

固液分離

1. ケーク濾過 [文献 1-7]

濾過は、濾布や粒子充填層などの濾材を用いてスラリー（懸濁液）を湿潤固体と液体に分離する機械的分離操作である。スラリーの固体濃度が 1 vol% 以上の場合、濾材面上にケーク（濾滓、ろさい）と呼ばれる湿潤固体層が形成され、ケーク自体が濾材の役割を果たす。このような濾過をケーク濾過といい、固体または液体、あるいはその両方の回収が目的となる。スラリーの固体濃度が 0.1 vol% 以下の希薄条件となる場合、固体粒子が濾材の内部で捕捉され、ケークはほとんど形成されない。この場合、懸濁粒子は濾材の奥深くで補足されることから、濾材濾過または内部濾過といい、清澄液の回収が目的となる。

1. 1 物質収支

1.1.1 ケーク中の固体量

原料スラリー M_{sl} [kg] を濾過すると、湿潤ケーク M_c [kg] と濾液 M_l [kg] に分離される。このとき、濾過前後の物質収支式は、次式で表される。

$$\text{(全物質収支)} \quad M_{sl} = M_c + M_l (= M_c + \rho V) \quad \cdots(1.1.1.1)$$

$$\text{(固体量収支)} \quad M_{sl}s = M_c s_c (= W_c) \quad \cdots(1.1.1.2)$$

ただし、 s はスラリー濃度 [kg-固体/kg-スラリー]、 s_c は湿潤ケーク中の固体質量分率 [kg-固体/kg-湿潤ケーク]、 V は濾液量 [m³]、 W_c は湿潤ケーク中の固体量 [kg-固体]、 ρ は濾液密度 [kg/m³]。

固体量収支式の M_{sl} と M_c を全物質収支式に代入する。

$$\frac{W_c}{s} = \frac{W_c}{s_c} + \rho V \quad \cdots(1.1.1.3)$$

$$\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s_c} \right) W_c = \rho V \quad \cdots(1.1.1.4)$$

$$W_c = \frac{\rho V}{(s_c - s)/(s s_c)} \quad \cdots(1.1.1.5)$$

$$W_c = \frac{\rho s V}{(s_c - s)/s_c} \quad \cdots(1.1.1.6)$$

$$W_c = \frac{\rho s V}{1 - (s/s_c)} \quad \cdots(1.1.1.7)$$

$$\boxed{W_c = \frac{\rho s V}{1 - ms}} \quad \left[m \equiv \frac{1}{s_c} = \frac{M_c}{W_c} \right] \quad \cdots(1.1.1.8)$$

$$\boxed{W_c = cV} \quad \left[c \equiv \frac{\rho s}{1 - ms} \right] \quad \cdots(1.1.1.9)$$

ただし、 c は濾液量あたりの固体量 [kg-固体/m³-濾液]、 m はケーク湿乾質量比 [kg-湿潤ケーク/kg-固体]。希薄スラリーの場合は、 $1 - ms \doteq 1$ が成り立つ。

1.1.2 濾液量

スラリー処理量 V_{sl} [m³]が既知の場合は、上で導いた物質収支式より濾液量 V [m³]を得る。

$$V = \frac{1-ms}{\rho_s} W_c \quad \cdots(1.1.2.1)$$

$$V = \frac{1-ms}{\rho_s} M_{sl}s \quad [W_c = M_{sl}s] \quad \cdots(1.1.2.2)$$

$$V = \frac{1-ms}{\rho_s} \rho_{sl}s V_{sl} \quad [M_{sl} = \rho_{sl}V_{sl}] \quad \cdots(1.1.2.3)$$

$$\boxed{V = \frac{(1-ms)\rho_{sl}V_{sl}}{\rho}} \quad \cdots(1.1.2.4)$$

ただし、 M_{sl} はスラリー重量[kg-スラリー]、 ρ_{sl} はスラリー密度[kg/m³]。

スラリー密度 ρ_{sl} [kg/m³]は、次式のように導かれる。

$$\rho_{sl} = \frac{M_{sl}}{\frac{M_{sl}s}{\rho_s} + \frac{M_{sl}(1-s)}{\rho}} \quad \cdots(1.1.2.5)$$

$$\boxed{\rho_{sl} = \frac{1}{\frac{s}{\rho_s} + \frac{1-s}{\rho}}} \quad \cdots(1.1.2.6)$$

1.1.3 ケーク湿乾質量比

ケーク湿乾質量比 m [kg-湿潤ケーク/kg-固体]は、湿潤ケーク量 M_c [kg]と湿潤ケーク中の固体量 W_c [kg]の比で表される。

$$m = \frac{M_c}{W_c} \quad \cdots(1.1.3.1)$$

湿潤ケーク量 M_c [kg]は、湿潤ケーク中の固体量 W_c [kg]と液体量 M_w [kg]の和で表される。

$$M_c = W_c + M_w \quad \cdots(1.1.3.2)$$

$$AL_c\rho_c = AL_c(1-\varepsilon_{av})\rho_s + AL_c\varepsilon_{av}\rho \quad \cdots(1.1.3.3)$$

ただし、 A は濾過面積(ケーク断面積)[m²]、 L_c はケーク厚み[m]、 ε_{av} は湿潤ケークの平均空隙率[-]、 ρ_c はケーク密度[kg/m³]、 ρ_s は固体密度[kg/m³]。

M_c と W_c の式を m の式に代入する。

$$m = \frac{AL_c\rho_c}{AL_c(1-\varepsilon_{av})\rho_s} \quad \cdots(1.1.3.4)$$

$$\boxed{m = \frac{\rho_c}{(1-\varepsilon_{av})\rho_s}} \quad \cdots(1.1.3.5)$$

m が既知の場合は、上式を変形して湿潤ケークの平均空隙率 ε_{av} [-]を求める。

$$1-\varepsilon_{av} = \frac{\rho_c}{m\rho_s} \quad \cdots(1.1.3.6)$$

$$\boxed{\varepsilon_{av} = 1 - \frac{\rho_c}{m\rho_s}} \quad \cdots(1.1.3.7)$$

1.1.4 ケーク密度

ケーク密度 ρ_c [kg/m³]は、湿潤ケークの収支式より導かれる。

$$M_c = W_c + M_w \quad \cdots(1.1.4.1)$$

$$AL_c\rho_c = AL_c(1-\varepsilon_{av})\rho_s + AL_c\varepsilon_{av}\rho \quad \cdots(1.1.4.2)$$

$$\rho_c = (1-\varepsilon_{av})\rho_s + \varepsilon_{av}\rho \quad \cdots(1.1.4.3)$$

ε_{av} の式を代入する。

$$\rho_c = [\rho_c/(m\rho_s)]\rho_s + [1 - \{\rho_c/(m\rho_s)\}]\rho \quad [\varepsilon_{av} \equiv 1 - \{\rho_c/(m\rho_s)\}] \quad \cdots(1.1.4.4)$$

$$\rho_c[1 - (1/m)] = [1 - \{\rho_c/(m\rho_s)\}]\rho \quad \cdots(1.1.4.5)$$

$$\rho_c(m-1) = [m - (\rho_c/\rho_s)]\rho \quad \cdots(1.1.4.6)$$

$$\rho_c(m-1) = m\rho - (\rho_c/\rho_s)\rho \quad \cdots(1.1.4.7)$$

$$m\rho = (\rho_c/\rho_s)\rho + \rho_c(m-1) \quad \cdots(1.1.4.8)$$

$$\frac{m\rho}{\rho\rho_c} = \frac{(\rho_c/\rho_s)\rho}{\rho\rho_c} + \frac{\rho_c(m-1)}{\rho\rho_c} \quad \cdots(1.1.4.9)$$

$$\boxed{\frac{m}{\rho_c} = \frac{1}{\rho_s} + \frac{m-1}{\rho}} \quad \cdots(1.1.4.10)$$

上式は、湿潤ケーク m [kg]分の体積が乾燥ケーク 1 kg 分の体積と間隙水 $(m-1)$ [kg]分の体積の和で表されることを表している。

1.1.5 ケーク厚み

ケーク厚み L_c [m]は、湿潤ケーク中の固体量 W_c の式より導かれる。

$$W_c = AL_c(1-\varepsilon_{av})\rho_s \quad \cdots(1.1.5.1)$$

$$\boxed{L_c = \frac{1}{\rho_s(1-\varepsilon_{av})} \frac{W_c}{A}} \quad \cdots(1.1.5.2)$$

ε_{av} の式を代入すると、 ε_{av} を含まないケーク厚み L_c が導かれる。

$$L_c = \frac{1}{\rho_s(\rho_c/m\rho_s)} \frac{W_c}{A} \left[\varepsilon_{av} \equiv 1 - \frac{\rho_c}{m\rho_s} \right] \quad \cdots(1.1.5.3)$$

$$\boxed{L_c = \frac{mW_c}{\rho_c A}} \quad \cdots(1.1.5.4)$$

1. 2 濾過速度

1.2.1 基本方程式

ケーク内における濾液の流れは、透過流動とみなすことができる。ケーク内の流動状態を層流と仮定すると、濾過速度 u [m/s]はダルシーの式を用いて次式のように表される。

$$\text{(ケーキ部)} \quad u = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} = \frac{\Delta p_c}{\mu R_c} \left[R_c \equiv \frac{L_c}{k_p} \right] \quad \cdots(1.2.1.1)$$

ただし、 A は濾過面積[m²]、 L_c はケーキ厚み[m]、 R_c はケーキ内の流動抵抗(ケーキ抵抗)[1/m]、 V は濾液量[m³]、 θ は濾過時間[s]、 Δp_c はケーキ部の圧力損失[Pa]であり、濾過圧 p と濾材部の圧力損失 p_m の差($p - p_m$)で表される。

ケーキ部と濾材部で直列的に濾過が進むことから、濾材部についても上と同様の式で表される。

$$\text{(濾材部)} \quad u = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} = \frac{\Delta p_m}{\mu R_m} \quad \cdots(1.2.1.2)$$

ただし、 R_m は濾材抵抗[1/m]、 Δp_m は濾材部の圧力損失[Pa]($=p_m$)。

ケーキ部と濾材部の式を辺々加えると、総括の濾過速度 u [m/s]が導かれる。

$$u(\mu R_c + \mu R_m) = \Delta p_c + \Delta p_m \quad \cdots(1.2.1.3)$$

$$\text{(総括)} \quad u = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} = \frac{\Delta p}{\mu(R_c + R_m)} \quad [\Delta p \equiv \Delta p_c + \Delta p_m = (p - p_m) + p_m = p] \quad \cdots(1.2.1.4)$$

ただし、 Δp [Pa]はケーキ部と濾材の総括圧力損失[Pa]。

ケーキ抵抗 R_c [1/m]は、湿潤ケーキ中の固体量 W_c [kg-固体]に比例し、濾過面積 A [m²]に反比例する。

$$R_c = \alpha \frac{W_c}{A} \quad \cdots(1.2.1.5)$$

ただし、 α は比抵抗[m/kg]であり、濾過のしにくさを表す。

濾材抵抗 R_m [1/m]は、濾材そのものを抵抗 R_m の仮想ケーキに置き換えると、上式と同様に表される。

$$R_m = \alpha \frac{W_0}{A} \quad \cdots(1.2.1.6)$$

ただし、 W_0 は仮想ケーキ中の固体量[kg-固体]。

上の2式を総括濾過速度 u の式に代入すると、**濾過の基本方程式**を得る。

$$u = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} = \frac{\Delta p}{\mu[(\alpha W_c/A) + (\alpha W_0/A)]} \quad \cdots(1.2.1.7)$$

$$u = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} = \frac{A \Delta p}{\mu \alpha (W_c + W_0)} \quad \cdots(1.2.1.8)$$

$$u = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} = \frac{\Delta p}{\mu \left[\frac{\rho s \alpha}{1 - m s} \left(\frac{V}{A} \right) + \frac{\rho s \alpha}{1 - m s} \left(\frac{V_0}{A} \right) \right]} \quad \left[W_c = \frac{\rho s V}{1 - m s}, W_0 = \frac{\rho s V_0}{1 - m s} \right] \quad \cdots(1.2.1.9)$$

$$\boxed{u = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} = \frac{A \Delta p (1 - m s)}{\mu \rho s \alpha (V + V_0)}} \quad \cdots(1.2.1.10)$$

ただし、 V_0 は相当濾液量[m³]であり、濾材抵抗に等しい仮想ケーキを形成するのに必要な濾液量を表す。

1.2.2 比抵抗

比抵抗 α は、濾過のしにくさを表す。経験的には、 10^{11} m/kg 以下は易濾過性、 $10^{12} \sim 10^{13}$ m/kg は中程度、 10^{13} m/kg 以上は難濾過性となる。比抵抗は、空隙率が最大となるケーキ表面で最小、空隙率が最小

となる濾材の接面で最大となることから、**平均比抵抗** α_{av} として扱う。一般に、圧力損失(濾過圧)が大きくなるほどケーキが圧縮されるため、比抵抗は増大する。このことは、次の実験式で表される。

$$\text{(Ruth ルース型)} \quad \alpha_{av} = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta p_c^n (\approx \alpha_0 + \alpha_1 p^n) \quad \cdots(1.2.2.1)$$

$$\text{(Sperry スペリイ型)} \quad \alpha_{av} = \alpha_1 \Delta p_c^n (\approx \alpha_1 p^n) \quad \cdots(1.2.2.2)$$

ただし、 n は**圧縮性指数**[-]であり、ケーキの圧縮のしやすさを表す。 $n=0$ のとき**非圧縮性**であり、 n 値が大きくなるほど圧縮性は高くなる。

理論的な比抵抗 α は、ケーキ内部の流動抵抗がコゼニー・カルマン式に基づくものとして導かれる。

$$R_c = \frac{L_c}{k_p} \quad \cdots(1.2.2.3)$$

$$R_c = \frac{1}{\rho_s(1-\varepsilon_{av})} \frac{W_c}{A} \bigg/ \frac{\varepsilon_{av}^3}{5S_V^2(1-\varepsilon_{av})^2} \left[L_c = \frac{1}{\rho_s(1-\varepsilon_{av})} \frac{W_c}{A}, k_p = \frac{\varepsilon_{av}^3}{5S_V^2(1-\varepsilon_{av})^2} \right] \quad \cdots(1.2.2.4)$$

$$\frac{1}{\rho_s(1-\varepsilon_{av})} \frac{W_c}{A} \bigg/ \frac{\varepsilon_{av}^3}{5S_V^2(1-\varepsilon_{av})^2} = \alpha \frac{W_c}{A} \quad \left[R_c = \alpha \frac{W_c}{A} \right] \quad \cdots(1.2.2.5)$$

$$\frac{1}{\rho_s} \bigg/ \frac{\varepsilon_{av}^3}{5S_V^2(1-\varepsilon_{av})^2} = \alpha \quad \cdots(1.2.2.6)$$

$$\boxed{\alpha = \frac{5S_V^2(1-\varepsilon_{av})}{\rho_s \varepsilon_{av}^3}} \quad \cdots(1.2.2.7)$$

1. 3 濾過時間

1.3.1 定圧濾過時間

基本方程式を次式のように変形する。ケーキは、非圧縮性であるものとする。[文献 8]

$$u = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} = \frac{A\Delta p(1-ms)}{\mu\rho_s\alpha(V+V_0)} \quad \cdots(1.3.1.1)$$

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{A^2\Delta p(1-ms)}{\mu\rho_s\alpha(V+V_0)} \quad \cdots(1.3.1.2)$$

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{2A^2\Delta p(1-ms)}{\mu\rho_s\alpha} \frac{1}{2(V+V_0)} \quad \cdots(1.3.1.3)$$

$$\frac{dV}{d\theta} = \frac{K}{2(V+V_0)} \quad \cdots(1.3.1.4)$$

$$\int_0^V \frac{2(V+V_0)}{K} dV = \int_0^\theta d\theta \quad \cdots(1.3.1.5)$$

$$\frac{2}{K} \left(\frac{V^2}{2} + VV_0 \right) = \theta \quad \cdots(1.3.1.6)$$

$$\boxed{\theta = \frac{V^2 + 2VV_0}{K}} \quad \left[K \equiv \frac{2A^2\Delta p(1-ms)}{\mu\rho_s\alpha}, V_0 \equiv \frac{A(1-ms)}{\rho_s\alpha} R_m \right] \quad \cdots(1.3.1.7)$$

ただし、 K は定圧濾過係数[m⁶/s]、 V_0 は相当濾液量[m³]。

あるいは、次式で表される。

$$\boxed{\theta = \frac{v^2 + 2v\omega_0}{k}} \quad \left[k \equiv \frac{K}{A^2}, v \equiv \frac{V}{A}, \omega_0 \equiv \frac{V_0}{A} \right] \quad \cdots(1.3.1.8)$$

ただし、 k は定圧濾過係数[m²/s]、 v は濾過面積あたりの濾液量[m]、 ω_0 は濾過面積あたりの相当濾液量[m]。

θ の式を変形して得られる次式に定圧濾過試験データを当てはめると、傾きより定圧濾過係数 K [m⁶/s]、切片より相当濾液量 V_0 [m³]を得る。

$$\frac{\theta}{V} = \frac{1}{K}V + \frac{2}{K}V_0 \quad \cdots(1.3.1.9)$$

K 値より比抵抗 α [m/kg]を求める。

$$\boxed{\alpha = \frac{2A^2\Delta p(1-ms)}{K\mu\rho s}} \quad \cdots(1.3.1.10)$$

V_0 値より濾材抵抗 R_m [1/m]を求める。

$$R_m = \alpha \frac{W_0}{A} \quad \cdots(1.3.1.11)$$

$$\boxed{R_m = \frac{\rho s \alpha V_0}{A(1-ms)}} \quad \left[W_0 = \frac{\rho s V_0}{1-ms} \right] \quad \cdots(1.3.1.12)$$

1.3.2 定速濾過時間

基本方程式を次式のように変形する。

$$u = \frac{A\Delta p(1-ms)}{\mu\rho s\alpha(V+V_0)} \quad \cdots(1.3.2.1)$$

$$\frac{V}{A} + \frac{V_0}{A} = \frac{(\Delta p_c + \Delta p_m)(1-ms)}{u\mu\rho s\alpha} \quad [\Delta p \equiv \Delta p_c + \Delta p_m] \quad \cdots(1.3.2.2)$$

濾材部の濾過速度式を次式のように変形する。

$$u = \frac{\Delta p_m}{\mu R_m} \quad \cdots(1.3.2.3)$$

$$u = \frac{\Delta p_m}{\mu(\alpha W_0/A)} \quad \left[R_m = \alpha \frac{W_0}{A} \right] \quad \cdots(1.3.2.4)$$

$$u = \frac{\Delta p_m}{\frac{\mu\rho s\alpha V_0}{1-ms} \frac{1}{A}} \quad \left[W_0 = \frac{\rho s V_0}{1-ms} \right] \quad \cdots(1.3.2.5)$$

$$\frac{V_0}{A} = \frac{\Delta p_m(1-ms)}{u\mu\rho s\alpha} \quad \cdots(1.3.2.6)$$

先の変形式と上式を辺々引き算する。

$$\left(\frac{V}{A} + \frac{V_0}{A} \right) - \frac{V_0}{A} = \frac{(\Delta p_c + \Delta p_m)(1-ms)}{u\mu\rho s\alpha} - \frac{\Delta p_m(1-ms)}{u\mu\rho s\alpha} \quad \cdots(1.3.2.7)$$

$$\frac{V}{A} = \frac{\Delta p_c(1-ms)}{u\mu\rho s\alpha} \quad \cdots(1.3.2.8)$$

$$u = \frac{\Delta p_c(1-ms)}{\mu\rho s\alpha(V/A)} \quad \cdots(1.3.2.9)$$

濾過速度 u は定数であることから、濾過面積あたりの濾液量 V/A は次式のように導かれる。

$$u = \frac{1}{A} \frac{dV}{d\theta} = \frac{d(V/A)}{d\theta} \quad \cdots(1.3.2.10)$$

$$\int_0^{V/A} d(V/A) = \int_0^\theta u d\theta \quad \cdots(1.3.2.11)$$

$$\frac{V}{A} = u\theta \quad \cdots(1.3.2.12)$$

先の u 式に代入すると、非圧縮性ケーキにおける定速濾過時間 θ [s]を得る。

$$u = \frac{\Delta p_c(1-ms)}{\mu\rho s\alpha(u\theta)} \quad \cdots(1.3.2.13)$$

$$\boxed{\theta = \frac{\Delta p_c(1-ms)}{\mu\rho s\alpha u^2}} \quad \cdots(1.3.2.14)$$

Sperry 式と辺々割り算すると、ケーキの圧縮性を考慮した定速濾過時間 θ [s]を得る。

$$\frac{\theta}{\alpha} = \frac{\Delta p_c(1-ms)}{\mu\rho s\alpha u^2} / (\alpha_1 \Delta p_c^n) \quad [\alpha = \alpha_1 \Delta p_c^n] \quad \cdots(1.3.2.15)$$

$$\boxed{\theta = \frac{\Delta p_c^{n-1}(1-ms)}{\mu\rho s\alpha_1 u^2}} \quad \cdots(1.3.2.16)$$

1. 4 回分定圧濾過[文献 9-11]

1. 4. 1 濾過面積

圧濾機(フィルタープレス)の濾過面積 A [m²]は、次式で表される。

$$A = A_0 N_f \quad \cdots(1.4.1.1)$$

$$\boxed{A = 2A_f N_f} \quad [A_0 \equiv 2A_f] \quad \cdots(1.4.1.2)$$

ただし、 A_0 は濾枠 1 枚あたりの濾過面積[m²]、 A_f は濾枠面積[m²]、 N_f は濾枠枚数[-]。

濾過面積 A_0 が濾枠面積 A_f の 2 倍になる理由は、濾布が敷かれた濾板 2 枚の間に濾板が挟まれる構造になっていることから、濾枠の表面と裏面の両方が濾布で覆われるためである。

濾枠枚数 N_f は、湿潤ケーキ体積 V_c と濾枠の全体積を等置することで導かれる。

$$V_c = A_f L_f N_f \quad \cdots(1.4.1.3)$$

$$\boxed{N_f = \frac{V_c}{A_f L_f}} \quad \cdots(1.4.1.4)$$

ただし、 L_f は濾枠厚み[m]。

1 バッチあたりの湿潤ケーキ体積 V_c [m³]は、濾過面積 A [m²]とケーキ厚み L_c [m]の積より導かれる。

$$V_c = AL_c \quad \cdots(1.4.1.5)$$

$$V_c = \frac{mW_c}{\rho_c} \left[L_c \equiv \frac{mW_c}{\rho_c A} \right] \quad \cdots(1.4.1.6)$$

$$\boxed{V_c = \frac{m\rho_{sl}sV_{sl}}{\rho_c}} \quad [W_c = \rho_{sl}sV_{sl}] \quad \cdots(1.4.1.7)$$

1.4.2 濾過時間

1 バッチあたりの平均濾過速度 u_{av} [m/s]は、次式で表される。

$$u_{av} = \frac{V/A}{\theta + \theta_d} \quad \cdots(1.4.2.1)$$

ただし、 θ_d は濾過操作以外の作業(濾枠の開閉、ケーキの排出、濾布の洗浄)に要する時間[s]。濾液量 V で微分し、極大値を与える θ_d を求める。

$$\frac{du_{av}}{dV} = \frac{d}{dV} \left[\frac{V/A}{(V^2 + 2VV_0)/K + \theta_d} \right] = 0 \quad \cdots(1.4.2.2)$$

$$\frac{(V/A)'[(V^2 + 2VV_0)/K + \theta_d] - (V/A)[(V^2 + 2VV_0)/K + \theta_d]'}{[(V^2 + 2VV_0)/K + \theta_d]^2} = 0 \quad \cdots(1.4.2.3)$$

$$(1/A)[(V^2 + 2VV_0)/K + \theta_d] - (V/A)[2(V + V_0)/K] = 0 \quad \cdots(1.4.2.4)$$

$$[(V^2 + 2VV_0)/K + \theta_d] - [2(V^2 + VV_0)/K] = 0 \quad \cdots(1.4.2.5)$$

$$\theta_d = [(2V^2 + 2VV_0)/K] - [(V^2 + 2VV_0)/K] \quad \cdots(1.4.2.6)$$

$$\boxed{\theta_d = \frac{V^2}{K}} \quad \cdots(1.4.2.7)$$

θ の式に代入して V を消去すると、最適濾過時間 θ_{opt} [s]を得る。

$$\theta_{opt}(=\theta) = \frac{(\sqrt{K\theta_d})^2 + 2(\sqrt{K\theta_d})V_0}{K} \quad \cdots(1.4.2.8)$$

$$\theta_{opt} = \frac{K\theta_d + 2V_0\sqrt{K\theta_d}}{K} \quad \cdots(1.4.2.9)$$

$$\boxed{\theta_{opt} = \theta_d + 2V_0\sqrt{\frac{\theta_d}{K}}} \quad \cdots(1.4.2.10)$$

濾材抵抗が無視できる場合($V_0=0$)は、次式となる。

$$\boxed{\theta_{opt} = \theta_d} \quad \cdots(1.4.2.11)$$

1. 5 連続定圧濾過 [文献 9-11]

1.5.1 濾過面積

外径 D_D [m]、幅 L_D [m]の回転円筒ドラムが中心角 ψ [rad]で液に浸かっているときの有効濾過面積 A_e [m²]は、次式で表される。

$$A_e = AF \quad \cdots(1.5.1.1)$$

$$\boxed{A_e = \pi D_D L_D \left(\frac{\psi}{2\pi} \right)} \quad \left[A \equiv \pi D_D L_D, F \equiv \frac{\psi}{2\pi} \right] \quad \cdots(1.5.1.2)$$

ただし、 A は円筒ドラムの濾過面積[m²]、 F は浸液率[-]。

円筒ドラムの寸法が分かっている場合の濾過面積 A [m²]は、次式のように導かれる。

$$vA = \frac{Q}{N_D} \quad \left[v \equiv \frac{V}{A} \right] \quad \cdots(1.5.1.3)$$

$$\boxed{A = \frac{Q}{vN_D}} \quad \cdots(1.5.1.4)$$

ただし、 N_D は円筒ドラムの回転速度[1/s]、 Q は濾液流量[m³/s]、 V は円筒ドラム1回転あたりの濾液量[m³]、 v は濾過面積あたりの濾液量[m³/m²]。

スラリー処理量 Q_{sl} [m³/s]が分かっている場合の濾液流量 Q [m³/s]は、上で導いた次式を用いる。

$$V = \frac{(1-ms)\rho_{sl}V_{sl}}{\rho} \quad \cdots(1.5.1.5)$$

$$\boxed{Q = \frac{(1-ms)\rho_{sl}Q_{sl}}{\rho}} \quad \left[Q \equiv \frac{V}{\theta} \right] \quad \cdots(1.5.1.6)$$

1.5.2 濾液量

濾過面積あたりの濾液量 v [m³/m²]は、定圧濾過方程式の修正式より導かれる。

$$v^2 + 2v(v_0 + v_\ell) - k\theta = 0 \quad \left[k = \frac{2\Delta p(1-ms)}{\mu\rho s\alpha}, v = \frac{V}{A}, v_0 = \frac{1-ms}{\rho s\alpha} R_m \right] \quad \cdots(1.5.2.1)$$

$$v = \frac{-2(v_0 + v_\ell) + \sqrt{4(v_0 + v_\ell)^2 + 4k\theta}}{2} \quad \cdots(1.5.2.2)$$

$$\boxed{v = \sqrt{(v_0 + v_\ell)^2 + k\theta} - (v_0 + v_\ell)} \quad \cdots(1.5.2.3)$$

ただし、 v_ℓ は濾過面積あたりの残留ケーキの相当濾液量[m³/m²]。

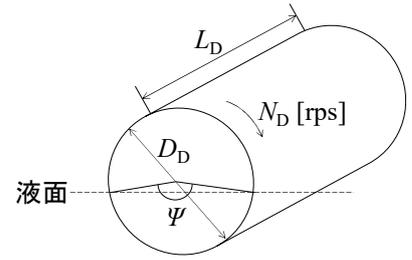
浸液時間 θ [s]は、円筒ドラム1回転あたりの周長 πD_D と周期 $1/N_D$ の比で表される先端速度式と円筒ドラム1回転あたりの浸液距離 $(\pi D_D)(\psi/2\pi)$ と浸液時間 θ の比で表される先端速度式を等置して導く。

$$\frac{\pi D_D}{1/N_D} = \frac{(\pi D_D)(\psi/2\pi)}{\theta} \quad \cdots(1.5.2.4)$$

$$\boxed{\theta = \frac{F}{N_D}} \quad \left[F \equiv \frac{\psi}{2\pi} \right] \quad \cdots(1.5.2.5)$$

1.5.3 残留ケーキの相当濾液量

回転円筒型濾過機の場合、濾材面保護のため、ケーキの全量を剥離するのではなく、ある程度のケー



ク厚みを残して操作する。この残留ケーキは濾材抵抗に相当し、その増分としての相当濾液量 V_ℓ を相当濾過量 V_0 に加える。残留ケーキ中の固体量 W_ℓ [kg] は、上で導いた手順と同様にして次式で表される。

$$W_\ell = \frac{\rho_s V_\ell}{1 - ms} \quad \cdots(1.5.3.1)$$

残留ケーキ厚み L_ℓ [m] は、上で導いた手順と同様にして次式で表される。

$$L_\ell = \frac{mW_\ell}{\rho_c A} \quad \cdots(1.5.3.2)$$

上の2式で W_ℓ を消去すると、残留ケーキの相当濾液量 V_ℓ [m³] または v_ℓ [m³/m²] を得る。

$$L_\ell = \frac{m}{\rho_c A} \left(\frac{\rho_s V_\ell}{1 - ms} \right) \quad \cdots(1.5.3.3)$$

$$V_\ell = \frac{\rho_c A (1 - ms)}{m \rho_s} L_\ell \quad \cdots(1.5.3.4)$$

$$v_\ell = \frac{\rho_c (1 - ms)}{m \rho_s} L_\ell \quad \left[v_\ell \equiv \frac{V_\ell}{A} \right] \quad \cdots(1.5.3.5)$$

1. 6 スケールアップ

試験機の濾過面積 A や濾過圧 Δp が実機の値 A' や $\Delta p'$ に変更されると、試験機の定圧濾過定数 K と相当濾液量 V_0 は、実機の値 K' と V_0' に変更される。実機で用いるスラリーの性状と濾材が試験機と同じである場合 ($m, s, \alpha, \mu, \rho, R_m$ が変化しない場合)、実機の定圧濾過定数 K' [m⁶/s] と相当濾液量 V_0' [m³] は、次式のように導かれる。

$$\frac{K'}{K} = \frac{2A'^2 \Delta p' (1 - ms)}{\mu \rho_s \alpha} \bigg/ \frac{2A^2 \Delta p (1 - ms)}{\mu \rho_s \alpha} \quad \cdots(1.6.1)$$

$$K' = K \left(\frac{A'}{A} \right)^2 \left(\frac{\Delta p'}{\Delta p} \right) \quad \cdots(1.6.2)$$

$$k' = k \left(\frac{\Delta p'}{\Delta p} \right) \quad \left[k' \equiv \frac{K'}{A'^2}, k \equiv \frac{K}{A^2} \right] \quad \cdots(1.6.3)$$

$$\frac{V_0'}{V_0} = \frac{A' (1 - ms)}{\rho_s \alpha} R_m \bigg/ \frac{A (1 - ms)}{\rho_s \alpha} R_m \quad \cdots(1.6.4)$$

$$V_0' = V_0 \left(\frac{A'}{A} \right) \quad \cdots(1.6.5)$$

$$v_0' = v_0 \quad \left[v_0' \equiv \frac{V_0'}{A'}, v \equiv \frac{V_0}{A} \right] \quad \cdots(1.6.6)$$

2. 遠心脱水

晶析工程後の分離工程では、多くの場合、遠心分離が用いられる。遠心分離操作には、液中に含まれる微細粒子の除去や油水分離を目的とする**遠心沈降型**と、固体懸濁液からの脱液を目的とする**遠心濾過・遠心脱水型**に大別される。遠心濾過は、広義の遠心脱水であり、濾過に続いて脱水が起こる。ここでは、結晶性の高い大粒径粒子の回収が対象となる**遠心脱水**を取り扱う。

2. 1 遠心力場の力学

2.1.1 遠心効果

質量 m [kg]の粒子が半径 r [m]の円周上を角速度 ω [rad/s]で円運動するとき、粒子に作用する遠心力 F [N]は、次式で表される。

$$F = m r \omega^2 \quad \cdots(2.1.1.1)$$

角速度 ω [rad/s]は、一周の角度 2π [rad]と回転物体の周期($2.1/n$) [s]の比で表される。

$$\omega = \frac{2\pi^{\text{rad}}}{(1/n)^{\text{s}}} = 2\pi n \quad \cdots(2.1.1.2)$$

遠心効果 Z [-]は、遠心分離機の性能を示す目安であり、重力に対する遠心力の比で定義される。重力加速度 g の倍数に相当し、たとえば $Z=3000$ のときは「3000G(ジー)」と呼ぶ。

$$Z = \frac{m r \omega^2}{m g} \quad \cdots(2.1.1.3)$$

$$Z = \frac{r \omega^2}{g} \quad \cdots(2.1.1.4)$$

ω の式を代入すると、遠心分離機の回転速度 n [rps]を含む遠心効果の式を得る。

$$Z = \frac{r(2\pi n)^2}{g} \quad \cdots(2.1.1.5)$$

$$Z = \frac{4\pi^2 r n^2}{g} \quad \cdots(2.1.1.6)$$

2.1.2 遠心力場における液圧 [文献 12-14]

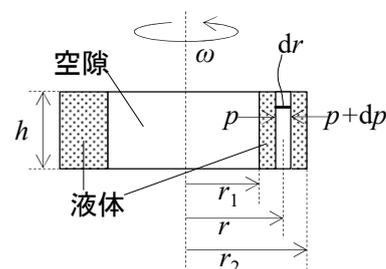
液体が回転軸の中心より r [m]の位置で回転している。この環筒状液体の内部に設けられた厚さ dr 、高さ h の薄い環筒状液体に作用する力のつり合いは、液体と容器の間に作用する摩擦力と液体の重力を無視すると、次式で表される。

$$(2\pi r h) p + \rho_f [\pi \{ (r + dr)^2 - r^2 \} h] r \omega^2 = (2\pi r h) (p + dp) \quad \cdots(2.1.2.1)$$

上式を微小圧力 dp [Pa]について整理し、境界条件 $p=p_1$ のとき $r=r_1$ (液表面)、 $p=p_2$ のとき $r=r_2$ (器壁)の下で積分すると、回転液体が器壁に及ぼす圧力 Δp [Pa]が導かれる。

$$(2\pi r h) p + \rho_f (2\pi r h dr) r \omega^2 = (2\pi r h) (p + dp) \quad [(dr)^2 = 0] \quad \cdots(2.1.2.2)$$

$$\rho_f \omega^2 r dr = dp \quad [(dr)^2 = 0] \quad \cdots(2.1.2.3)$$



$$\int_{p_1}^{p_2} dp = \rho_f \omega^2 \int_{r_1}^{r_2} r dr \quad \cdots(2.1.2.4)$$

$$\boxed{\Delta p = \frac{\rho_f \omega^2}{2} (r_2^2 - r_1^2)} \quad [\Delta p = p_2 - p_1] \quad \cdots(2.1.2.5)$$

$$\boxed{\Delta p = \frac{\rho_f}{2} (u_2^2 - u_1^2)} \quad [u = r\omega^2] \quad \cdots(2.1.2.6)$$

2. 2 脱水平衡 [文献 15-23]

2. 2. 1 飽和度

湿潤粒子層の空隙体積に対する粒子外液の体積の比を**飽和度** S [–]といい、次式で定義される。

$$S = \frac{V_o}{V_b \varepsilon} \quad [V_b \equiv AL] \quad \cdots(2.2.1.1)$$

ただし、 A は粒子層の断面積[m²]、 L は粒子層高さ[m]、 V_b は粒子層の体積[m³]、 V_o は粒子外液の体積[m³]、 ε は空隙率[–]。

粒子層に含まれる液の重量割合を**含液率** w [wt%]といい、湿量基準 w_w [wt%]と乾量基準 w_d [wt%]がある。

$$w_w = \frac{M_L}{M_S + M_L} \times 100 = \frac{V_b \varepsilon \rho_S}{V_b (1 - \varepsilon) \rho_p + V_b \varepsilon \rho_S} \times 100 = \frac{\varepsilon \rho_S}{(1 - \varepsilon) \rho_p + \varepsilon \rho_S} \times 100 \quad \cdots(2.2.1.2)$$

$$w_d = \frac{M_L}{M_S} \times 100 = \frac{V_b \varepsilon \rho_S}{V_b (1 - \varepsilon) \rho_p} \times 100 = \frac{\varepsilon \rho_S}{(1 - \varepsilon) \rho_p} \times 100 \quad \cdots(2.2.1.3)$$

ただし、 M_L は粒子層中の液重量[kg]、 M_S は粒子層中の固体重量[kg]、 S は飽和度[–]、 V_b は粒子層の体積[m³]、 ε は空隙率[–]、 ρ は液密度[kg/m³]、 ρ_p は粒子密度[kg/m³]。

設計上は、 S 値に**平均飽和度** S_{av} [–]を適用する。

2. 2. 2 含液率分布

細い管に固体粒子を充填してできる粒子層を液中に浸漬させてから垂直に引き上げると、管内の液の一部が流出し、残りの液は毛管現象により粒子層内に保持される。このため、粒子層の高さ方向に含液率分布が形成される。脱水平衡時における含液率分布は、**附着液**と**くさび毛管液(ウェッジ液)**と**内部液**が存在し、飽和度がほぼ一定となる**低湿分域**($S=S_\infty$)、上記の液に加えて**毛管上昇液**が存在し、高さ方向で飽和度が変化する**転移域**、粒子間隙がすべて液体で満たされる**飽和域**($S=1$)に大別される。転移域の毛管上昇高さについては、みかけの飽和域を仮定し、分布の平均値を採用する。この平均高さ h_g [m]を**相当飽和域高さ**または**ドレン高さ**という。

飽和度 S と毛管上昇高さ h の良好な相関式として、村瀬らの式がある。 [文献 24]

$$\frac{S - S_\infty}{1 - S_\infty} = \frac{0.167}{(h/h_{g,\min}) - 0.848} - 0.100 \quad [1.00 < h/h_{g,\min} < 2.52] \quad \cdots(2.2.2.1)$$

$$h_{g,\min} = 0.42 \sqrt{\frac{\varepsilon}{k_p} \frac{\gamma \cos \theta}{\rho g}} \quad \cdots(2.2.2.2)$$

ただし、 $h_{g,\min}$ は重力場における最小毛管上昇高さ[m]、 k_p は透過率[m²]、 S_∞ は残留平衡飽和度[–]、 γ は界

面張力[N/m]、 ε は空隙率[-]、 θ は接触角[rad]、 ρ は液密度[kg/m³]。

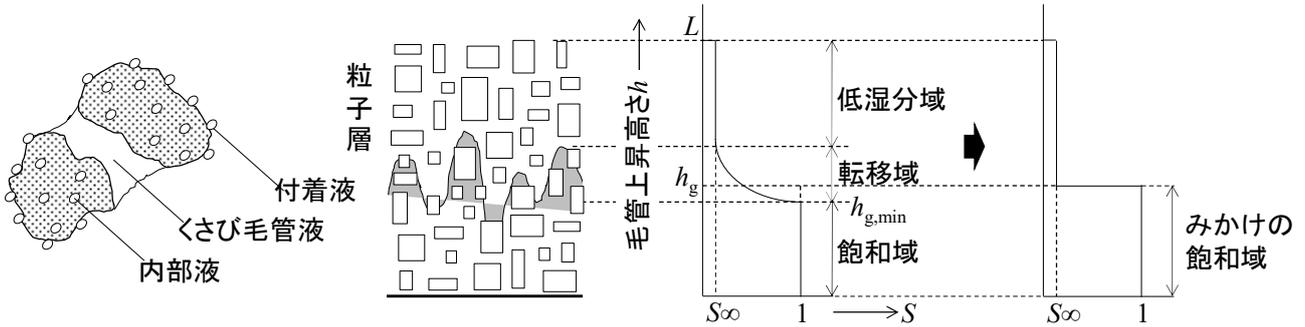


図 2.2.1 含液率分布

2.2.3 相当飽和域高さ

重力場における相当飽和域高さ h_g [m]は、液体の毛管上昇高さ h [m]を修正することで導かれる。毛細管を液体の中に差し込むと、液体と管壁の親和性が良好であれば、液は管壁をよく濡らして毛細管内を上昇する。液体の密度を ρ [kg/m³]、毛細管の内径を $D (=2r)$ [m]、内径の周長を S [m]とすると、液柱の重量 W [kg]と界面張力のつり合いより毛管上昇高さ h [m]が導かれる。

$$W = (\gamma \cos \theta) S \quad \dots(2.2.3.1)$$

$$\pi(D/2)^2 h \rho g = \pi D \gamma \cos \theta \quad \dots(2.2.3.2)$$

$$h = \frac{4\gamma \cos \theta}{\rho g D} \quad \dots(2.2.3.3)$$

$$k = 4 \left[k \equiv \frac{D \rho g h}{\gamma \cos \theta} \right] \quad \dots(2.2.3.4)$$

ただし、 k はキャピラリー一定数[-]。

k の式における D 値を粒子径 D_p に、 h 値を相当飽和域高さ h_g に変更すると、重力脱水時の相当飽和域高さ h_g を得る。(h 式の定数項 4 は修正に反映されない。)

$$\boxed{h_g = \frac{\gamma \cos \theta}{\rho g D_p}} \left[k_c \equiv \frac{D_p \rho g h_g}{\gamma \cos \theta} \right] \quad \dots(2.2.3.5)$$

ただし、 k_c は粒子層基準のキャピラリー一定数であり、粒子形状や充填状態に依存する。大雑把に見積もる場合は、10を用いる。[文献 17, 19]

遠心脱水の場合は、重力加速度 g に遠心効果 Z を乗じて、 h_g を遠心力場における相当飽和域高さ h_c [m] に置き換える。なお、 k_c 値は変化しない。

$$\boxed{h_c = \frac{\gamma \cos \theta}{Z \rho g D_p}} \left[k_c \equiv \frac{D_p \rho Z g h_c}{\gamma \cos \theta}, h_c \equiv \frac{h_g}{Z} \right] \quad \dots(2.2.3.6)$$

2.2.4 平衡時平均飽和度

脱水平衡時の粒子層内における粒子外液の全量 V_{tot} [m^3]は、相当飽和域高さ以下の領域($0 \leq z \leq h_g$)に含まれる液量 V_{co} [m^3]と、それ以上の領域($h_g \leq z \leq L$)に含まれる残存液量 V_{ro} [m^3]の和で表される。

$$V_{\text{tot}} = V_{\text{co}} + V_{\text{ro}} \quad \cdots(2.2.4.1)$$

$$V_{\text{tot}} = Ah_g \varepsilon + A(L - h_g) \varepsilon S_{\infty} \quad [V_{\text{co}} \equiv Ah_g \varepsilon, V_{\text{ro}} \equiv A(L - h_g) \varepsilon S_{\infty}] \quad \cdots(2.2.4.2)$$

ただし、 S_{∞} は低湿分域における残留平衡飽和度[-]。

飽和度 S の式に代入すると、粒子層全体に対する平衡時平均飽和度 $S_{\text{av}\infty}$ [-]が導かれる。

$$S_{\text{av}\infty} = \frac{Ah_g \varepsilon + A(L - h_g) \varepsilon S_{\infty}}{AL \varepsilon} \quad \cdots(2.2.4.3)$$

$$S_{\text{av}\infty} = \frac{h_g + (L - h_g) S_{\infty}}{L} \quad \cdots(2.2.4.4)$$

$$S_{\text{av}\infty} = \frac{h_g}{L} + \left(1 - \frac{h_g}{L}\right) S_{\infty} \quad \cdots(2.2.4.5)$$

$$\boxed{S_{\text{av}\infty} = S_{\infty} + (1 - S_{\infty}) \frac{h_g}{L}} \quad \cdots(2.2.4.6)$$

遠心力場の場合は、相当飽和域高さ $h_c (= h_g)$ が粒子層高さ L よりも十分に小さいことから、次式となる。

$$\boxed{S_{\text{av}\infty} \approx S_{\infty}} \quad [h_c / L \approx 0] \quad \cdots(2.2.4.7)$$

2.2.5 残留平衡飽和度

低湿分域における残留平衡飽和度 S_{∞} [-]は、粒子内部液を無視すれば、ウェッジ液の飽和度 S_w [-]と表面付着液の飽和度 S_A [-]の和で表される。近似的に、 $S_{\infty} \approx S_w$ が成り立つ。

$$S_{\infty} = S_w + S_A \approx S_w \quad [S_w \gg S_A] \quad \cdots(2.2.5.1)$$

S_w 値の推算式として、均一ガラス球充填層に対する大山・山口の式がある。[文献 25]

$$S_w = \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right) n_{\text{av}} \phi \quad \cdots(2.2.5.2)$$

$$n_{\text{av}} = 12 - 27.8(\varepsilon - 0.26) \quad \cdots(2.2.5.3)$$

$$\phi = 0.0064 \quad [K_p \leq 21] \quad \cdots(2.2.5.4)$$

$$\phi = 0.098 K_p^{-0.88} \quad [K_p > 21] \quad \cdots(2.2.5.5)$$

$$K_p \equiv \frac{\rho Z g D_p^2}{\gamma \cos \theta} \quad \cdots(2.2.5.6)$$

ただし、 K_p は粒子径基準のキャピラリー数[-]、 n_{av} は粒子 1 個あたりの平均接触点[-]、 γ は界面張力[N・m]、 ϕ はウェッジ液 1 滴の体積に関する因子[-]、 θ は接触角[rad]。

上式のほか、粒子形状を考慮した村瀬らの式が簡便である。[文献 24]

$$S_{\infty} = 0.075(50K_c)^{-0.37\sqrt{1-\phi_c}} \quad [K_c \leq 0.02] \quad \cdots(2.2.5.7)$$

$$S_{\infty} = 2.40 \times 10^{-3} K_c^{-0.88} \quad [K_c > 0.02] \quad \cdots(2.2.5.8)$$

$$K_c \equiv \frac{\rho Z g k_p}{\gamma \cos \theta} \quad \cdots(2.2.5.9)$$

$$Z = \frac{4\pi^2 n^2}{g} \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right) = \frac{2\pi^2 n^2}{g} (2r_2 - L) \quad [r_2 - r_1 \approx L] \quad \cdots(2.2.5.10)$$

$$\phi_c = \frac{6}{S_v D_{pV}} \left[D_{pV} \equiv \sqrt[3]{\frac{6V_p}{\pi}} \right] \quad \cdots(2.2.5.11)$$

ただし、 D_{pV} は等体積球相当径[m]、 K_c はキャピラリー数[-]、 L は粒子層厚み[m]、 r_1 は脱水機の縁半径(中心から粒子層表面までの半径距離)[m]、 r_2 は脱水機本体の半径(中心から壁面までの半径距離)[m]、 S_v は体積基準の比表面積[m²/m³]、 V_p は粒子体積[m³]、 ϕ_c はカルマンの形状係数[-](球のとき 1、立方体のとき 0.806)。

2. 3 毛管脱水時間

粒子層高さまで液が満たされた湿潤粒子層を鉛直方向へ引き上げて回分重力脱水を行う。前半は、粒子層内を流れる毛管脱水過程が律速となり、毛管上昇高さの近傍まで脱水される($t=t_g$, $h \doteq h_g$)。後半は、残存液が粒子表面を伝って流れる膜脱水過程が律速となり、無限時間後に毛管上昇高さとなる($t=\infty$, $h=h_g$)。ダルシーの式に基づく毛管脱水速度 u_g [m/s] より、重力脱水時の毛管脱水時間 t_g [s] が導かれる。

$$u_g = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} = k_p \frac{\Delta p}{\mu L} \quad \cdots(2.3.1)$$

$$-\frac{1}{A} \frac{d(Ah\varepsilon)}{dt} = \frac{h-h_g}{h} \left(\frac{\rho g k_p}{\mu} \right) \quad [V=Ah\varepsilon, \Delta p = \rho g(h-h_g), L=h] \quad \cdots(2.3.2)$$

$$-\varepsilon \frac{dh}{dt} = \frac{h-h_g}{h} \left(\frac{\rho g k_p}{\mu} \right) \quad \cdots(2.3.3)$$

$$-\varepsilon \int_L^h \frac{h}{h-h_g} dh = \frac{\rho g k_p}{\mu} \int_0^{t_g} dt \quad \cdots(2.3.4)$$

$$-\varepsilon \int_L^h \left(1 + \frac{h_g}{h-h_g} \right) dh = \frac{\rho g k_p}{\mu} t_g \quad \cdots(2.3.5)$$

$$-\varepsilon \left[h + h_g \ln(h-h_g) \right]_L^h = \frac{\rho g k_p}{\mu} t_g \quad \cdots(2.3.6)$$

$$-\varepsilon \left[(h-L) + h_g \ln \frac{h-h_g}{L-h_g} \right] = \frac{\rho g k_p}{\mu} t_g \quad \cdots(2.3.7)$$

$$(L-h) + h_g \ln \frac{L-h_g}{h-h_g} = \frac{\rho g k_p}{\mu \varepsilon} t_g \quad \cdots(2.3.8)$$

$$t_g = \frac{\mu \varepsilon}{\rho g k_p} \left[(L-h) + h_g \ln \frac{L-h_g}{h-h_g} \right] \quad \cdots(2.3.9)$$

ただし、 A は粒子層断面積[m²]、 h は液面高さ[m]、 k_p は透過係数[m²]、 L は粒子層高さ[m]、 t は時間[s]、 V は粒子層内の全液量[m³]、 Δp は圧力損失[Pa]。

遠心脱水の場合は、臨界値以上の遠心力でほぼ完全に毛管上昇液が除去されることから、遠心脱水時の毛管脱水時間 t_c [s] は次式となる。

$$t_c = \frac{\mu \varepsilon L}{\rho Z g k_p} \quad [Z > Z_c, h=0, h_g=h_c=0] \quad \cdots(2.3.10)$$

2. 4 回分脱水

任意の重力脱水時間における粒子層内の粒子外液量 V_t [m³] は、液面高さ以下の領域に含まれる液量 V_c [m³] と、液面高さ以上の領域に含まれる液のうち液膜流れの状態にある液量 V_f [m³] と、滞留状態にある液量 V_r [m³] の和で表される。

$$V_t = V_c + V_f + V_r \quad \cdots(2.4.1)$$

$$V_t = A h \varepsilon + A(L-h)(1-\varepsilon) S_V \delta_{av} + A(L-h) \varepsilon S_\infty \quad \cdots(2.4.2)$$

$$V_t = A \varepsilon \{ h + (L-h) S_\infty \} + A(L-h)(1-\varepsilon) S_V \delta_{av} \quad \cdots(2.4.3)$$

ただし、 h はある時間における液面高さ[m]、 L は粒子層高さ[m]、 S_V は体積基準の粒子比表面積[m²/m³]、 S_W は質量基準の粒子比表面積[m²/kg]、 S_∞ は残留平衡飽和度[-]、 δ_{av} は平均液膜厚み[m]。

平均液膜厚み δ_{av} は、直立平板流れの式より導かれる次式を用いる。[文献 19]

$$\delta_{av} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\mu L}{\rho g t}} \quad \cdots(2.4.4)$$

粒子層高さ L を粒子層最上部と液面高さの間隔 $(L-h)$ に置き換えて V_t の式に代入する。

$$V_t = A \varepsilon \{ h + (L-h) S_\infty \} + \frac{2}{3} A(L-h)(1-\varepsilon) S_V \sqrt{\frac{\mu(L-h)}{\rho g t}} \quad \cdots(2.4.5)$$

$$V_f = A \varepsilon \{ h + (L-h) S_\infty \} + \frac{2}{3} A(1-\varepsilon) S_V \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \cdots(2.4.6)$$

飽和度 S の式に代入すると、任意の重力脱水時間における粒子層の平均飽和度 S_{av} [-] を得る。

$$S_{av} = \left[A \varepsilon \{ h + (L-h) S_\infty \} + \frac{2}{3} A(1-\varepsilon) S_V \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \right] / A L \varepsilon \quad \cdots(2.4.7)$$

$$S_{av} = \frac{h + (L-h)S_{\infty}}{L} + \frac{2}{3} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \cdots(2.4.8)$$

$$S_{av} = S_{\infty} + (1-S_{\infty}) \frac{h}{L} + \frac{2}{3} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h)^3}{\rho g t}} \quad \cdots(2.4.9)$$

遠心脱水の場合は、毛管脱水時間 t_c がきわめて短いことから、任意の時間における毛管上昇高さ h を h_c とおいて、Nenniger-Storow の式を得る。【文献 26】

$$S_{av} = S_{av\infty} + \frac{2}{3} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h_c)^3}{\rho Z g t}} \quad \left[S_{av\infty} \equiv S_{\infty} + (1-S_{\infty}) \frac{h_c}{L} \right] \quad \cdots(2.4.10)$$

透過率 k_p [m^2] は、コゼニー・カルマンの式より求める。

$$k_p = \frac{\varepsilon^3}{5S_V^2(1-\varepsilon)^2} \quad \cdots(2.4.11)$$

$$\frac{5S_V^2 k_p}{\varepsilon} = \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^2 \quad \cdots(2.4.12)$$

$$\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{S_V} \sqrt{\frac{\varepsilon}{5k_p}} \quad \cdots(2.4.13)$$

Nenniger-Storow の式に代入する。

$$S_{av} = S_{av\infty} + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{S_V} \sqrt{\frac{\varepsilon}{5k_p}} \right) \frac{S_V}{L} \sqrt{\frac{\mu(L-h_c)^3}{\rho Z g t}} \quad \cdots(2.4.14)$$

$$S_{av} = S_{av\infty} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \frac{L-h_c}{L} \sqrt{\frac{\mu\varepsilon(L-h_c)}{\rho Z g k_p t}} \quad \cdots(2.4.15)$$

臨界遠心効果 Z_c よりも大きい遠心条件では、ほぼ完全に毛管上昇液が除去される。

$$S_{av} = S_{\infty} + 0.3 \sqrt{\frac{\mu\varepsilon L}{\rho Z g k_p t}} \quad [Z > Z_c, h_c = 0] \quad \cdots(2.4.16)$$

山口・井上は、上式の定数項を 0.33 に修正した。【文献 27】

$$S_{av} = S_{\infty} + 0.33 \sqrt{\frac{t_c}{t}} \quad \left[t_c = \frac{\mu\varepsilon L}{\rho Z g k_p} \right] \quad \cdots(2.4.17)$$

2. 5 連続脱水

脱水機の有効容積(実際に脱水が行われる容積) V_{eff} [m^3] は、次式で表される。

$$V_{eff} = V_B \eta = \pi(r_2^2 - r_1^2) H_B \eta \quad \cdots(2.5.1)$$

ただし、 r_1 はバスケットの縁半径(中心から粒子層表面までの半径距離)[m]、 r_2 はバスケットの半径[m]、 H_B は脱水機深さ[m]、 V_B は脱水機容積[m³]、 η は脱水機の有効容積率[-]。

固体の平均滞留時間 τ [s]は、脱水機内の固体重量 M_s [kg]と固体供給量 Q_M [kg/s]の比で表される。

$$\tau = \frac{M_s}{Q_M} \quad \dots(2.5.2)$$

粒子層体積を脱水機の有効容積に等置させると、脱水機内の固体重量 M_s [kg]は次式のように導かれる。

$$\frac{M_s}{\rho_b} = V_{\text{eff}} \quad \dots(2.5.3)$$

$$M_s = \rho_p(1-\varepsilon)\pi(r_2^2 - r_1^2)H_B\eta \quad [\rho_b = \rho_p(1-\varepsilon)] \quad \dots(2.5.4)$$

ただし、 ρ_b は粒子層のかさ密度[kg/m³]、 ρ_p は粒子密度[kg/m³]。固体供給量 Q_M [kg/s]は、脱水機からの固体排出速度に等しいとみなす。

$$Q_M = \rho_b\pi(r_2^2 - r_1^2)\ell f \quad \dots(2.5.5)$$

ただし、 f は押出板の振動数[1/s]、 ℓ はストローク長[m]。

M_s と Q_M の式を τ の式に代入する。

$$\tau = \frac{H_B\eta}{\ell f} \quad \dots(2.5.6)$$

粒子層の厚さ L [m]は、近似的に次式で表されるものとする。

$$L = r_2 - r_1 \quad \dots(2.5.7)$$

平均遠心効果 Z は、次式で与えられる。

$$Z = \frac{4\pi^2 n^2}{g} \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right) = \frac{2\pi^2 n^2 (r_1 + r_2)}{g} \quad \dots(2.5.8)$$

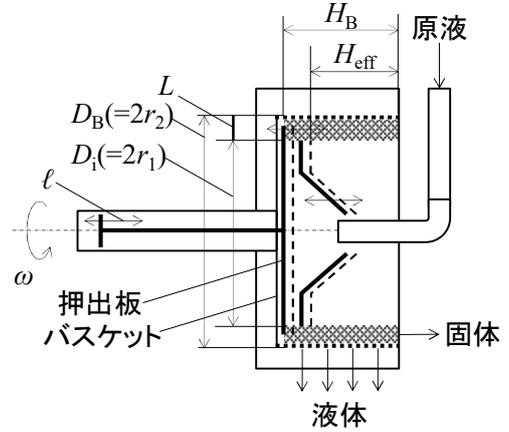
ただし、 n はバスケットの回転速度[1/s]。

遠心効果 Z は、飽和域高さ h_c が粒子半径 $D_p/2$ で定義される臨界遠心効果 Z_c よりも大きいことが条件となる。この条件において、毛管上昇液は完全に除去されるものとみなす($h_c = D_p/2 \div 0, \theta = 0$)。

$$Z > Z_c = \frac{20\gamma}{D_p^2 \rho g} \left[h_c = \frac{D_p}{2}, k_c = 10, \theta = 0 \right] \quad \dots(2.5.9)$$

τ と L と Z の式を Nenniger-Storrow の修正式に代入すると、押出板型連続遠心脱水機における平均飽和度 S_{av} [-]を得る。

$$S_{\text{av}} = S_{\infty} + 0.33 \sqrt{\frac{\mu \varepsilon \ell f}{2\pi^2 n^2 \rho k_p H_B \eta} \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1}} \quad \dots(2.5.10)$$



参考文献

- [1] 吉田文武, 森 芳郎編; 詳論 化学工学 I 「単位操作 I」, 朝倉書店(1962), 8 章
- [2] 藤田重文, 東畑平一郎編; 化学工学 II (第 2 版) 「機械的操作」, 東京化学同人(1972), 3.3 章
- [3] 大山義年; 化学工学 II, 岩波書店(1963), 6.3 章
- [4] 白戸紋平; 化学工学 機械的操作の基礎, 丸善(1980), 8.1 章
- [5] 三輪茂雄; 粉体工学通論, 日刊工業新聞社(1981), 7.3.2 章
- [6] 杉本泰治; 濾過 メカニズムと濾材・濾過助剤, 地人書館(1992), 3.4 章
- [7] 入谷英司; 絵解き 濾過技術 基礎のきそ, 日刊工業新聞社(2011), 2 章
- [8] B.F. Ruth; *Trans. AIChE*, **33**, 806-816(1937)
- [9] 井出哲夫; 水処理工学 (第 2 版), 技報堂出版(1990), 4 章
- [10] 化学工学会編; 化学工学—解説と演習— (第 3 版), 槇書店(2006), 9.2 章
- [11] 川瀬義矩; 環境問題を解く化学工学, 化学工業社(2001), 問題 3.9.4
- [12] 吉田文武, 森 芳郎(編); 詳論 化学工学 I 「単位操作 I」, 朝倉書店(1962), 9 章
- [13] 藤田重文, 東畑平一郎(編); 化学工学 II (第 2 版) 「機械的操作」, 東京化学同人(1972), 3.4 章
- [14] 化学工学協会(編); 解説 化学工学演習(第 2 版)下巻, 槇書店(1973), 3 章
- [15] 藤田重文, 東畑平一郎(編); 化学工学 II (第 2 版) 「機械的操作」, 東京化学同人(1972), 3.6 章
- [16] 白戸紋平; 化学工学 機械的操作の基礎, 丸善(1980)
- [17] 化学工学協会(編); 濾過工学 化学工学の進歩 8, 槇書店(1974), 8 章
- [18] 世界濾過工学会日本会(編); 濾過工学ハンドブック, 丸善(2009), 4 章
- [19] 藤田重文(編); 化学工学演習(第 2 版), 東京化学同人(1979), 13.4 章
- [20] 化学工学協会(編); 化学工学便覧(改訂四版), 丸善(1978), 14.6.5 章
- [21] 化学工学協会(編); 化学工学演習 1, 丸善(1969), 4.4 章
- [22] 藤田重文(監修); 単位操作演習, 科学技術社(1960), pp.374-378
- [23] 井上一郎, 山口賢治; 化学工学, **29**, 261-269 (1965)
- [24] 村瀬敏朗, 中倉英雄, 森英利, 白戸紋平; 化学工学論文集, **11**, 77-83(1985)
- [25] 大山義年, 山口賢治; 理研報告, **28**, 392-400 (1962)
- [26] E. Nenniger and J.A. Storrow; *AIChE J.*, **4**, 305-316 (1961)
- [27] 山口賢治, 井上一郎; 化学工学, **30**, 433-438 (1966)