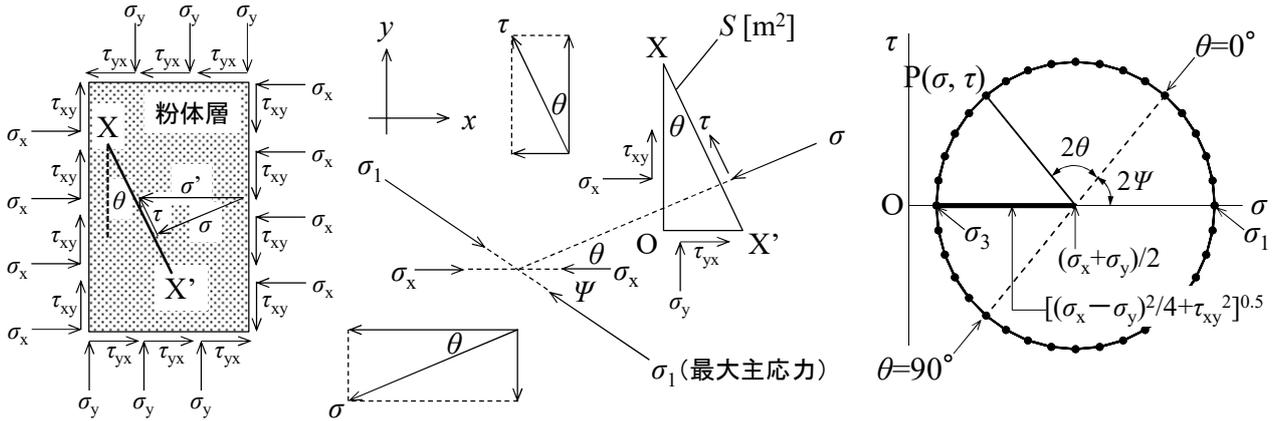


図 5.2.3.1 粉体層内の応力状態(2方向から垂直応力とせん断応力が作用する場合)

5.2.4 応力限界

粉体層の限界状態には、圧縮荷重が水平方向に作用して粉体層が斜め上方へ押し上げられようとする受動状態と、粉体層が水平方向に延伸されて自重のために崩壊しようとする主動状態の二つがある。前者の場合、最大主応力は水平方向、最小主応力は垂直方向となる。後者の場合、最大主応力は垂直方向、最小主応力は水平方向となる。以下、主動状態の粉体層に作用する主応力(粉体圧)の比と粉体層の摩擦角 ϕ の関係を導く。水平方向に作用する最小主応力 σ_3 を一定にして垂直方向に作用する最大主応力 σ_1 を増加させてゆくと(三軸圧縮試験)、図上ではモール円の半径が大きくなり、破壊包絡線と接したところで粉体層の崩壊が起こる。破壊包絡線を外挿したときの σ 軸との交点 $P(-\sigma_0, 0)$ と限界状態のモール円の中心 Q とそこから破壊包絡線に向かって降ろした垂線の足 R を結んでできる三角形 PQR を考える。クーロン粉体のモール円の半径を表す線分 QR の長さは、次式のように表される。

$$QR = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_0) - (\sigma_3 - \sigma_0)}{2} \quad \dots(5.2.4.1)$$

線分 PQ の長さは、次式のように導かれる。

$$PQ = -\sigma_0 + \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_0}{2} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_0) + (\sigma_3 - \sigma_0)}{2} \quad \dots(5.2.4.2)$$

線分 QR と線分 PQ の関係は、次式のように導かれる。

$$QR = PQ \sin \phi_1 \quad \dots(5.2.4.3)$$

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_0) - (\sigma_3 - \sigma_0)}{2} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_0) + (\sigma_3 - \sigma_0)}{2} \sin \phi_1 \quad \dots(5.2.4.4)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_0) - (\sigma_3 - \sigma_0) = [(\sigma_1 - \sigma_0) + (\sigma_3 - \sigma_0)] \sin \phi_1 \quad \cdots(5.2.4.5)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_0)(1 - \sin \phi_1) = (\sigma_3 - \sigma_0)(1 + \sin \phi_1) \quad \cdots(5.2.4.6)$$

$$\frac{\sigma_3 - \sigma_0}{\sigma_1 - \sigma_0} = \frac{1 - \sin \phi_1}{1 + \sin \phi_1} \quad \cdots(5.2.4.7)$$

非付着性粉体($C=0$)の場合は、次式となる。

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1 - \sin \phi_1}{1 + \sin \phi_1} (\equiv K_a) \quad [\sigma_0 = 0] \quad \cdots(5.2.4.8)$$

$$K_a \left(\frac{P_h}{P_v} \right) = \frac{1 - \sin \phi_1}{1 + \sin \phi_1} \quad [\sigma_1 = P_v, \sigma_3 = P_h] \quad \cdots(5.2.4.9)$$

ただし、 P_h は水平方向の粉体圧[Pa]、 P_v は垂直方向の粉体圧[Pa]、 K_a はランキン係数[-]。

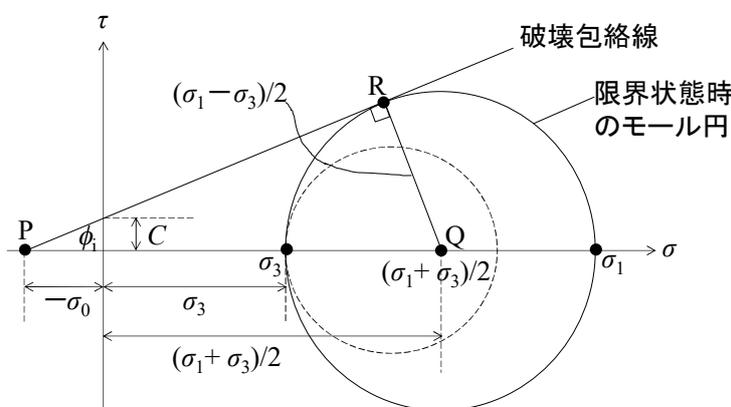


図 5.2.4.1 破壊包絡線とモール円の関係

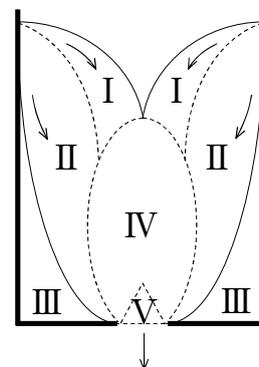
σ_3 を一定にして σ_1 を増大させてゆくと、モール円は破線から実線の方へと大きくなる。

破壊包絡線を接線とする円と σ 軸との交点 σ_1 に達すると、粉体層の崩壊が起こる。

5.3 重力流動

5.3.1 流出機構

平底容器の底面中心に設けた円形の排出口(オリフィス)からの粉体流出挙動を考える[文献2]。領域Ⅰの粉体層は、領域Ⅱの粉体層の上を速やかにすべり落ちる。領域Ⅱの粉体層は、領域Ⅲの粉体層の上をゆるやかにすべり落ちる。領域Ⅲの粉体層は、静止している。領域ⅠとⅡの粉体層は、領域Ⅳへ供給される。領域Ⅳの粉体層は、下向きに速やかに流れ落ちる。領域Ⅴの粉体層は、自由落下の状態であらゆる穴から流出する。排出口の近傍では定常的にアーチ構造が形成される。すなわち、アーチを構成する粒子は下に落ちて、代わりに新しい粒子が上から落ちて補充される。このような準静的アーチを動的アーチといい、架橋を形成して閉塞の元となる静的アーチとは区別される。この動的アーチ構造のために上部の粉体圧が支えられるため、排出口からの粉体流出速度は層高に依存しない。



5.3.2 アーチ形状説[文献3,4]

アーチ形状を半円の円弧と仮定すると、アーチ形状は円の方程式を用いて表される。

$$x^2 + y^2 = \left(\frac{D_0}{2}\right)^2 \quad \cdots(5.3.2.1)$$

$$y = \sqrt{(D_0/2)^2 - x^2} = \sqrt{a^2 - x^2} = a\sqrt{1 - (x/a)^2} \quad [a \equiv D_0/2] \quad \cdots(5.3.2.2)$$

排出口(直径 D_0 [m])内の $x=x \sim x+dx$ で切り取られる幅 dx の微小円環から排出される粉体の流出流量 dQ [m^3/s]は、次式で表される。

$$dQ = (2\pi x dx)u \quad \cdots(5.3.2.3)$$

粉体流速 u [m/s]は、ベルヌーイの定理を用いる。

$$\frac{p_1}{\rho} + gh_1 + \frac{u_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gh_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad \cdots(5.3.2.4)$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(h_1 - h_2) + \frac{u_1^2}{2} = \frac{u_2^2}{2} \quad \cdots(5.3.2.5)$$

$$0 + gy + 0 = \frac{u^2}{2} \quad \cdots(5.3.2.6)$$

$$u = \sqrt{2gy} \quad \cdots(5.3.2.7)$$

dQ の式に代入して積分すると、排出口全体からの流出流量 Q [m^3/s]が導かれる。

$$dQ = 2\pi x dx \sqrt{2gy} \quad \cdots(5.3.2.8)$$

$$dQ = 2\pi x dx \sqrt{2ga\sqrt{1 - (x/a)^2}} \quad \cdots(5.3.2.9)$$

$$dQ = (2\pi\sqrt{2ga})x[1 - (x/a)^2]^{1/4} dx \quad \cdots(5.3.2.10)$$

$$Q = 2\pi\sqrt{2ga} \int_0^{D_0/2} x[1 - (x/a)^2]^{1/4} dx \quad \cdots(5.3.2.11)$$

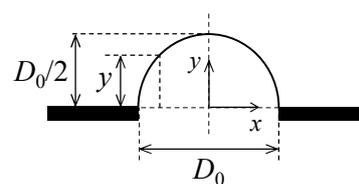
$$Q = 2\pi\sqrt{2ga} \int_0^a x[1 - (x/a)^2]^{1/4} dx \quad \cdots(5.3.2.12)$$

$$Q = 2\pi\sqrt{2ga} \int_0^1 at(1 - t^2)^{1/4} (dx/dt) dt \quad [t \equiv x/a] \quad \cdots(5.3.2.13)$$

$$Q = 2\pi\sqrt{2ga} \int_0^1 at(1 - t^2)^{1/4} a dt \quad \cdots(5.3.2.14)$$

$$Q = 2\pi\sqrt{2ga} a^{2.5} \int_0^1 t(1 - t^2)^{1/4} dt \quad \cdots(5.3.2.15)$$

$$Q = 2\pi\sqrt{2ga} a^{2.5} \int_1^0 (\sqrt{1 - X}) X^{1/4} (dt/dX) dX \quad \cdots(5.3.2.16)$$



$$Q = 2\pi\sqrt{2ga^{2.5}} \int_1^0 \sqrt{1-X} X^{1/4} \frac{dX}{-2\sqrt{1-X}} \quad [X \equiv 1-t^2] \quad \cdots(5.3.2.17)$$

$$Q = \pi\sqrt{2ga^{2.5}} \int_0^1 X^{1/4} dX \quad \cdots(5.3.2.18)$$

$$Q = \frac{4}{5}\pi\sqrt{2ga^{2.5}} \quad \cdots(5.3.2.19)$$

$$Q = \frac{4}{5}\pi\sqrt{2g} \left(\frac{D_0}{2}\right)^{2.5} \quad \cdots(5.3.2.20)$$

$$\boxed{Q \approx 1.97D_0^{2.5}} \quad \cdots(5.3.2.21)$$

粉体の場合は、上式のように層高には無関係であり、流出流量は排出口径の2.5乗に比例する。
液体の場合は、次式のように液高の0.5乗に比例し、流出流量は排出口径の2乗に比例する。

$$Q = uS = \sqrt{2gh} \pi (D_0/2)^2 \approx 3.48h^{0.5} D_0^2 \quad \cdots(5.3.2.22)$$

本法で導かれた式は単純だが、アーチ形状を半円の円弧と仮定している点や粉体の性質に関する情報が式中に含まれない点で問題が残る。

5.3.3 粉体エネルギー説 [文献5]

円形排出口(直径 D_0)の近傍には自由落下アーチが形成される(曲率半径 R_c)。このアーチより上方では原点に向かう流速 u_p の直線的な流れが角度 $0 \sim 2\beta$ の範囲で放射状に広がる(曲率半径 R)。自由落下アーチより下方では、排出口の両端で幅 $k/2$ ずつだけ狭められて縮流が形成され、自由落下の状態で鉛直下向きに流れる。

原点から $R\cos\theta$ の高さにある微小体積 dV の流動粉体をもつエネルギー $E dV$ [J]は、圧力項を無視して次式で表される。

$$E dV = \rho_B dV g R \cos\theta + \frac{1}{2} \rho_B dV u_p^2 \quad \cdots(5.3.3.1)$$

$$E = \rho_B g R \cos\theta + \frac{1}{2} \rho_B u_p^2 \quad \cdots(5.3.3.2)$$

粉体の流下速度 u_p [m/s]は断面積に反比例するので、適当な定数 λ を用いて等式化する。

$$u_p \propto \frac{1}{\pi(R\cos\theta)^2} = \frac{\lambda}{\pi R^2 \cos^2\theta} \quad \cdots(5.3.3.3)$$

流下中の粉体をもつエネルギーは原点に近づくにつれて減少し、自由落下アーチの位置で最小となる。このときの臨界曲率半径 R_c は、次式のように導かれる。

$$\frac{dE}{dR} = \frac{d}{dR} \left(\rho_B g R \cos\theta + \frac{1}{2} \rho_B u_p^2 \right) \quad \cdots(5.3.3.4)$$

$$\frac{dE}{dR} = \rho_B g \cos\theta + \frac{1}{2} \rho_B \frac{d}{dR} \left(\frac{\lambda}{\pi R^2 \cos^2\theta} \right)^2 \quad \cdots(5.3.3.5)$$

$$\frac{dE}{dR} = \rho_B g \cos \theta + \frac{1}{2} \rho_B \frac{d}{dR} \left(\frac{\lambda^2}{\pi^2 R^4 \cos^4 \theta} \right) \quad \cdots(5.3.3.6)$$

$$\frac{dE}{dR} = \rho_B g \cos \theta + \frac{\rho_B \lambda^2}{2\pi^2 \cos^4 \theta} \left(\frac{-4}{R^5} \right) \quad \cdots(5.3.3.7)$$

$$\frac{dE}{dR} = \rho_B g \cos \theta - \frac{2\rho_B \lambda^2}{\pi^2 R^5 \cos^4 \theta} \quad \cdots(5.3.3.8)$$

$$\rho_B g \cos \theta - \frac{2\rho_B \lambda^2}{\pi^2 R_c^5 \cos^4 \theta} = 0 \quad \cdots(5.3.3.9)$$

$$\pi^2 R_c^5 \cos^4 \theta = \frac{2\rho_B \lambda^2}{\rho_B g \cos \theta} \quad \cdots(5.3.3.10)$$

$$R_c = \left(\frac{2\lambda^2}{\pi^2 g \cos^5 \theta} \right)^{1/5} \quad \cdots(5.3.3.11)$$

最小曲率半径 R_c は、次式によっても導かれる。

$$2R_c \sin \beta = D_0 - 2(k/2) \quad \cdots(5.3.3.12)$$

$$R_c = \frac{D_0 - k}{2 \sin \beta} \quad \cdots(5.3.3.13)$$

R_c の式に代入して定数 λ を求める。

$$\left(\frac{2\lambda^2}{\pi^2 g \cos^5 \theta} \right)^{1/5} = \frac{D_0 - k}{2 \sin \beta} \quad \cdots(5.3.3.14)$$

$$\lambda^2 = \frac{\pi^2 g}{2} \left(\frac{\cos \theta}{\sin \beta} \frac{D_0 - k}{2} \right)^5 \quad \cdots(5.3.3.15)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 g}{(2^3)^2} \left[\frac{\cos \theta}{\sin \beta} (D_0 - k) \right]^{5/2}} \quad \cdots(5.3.3.16)$$

$$\lambda = \frac{\pi \sqrt{g}}{8} \left[\frac{\cos \theta}{\sin \beta} (D_0 - k) \right]^{5/2} \quad \cdots(5.3.3.17)$$

u_p の式に代入すると、流動粉体の最小流下速度 u_{pc} [m/s] が導かれる。

$$u_{pc} = \frac{\pi \sqrt{g}}{8} \left[\frac{\cos \theta}{\sin \beta} (D_0 - k) \right]^{5/2} \left/ \left[\pi \left(\frac{D_0 - k}{2 \sin \beta} \right)^2 \cos^2 \theta \right] \right. \quad \cdots(5.3.3.18)$$

$$u_{pc} = \left[\frac{\pi \sqrt{g}}{8} \left(\frac{\cos \theta}{\sin \beta} \right)^{5/2} (D_0 - k)^{5/2} \right] \left/ \left[\frac{\pi}{4} \left(\frac{\cos \theta}{\sin \beta} \right)^2 (D_0 - k)^2 \right] \right. \quad \cdots(5.3.3.19)$$

$$u_{pc} = \frac{1}{2} \left(\frac{\cos \theta}{\sin \beta} \right)^{1/2} (D_0 - k)^{1/2} \sqrt{g} \quad \cdots(5.3.3.20)$$

質量流出流量 W [kg/s] は、幅 $R_c d\theta$ および周長 $2\pi R_c \sin \theta$ からなる微小円環 (断面積 dS_c) から排出する粉体の流出流量 dQ [m³/s] を積分して導かれる。

$$W = \int \rho_B dQ \quad \cdots(5.3.3.21)$$

$$W = \int \rho_B u_{pc} dS_c \quad \cdots(5.3.3.22)$$

$$W = \int_0^\beta \rho_B u_{pc} (2\pi R_c \sin \theta) (R_c d\theta) \quad \cdots(5.3.3.23)$$

$$W = \int_0^\beta 2\pi \rho_B u_{pc} R_c^2 \sin \theta d\theta \quad \cdots(5.3.3.24)$$

$$W = \int_0^\beta 2\pi \rho_B \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\cos \theta}{\sin \beta} \right)^{1/2} (D_0 - k)^{1/2} \sqrt{g} \right] \left(\frac{D_0 - k}{2 \sin \beta} \right)^2 \sin \theta d\theta \quad \cdots(5.3.3.25)$$

$$W = \int_0^\beta \frac{\pi \rho_B}{4} \left[\frac{\cos^{1/2} \theta}{\sin^{5/2} \beta} \right] (D_0 - k)^{5/2} \sqrt{g} \sin \theta d\theta \quad \cdots(5.3.3.26)$$

$$W = \frac{\pi \rho_B \sqrt{g}}{4} \left(\frac{D_0 - k}{\sin \beta} \right)^{5/2} \int_0^\beta \cos^{1/2} \theta \sin \theta d\theta \quad \cdots(5.3.3.27)$$

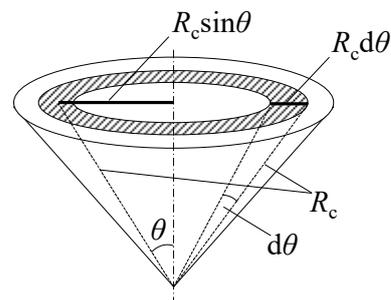
$$W = \frac{\pi \rho_B \sqrt{g}}{4} \left(\frac{D_0 - k}{\sin \beta} \right)^{5/2} \int_1^{\cos^{1/2} \beta} t \sqrt{1-t^4} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) dt \quad [t \equiv \cos^{1/2} \theta] \quad \cdots(5.3.3.28)$$

$$W = \frac{\pi \rho_B \sqrt{g}}{4} \left(\frac{D_0 - k}{\sin \beta} \right)^{5/2} \int_1^{\cos^{1/2} \beta} t \sqrt{1-t^4} \left(-\frac{2t}{\sqrt{1-t^4}} \right) dt \quad \cdots(5.3.3.29)$$

$$W = \frac{\pi \rho_B \sqrt{g}}{4} \left(\frac{D_0 - k}{\sin \beta} \right)^{5/2} \int_1^{\cos^{1/2} \beta} (-2t^2) dt \quad \cdots(5.3.3.30)$$

$$W = \frac{\pi \rho_B \sqrt{g}}{4} \left(\frac{D_0 - k}{\sin \beta} \right)^{5/2} \left[-\frac{2}{3} t^3 \right]_1^{\cos^{1/2} \beta} \quad \cdots(5.3.3.31)$$

$$W = \frac{\pi \rho_B \sqrt{g}}{6} \left(\frac{1 - \cos^{3/2} \beta}{\sin^{5/2} \beta} \right) (D_0 - D_p)^{5/2} \quad [k \approx D_p] \quad \cdots(5.3.3.32)$$



排出口のアーチ形状に着目して導かれた式と同様、流出流量は排出口径 D_0 の 2.5 乗に比例する。流れの縮小幅 k は、粉体層の粒子径 D_p 程度であることが知られている [文献 6]。流出角 β [deg.] は、粉体特性や容器形状に依存する。円錐状のホッパーから排出される場合は、内部摩擦角 ϕ [deg.] に対する次の相関式を用いる [文献 7]。

$$\beta = 50^\circ - \frac{\phi}{2} \quad \cdots(5.3.3.33)$$

ホッパー角が分かっている場合は、ホッパーの半頂角 θ [deg.] を近似的に流出角と見なす ($\beta \approx \theta$) [文献 8]。

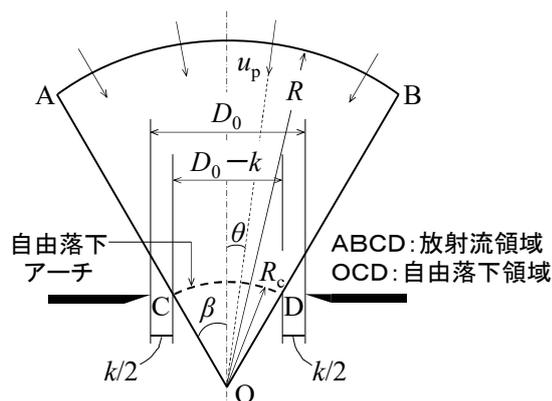


図 5.3.3.1 円形排出口(オリフィス)からの粉体流出モデル [文献 5]

【計算例】重力流動

- (1) 平均粒子径 100 μm、かさ密度 800 kg/m³、内部摩擦角 27°の粉体を 5.00 cm の小孔から流出させるときの流出速度 W [kg/s]を求めよ。(0.747 kg/s)

$$\beta = 50^\circ - (\phi/2) = 50^\circ - (27^\circ/2) = 36.5^\circ$$

$$W = (\pi \rho_b g^{1/2}/6) [(1 - \cos^{3/2} \beta) / \sin^{5/2} \beta] (D_0 - D_p)^{5/2}$$

$$= [800\pi(9.81)^{1/2}/6] [(1 - \cos^{3/2} 36.5^\circ) / \sin^{5/2} 36.5^\circ] (5.00 \times 10^{-2} - 100 \times 10^{-6})^{5/2} = 0.74686 \text{ kg/s} \doteq \boxed{0.747 \text{ kg/s}}$$

- (2) 平均粒子径 500 μm、かさ密度 800 kg/m³、内部摩擦角 27°の粉体を毎秒 1.00 kg 流出させるのに必要な流出口径 D_0 [cm]を求めよ。(5.66 cm)

$$\beta = 50^\circ - (\phi/2) = 50^\circ - (27^\circ/2) = 36.5^\circ$$

$$D_0 = D_p + [W / \{(\pi \rho_b g^{1/2}/6) \{ (1 - \cos^{3/2} \beta) / \sin^{5/2} \beta \} \}]^{2/5}$$

$$= 500 \times 10^{-6} + [1.00 / \{ \{ 800\pi(9.81)^{1/2}/6 \} \{ (1 - \cos^{3/2} 36.5^\circ) / \sin^{5/2} 36.5^\circ \} \}]^{2/5} = 0.056579 \text{ m} \doteq \boxed{5.66 \text{ cm}}$$

【問題】重力流動

- (1) 平均粒子径 10.0 μm、かさ密度 800 kg/m³、内部摩擦角 27°の粉体を 5.00 cm の小孔から流出させるときの流出速度 W [kg/s]を求めよ。(0.750 kg/s)
- (2) 平均粒子径 5.00 μm、かさ密度 800 kg/m³、内部摩擦角 27°の粉体を毎秒 1.00 kg 流出させるのに必要な流出口径 D_0 [cm]を求めよ。(5.61 cm)

5.3.4 偏析 [文献 9]

均一に混合された粉体であっても、それを流動させると、粒子径、粒子密度、粒子形状のちがいによって再び不均一となる。これを**偏析(segregation)**といい、粉体の分離現象に相当する。たとえば、均一に混合された粉体をホップの真上から投入して、粉体を円錐状に堆積させる。このとき、粒子径の大きい粗粉体は流れやすく、中心部から離れた外周部に分布しやすい(**粒度偏析**)。一方、微粉体は、粒子空隙を通して粉体層の下方へ移動する。粉体層に振動が加わると、移動がさらに促進される。このような部分的な偏析を**パーコレーション(percolation、すり抜け、浸透)**という。粉体試料を長い間放置しておく、はじめの頃は均一混合の状態であっても徐々に偏析が進み、場所によって粒子径分布の変化が生じることになる。そのほか、粉体供給時、微粉体は舞い上がりやすいため、沈降すると粉体層の表面に分布す

るようになる。また、粒子径が同じ程度であっても、粒子密度が大きいものは粉体層の下方へ、小さいものは上方へ移動する(密度偏析)。これらの課題は、粉体造粒物の粒子径を揃えることで抑制できる。

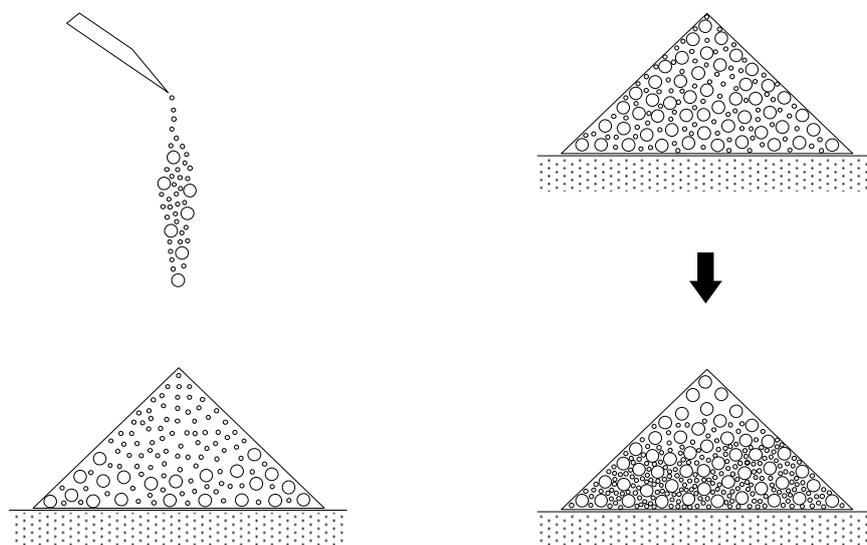


図 5.3.4.1 偏析現象の例

(左) 粗粉体は外周部に堆積しやすく、微粉体は堆積物の表面に堆積しやすい。

(右) 長時間静置しておくと、微粉体が粒子間隙をすり抜けて粉体層の下方へ移動する。

参考文献

- [1] A.W. Jenike, P.J. Elsey, R.H. Woolley; *Proc. ASTM*, **60** (1960) 1168-1181
- [2] R.L. Brown and J.C. Richards; *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **37** (1959)108-116
- [3] Г.И. Покровский(ポクロフスキー); *Жур. Тех. Физ.*, **7** (1937)424-427
- [4] И.П. Линчевский(リンチェフスキー); *Жур. Тех. Физ.*, **9** (1939)343-347
- [5] R.L. Brown and J.C. Richards; *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, **37** (1959)108-116
- [6] 植松時雄(著), 化学工学協会(編); 化学機械技術, 第5集(1953) p.187
- [7] 藤田 重文, 東畑平一郎(編); 化学工学Ⅱ 第2版「機械的操作」, 東京化学同人(1972) p.129-131
- [8] 今木 清康; 粉体工学演習, コロナ社(1987)p.81
- [9] 三輪茂雄; 粉粒体工学, 朝倉書店(1972), 8.4章