

固液攪拌

1. 攪拌特性

①翼先端速度 u [m/s] 攪拌翼が1回転する際に描く円の長さ(周長) πd と、攪拌翼が1回転するのにかかる時間(周期) $1/n$ との比で定義される。

$$u \equiv \frac{2\pi(d/2)}{1/n} \quad \cdots(1.1)$$

$$\boxed{u = \pi n d} \quad \cdots(1.2)$$

ただし、 d は翼径[m]、 n は翼回転数[1/s]。

あるいは、たんに $u = nd$ とする場合もよくある。

②レイノルズ数 Re 粘性力 τA に対する慣性力 ma の比で定義される。

$$Re \equiv \frac{ma}{\tau A} \quad \cdots(1.3)$$

ただし、 τ はせん断応力[N/m²]、 A は流体塊の断面積[m²]、 m は液質量[kg]、 a は流体塊の加速度[m/s²]。慣性力の項を攪拌翼の因子に置き換えると、 u の式を用いて次式のように表される。

$$ma = \rho V \left(\frac{du}{dt} \right) \propto \rho d^3 \left(\frac{u}{d/u} \right) = \rho d^3 \frac{u}{(1/n)} = \rho n d^3 (\pi n d) \propto \rho n^2 d^4 \quad \cdots(1.4)$$

ただし、 t は時間[s]、 V は液体積[m³]、 ρ は液密度[kg/m³]。

粘性力の項を攪拌翼の因子に置き換えると、次式のように表される。

$$\tau A = \left(\mu \frac{du}{dy} \right) A \propto \left(\mu \frac{u}{d} \right) d^2 = \mu u d = \mu (\pi n d) d \propto \mu n d^2 \quad \cdots(1.5)$$

ただし、 y は変位[m]、 μ は液粘度[Pa·s]。

ma の式と τA の式を Re の式に代入する。

$$Re = \frac{\rho n^2 d^4}{\mu n d^2} \quad \cdots(1.6)$$

$$\boxed{Re = \frac{\rho n d^2}{\mu}} \quad \cdots(1.7)$$

③フルード数 Fr 攪拌によって生じる旋回渦流の形状を表す。重力 mg に対する慣性力(遠心力) ma の比で定義される。

$$Fr \equiv \frac{ma}{mg} \quad \cdots(1.8)$$

ただし、 g は重力加速度[m/s²]。

重力の項を攪拌翼の因子に置き換えると、次式のように表される。

$$mg = \rho V g \propto \rho d^3 g \quad \cdots(1.9)$$

ma の式と mg の式を Fr の式に代入する。

$$Fr = \frac{\rho n^2 d^4}{\rho d^3 g} \quad \cdots(1.10)$$

$$\boxed{Fr = \frac{n^2 d}{g}} \quad \cdots(1.11)$$

④循環流量数 N_{qc} および吐出流量数 N_{qd} 循環流量 Q_c [m^3/s]と吐出流量 Q_d [m^3/s]を用いてそれぞれ次式で定義される。

$$N_{qc} = Q_c / nd^3 \quad \cdots(1.12)$$

$$N_{qd} = Q_d / nd^3 \quad \cdots(1.13)$$

流体の循環時間 T_c [s]は、循環流量 Q_c [m^3/s]と攪拌槽内の液体積 V [m^3]を用いて次式で表される。

$$T_c = V / Q_c \quad \cdots(1.14)$$

なお、 Q_c の代わりに Q_d を用いる場合もある。

流体の循環回数 N_c [1/s]は、次式で表される。

$$N_c = Q_c / V (=1/T_c) \quad \cdots(1.15)$$

なお、 Q_c の代わりに Q_d を用いる場合もある。

乱流条件下では、 N_{qc} と N_{qd} の間におおよそ次の関係式が成り立つ。

$$N_{qc} = N_{qd} [1 + 0.16 \{(D/d)^2 - 1\}] \quad \cdots(1.16)$$

また、 N_{qd} と動力数 N_p [-]との間におおよそ次の関係式が成り立つ。

$$N_{qd} = 0.32 (n_p^{0.7} b/d)^{0.25} (D/d)^{0.34} N_p^{0.5} \quad \cdots(1.17)$$

⑤混合時間 θ_M [s] 攪拌槽に複数の異なる液体を供給した後、目的の均一度に達するまでに要する時間のことである。混合時間が短い程、攪拌性能は良好である。乱流条件下の場合、次式で計算される。

$$1/(n\theta_M) = 0.092 [(d/D)^3 N_{qd} + 0.21 (d/D) (N_p/N_{qd})^{0.5}] [1 - \exp\{-13(d/D)^2\}] \quad \cdots(1.18)$$

ただし、右辺第1項は循環流の混合作用、第2項は乱流による混合作用を意味する。

⑥攪拌所要動力 P [W] 攪拌翼が受ける抵抗力 R_f [N]と翼先端速度 u の積で表される。

$$P = R_f u \quad \cdots(1.19)$$

$$P = R_f u = C_D A (\rho u^2 / 2) u \propto \rho A u^3 = \rho d^2 (\pi n d)^3 \propto \rho d^2 (n d)^3 = \rho n^3 d^5 \quad \cdots(1.20)$$

$$\boxed{P = N_p \rho n^3 d^5} \quad \cdots(1.21)$$

ただし、 N_p は動力数[-]。

液体中に固体粒子が含まれる場合は、上式の液密度 ρ を懸濁液密度 ρ_{sl} に置き換える。

$$V \rho_{sl} = V \varepsilon \rho + V(1 - \varepsilon) \rho_s \quad \cdots(1.22)$$

$$\rho_{sl} = \varepsilon \rho + (1 - \varepsilon) \rho_s \quad \cdots(1.23)$$

ただし、 ε は懸濁率[-]、 ρ_s は固体密度 [kg/m^3]。

上式の成り立ちについて考える。攪拌翼が抵抗力 R_f [N]に抗って時間 t [s]で距離 x [m]移動することから、攪拌翼が液に対して行う仕事 W [J]は、抵抗力 R_f [N]と距離 x [m]の積で表される。これを時間 t [s]で割り算すると、単位時間当たりの仕事、すなわち攪拌所要動力に相当する仕事率 P [W]を得る。

2. 動力特性

2. 1 動力数

動力数 N_p の性質について調べる。攪拌槽の形状を一定として、攪拌所要動力に関する次元解析を行う。

$$P = K n^\alpha d^\beta \rho^\gamma \mu^\delta g^\varepsilon \quad \cdots(2.1.1)$$

ただし、 K 、 α 、 β 、 γ 、 δ 、 ε は定数[-]。

上式の各項の単位を M (質量)、 L (長さ)、 T (時間)の次元に置き換えると、次式の通りとなる。

$$P \quad [W]=[J \cdot s^{-1}]=[N \cdot m] \cdot s^{-1}=[\{(kg \cdot m \cdot s^{-2}) \cdot m\} \cdot s^{-1}]=[kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}]=[ML^2T^{-3}] \quad \cdots(2.1.2)$$

$$K \quad [-] \quad \cdots(2.1.3)$$

$$n^\alpha \quad [s^{-1}]^\alpha=[T^{-1}]^\alpha \quad \cdots(2.1.4)$$

$$d^\beta \quad [m]^\beta=[L]^\beta \quad \cdots(2.1.5)$$

$$\rho^\gamma \quad [kg \cdot m^{-3}]^\gamma=[ML^{-3}]^\gamma \quad \cdots(2.1.6)$$

$$\mu^\delta \quad [Pa \cdot s]^\delta=[(N \cdot m^{-2}) \cdot s]^\delta=[\{(kg \cdot m \cdot s^{-2}) \cdot m^{-2}\} \cdot s]^\delta=[kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]^\delta=[ML^{-1}T^{-1}]^\delta \quad \cdots(2.1.7)$$

$$g^\varepsilon \quad [m \cdot s^{-2}]^\varepsilon=[LT^{-2}]^\varepsilon \quad \cdots(2.1.8)$$

質量(M)の項について両辺を比較する。

$$1=\gamma+\delta \quad \cdots(2.1.9)$$

長さ(L)の項について両辺を比較する。

$$2=\beta-3\gamma-\delta+\varepsilon \quad \cdots(2.1.10)$$

時間(T)の項について両辺を比較する。

$$-3=-\alpha-\delta-2\varepsilon \quad \cdots(2.1.11)$$

$1=\gamma+\delta$ の式を γ について整理する。 δ と ε を定数と見なす。

$$\gamma=1-\delta \quad \cdots(2.1.12)$$

$2=\beta-3\gamma-\delta+\varepsilon$ の式に代入し、 β について整理する。

$$2=\beta-3(1-\delta)-\delta+\varepsilon \quad \cdots(2.1.13)$$

$$2=\beta-3+3\delta-\delta+\varepsilon \quad \cdots(2.1.14)$$

$$\beta=-2\delta-\varepsilon+5 \quad \cdots(2.1.15)$$

$-3=-\alpha-\delta-2\varepsilon$ の式を α について整理する。

$$\alpha=-\delta-2\varepsilon+3 \quad \cdots(2.1.16)$$

導かれた α と β と γ の式を最初の P の式に代入し、 δ と γ のべき乗項で整理する。

$$P = K n^{-\delta-2\varepsilon+3} d^{-2\delta-\varepsilon+5} \rho^{1-\delta} \mu^\delta g^\varepsilon \quad \cdots(2.1.17)$$

$$P = K (n^{-\delta} d^{-2\delta} \rho^{-\delta} \mu^\delta) (n^{-2\varepsilon} d^{-\varepsilon} g^\varepsilon) (\rho n^3 d^5) \quad \cdots(2.1.18)$$

$$\boxed{\frac{P}{\rho n^3 d^5} = K \left(\frac{\rho n d^2}{\mu} \right)^{-\delta} \left(\frac{n^2 d}{g} \right)^{-\varepsilon}} \quad \cdots(2.1.19)$$

$$N_p = K R e^D F r^E \quad \cdots(2.1.20)$$

ただし、 D と E は定数[-]。

動力数は、レイノルズ数(流動状態)とフルード数(渦流の規模)の関数で表される。

2. 2 動力特性曲線

動力数 N_p の関数形を導く。攪拌所要動力 P の一般式は、粘性項 P_L と慣性項 P_T と重力項 P_G の和で表される。

$$P=P_L+P_T+P_G \quad \cdots(2.2.1)$$

粘性項 P_L は、翼が受ける粘性抵抗 τA と翼先端速度 u の積で与えられる。

$$P_L=\tau Au=(\mu nd^2)(\pi nd)\propto \mu n^2 d^3 \quad \cdots(2.2.2)$$

$$P_L=K_L \mu n^2 d^3 \quad \cdots(2.2.3)$$

慣性項 P_T は、翼が受ける慣性抵抗 R_f と翼先端速度 u の積で与えられる。

$$P_T=R_f u=C_D A(\rho u^2/2)u\propto \rho A u^3=\rho d^2(\pi nd)^3\propto \rho d^2(nd)^3=\rho n^3 d^5 \quad \cdots(2.2.4)$$

$$P_T=K_T \rho n^3 d^5 \quad \cdots(2.2.5)$$

重力項 P_G は、翼が受ける重力抵抗 $\rho g V$ と翼先端速度 u の積で与えられる。

$$P_G=\rho g V u\propto \rho g d^3(\pi nd)\propto \rho g n d^4 \quad \cdots(2.2.6)$$

$$P_G=K_G \rho g n d^4 \quad \cdots(2.2.7)$$

P_L と P_T と P_G の式を P の式に代入する。

$$P=K_L \mu n^2 d^3+K_T \rho n^3 d^5+K_G \rho g n d^4 \quad \cdots(2.2.8)$$

$$N_p=P/\rho n^3 d^5=K_L(\mu n^2 d^3/\rho n^3 d^5)+K_T+K_G(\rho g n d^4/\rho n^3 d^5)=K_L/(\rho n d^2/\mu)+K_T+K_G/(n^2 d/g)=K_L/Re+K_T+K_G/Fr \quad \cdots(2.2.9)$$

フルード数無視の条件（邪魔板が装着されて、内部液の旋回渦流が抑止される条件）では次式となる。

$$N_p = \frac{K_L}{Re} + K_T \quad \cdots(2.2.10)$$

乱流条件では次式となる。

$$N_p \approx K_T \quad (Re>10^4\sim 10^5) \quad \cdots(2.2.11)$$

ただし、 K_L は層流定数、 K_T は乱流定数。

多段翼の場合は、動力数 N_p に翼段数を乗じる。液体中に固体粒子が含まれる場合は、液密度 ρ を懸濁液密度 $\rho_{sl}=\epsilon\rho+(1-\epsilon)\rho_s$ に置き換える。

表 2.2.1 おもな攪拌翼における K_L と K_T [文献 1]

攪拌翼	K_L	K_T
平板タービン翼	65	5.75
平板パドル翼	36.5	1.70
プロペラ翼	41.0	0.32
アンカー翼	300	0.35

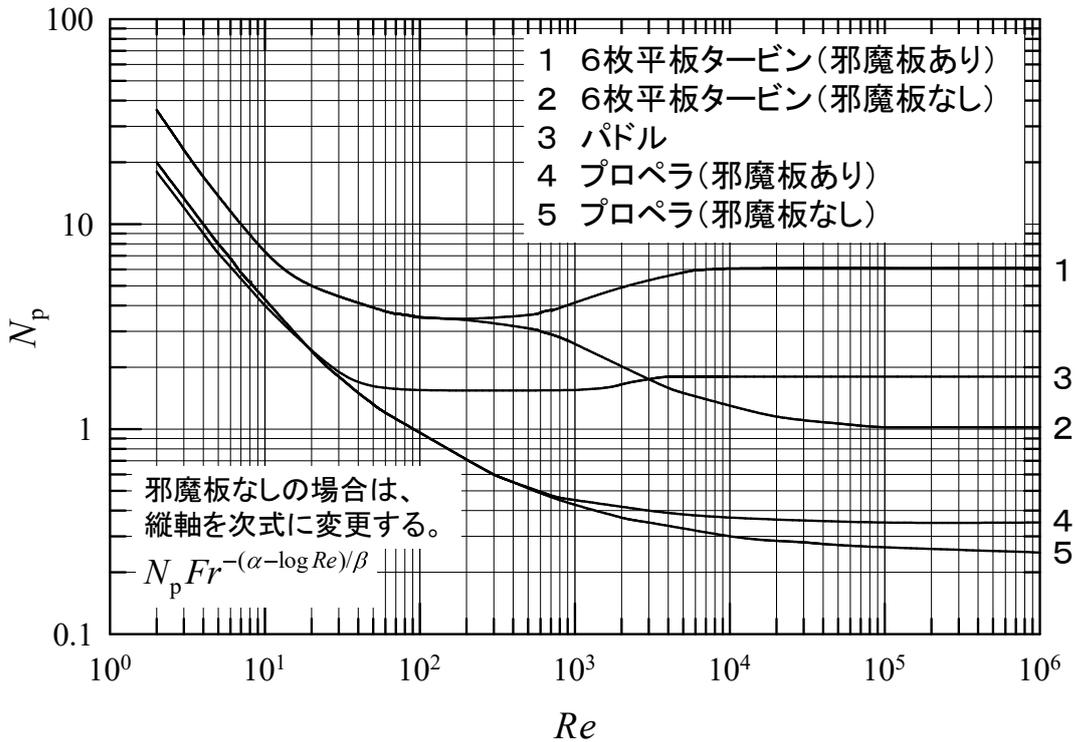


図 2.2.2 動力特性曲線の例 [文献 2]

① 攪拌レイノルズ数 Re を求める。

② 攪拌翼の種類と邪魔板の有無をもとに曲線の番号を決める。

③ 動力数 N_p を読み取る。***

④ 攪拌所要動力 P を求める。 ($P = N_p \rho n^3 d^5$) ***

* 邪魔板なしの場合は、 N_p を動力関数 $\Phi = N_p Fr^{-(\alpha - \log_{10} Re)\beta}$ に置き換える。 $\alpha=1, \beta=40$ (タービン翼)

** 羽根段数が複数段となる場合は、動力数 N_p に羽根段数を乗じる。

*** 液中に固体粒子が含まれる場合は、液密度 ρ を懸濁液密度 ρ_{sl} に置き換える。

$$\rho_{sl} = \varepsilon \rho + (1 - \varepsilon) \rho_s \quad \text{ただし、} \varepsilon \text{ は懸濁率[-]、} \rho_s \text{ は固体密度[kg/m}^3\text{]。}$$

2.3 固液系の攪拌所要動力

液密度 ρ を懸濁液密度 ρ_{sl} に置き換えることで、均一液相系と同様の計算ができる。 [文献 3]

$$P = N_p \rho_{sl} n^3 d^5 \quad \cdots (2.3.1)$$

$$\rho_{sl} = \varepsilon \rho + (1 - \varepsilon) \rho_s \quad \cdots (2.3.2)$$

ただし、 d は攪拌翼径[m]、 n は攪拌速度[1/s]、 N_p は動力数[-]、 P は攪拌所要動力[W]、 ε は空隙率[-]、 ρ_s は固体密度[kg/m³]。

回分晶析の場合は、設計上、最大懸濁率 $(1-\varepsilon)_{\max}$ を用いる。

$$\rho_{sl} = \varepsilon_{\min} \rho + (1-\varepsilon)_{\max} \rho_s \quad \cdots(2.3.3)$$

動力数 N_p は、攪拌レイノルズ数 Re を求めて動力特性曲線より読み取るか、推算式を用いる。

$$Re = \frac{\rho n d^2}{\mu} \quad \cdots(2.3.4)$$

液重量あたりの攪拌所要動力 ε_T [W/kg] は、次式で表される。

$$\varepsilon_T = \frac{P}{\rho_{sl} V} \quad \cdots(2.3.5)$$

液体積 V は、攪拌槽構造に基づく次式を用いる。(懸濁液の体積ではないことに留意する。)

$$\text{(全半球形鏡板槽)} \quad V = \pi D_T^3 \left(\frac{H}{4D_T} + \frac{1}{24} \right) \quad \cdots(2.3.6)$$

$$\text{(半楕円形鏡板槽)} \quad V = \pi D_T^3 \left(\frac{H}{4D_T} + \frac{1}{48} \right) \quad \cdots(2.3.7)$$

$$\text{(皿形鏡板槽)} \quad V = \pi D_T^3 \left(\frac{H}{4D_T} + 0.0145 \right) \quad \cdots(2.3.8)$$

$$\text{(平底円筒槽)} \quad V = \frac{\pi D_T^2 H}{4} \quad \cdots(2.3.9)$$

ただし、 D_T は槽径[m]、 H は液深[m]。

3. 攪拌所要動力の計算

液体積あたり攪拌所要動力 P/V の適正範囲として、 $0.2 \sim 4 \text{ kW/m}^3$ が目安となる [文献 4]。計算値がこの範囲を大きく逸脱する場合は、攪拌条件を変更して再度計算を試みるとよい。なお、液体積あたりの原動機規格 P_{MC}/V を指標にとる場合もある。

表 3.1 液体積あたり攪拌所要動力のおおよその目安 [文献 4]

攪拌動力	利用例	P/V [kW/m ³]
小	軽い固体粒子の分散、低粘性液体の混合	0.2
中	気液混合、液液混合、伝熱操作	0.6
大	重い固体粒子の分散、乳化操作、気液混合	2
特大	ペースト(チューブ入りわさびの如き糊状物質)の混練	4

3. 1 邪魔板無しの場合

3.1.1 永田の式

邪魔板無し 2 枚羽根パドル翼(羽根段数 1 段)の動力数 N_{P0} [-] に関する推算式として、永田の式が有名である。 [文献 5-7]

$$N_{P0} = \frac{A}{Re} + B \left(\frac{10^3 + 1.2Re^{0.66}}{10^3 + 3.2Re^{0.66}} \right)^P \left(\frac{H}{D} \right)^{\{0.35+(b/D)\}} (\sin \theta)^{1.2} \quad \cdots(3.1.1.1)$$

$$A=14+(b/D)[670\{(d/D)-0.6\}^2+185] \quad \cdots(3.1.1.2)$$

$$B=10^{[1.3-4\{(b/D)-0.5\}^2-1.14(d/D)]} \quad \cdots(3.1.1.3)$$

$$p=1.1+4(b/D)-2.5[(d/D)-0.5]^2-7(b/D)^4 \quad \cdots(3.1.1.4)$$

上記以外の攪拌翼、すなわち、①羽根枚数 $n_p \neq 2$ 、②羽根段数 $N \neq 1$ 、③パドル以外の翼形状、を用いる場合は、①～③の翼条件を、永田式で定義されている 2 枚羽根パドル翼(羽根段数 1 段)に置き換えて計算する。低～中粘度の液体の場合、羽根枚数と羽根幅と羽根段数の積($n_p b N$)が等しくなる条件においては、パドル翼とタービン翼の種類に関わらず、いずれも攪拌所要動力はほぼ等しくなることから($n_p b N = \text{一定}$)、次式が成り立つ。

$$n_p' b' N' = n_p b N \quad \cdots(3.1.1.5)$$

ただし、 n_p' と b' と N' は置換後の値。

永田式で定義されている羽根枚数は 2、羽根段数は 1 であることから、置換後の羽根枚数 n_p' は 2、羽根段数 N' は 1 となる。このことから、置換後の相当羽根幅 b' [m]は、次式で表される。

$$b' = n_p b N / 2 \quad \cdots(3.1.1.6)$$

なお、プロペラ翼の場合は、上記とは別の手順にしたがう。(化学工学便覧を参照のこと。)

3.1.2 亀井・平岡の式

幅広い条件に対応した推算式として、平板パドル翼および傾斜パドル翼に関する亀井・平岡の式がある[文献 8-11]。式中に羽根枚数 n_p が含まれており、永田式の如き翼の置換計算は不要である。なお、傾斜角の項 $\sin\theta=1$ と置くことで、平板タービン翼に対しても適用できる。

$$N_{P0} = [(1.2\pi^4 \beta^2) / \{8d^3 / (D^2 H)\}] f \quad \cdots(3.1.2.1)$$

$$f = C_L / Re_G + C_t \{ (C_{tr} / Re_G) + Re_G \}^{-1} + (f_\infty / C_t)^{1/m} \quad \cdots(3.1.2.2)$$

$$Re_G = [\{ \pi \eta \ln(D/d) \} / (4d / \beta D)] Re_d \quad \cdots(3.1.2.3)$$

$$Re_d = \rho n d^2 / \mu \quad \cdots(3.1.2.4)$$

$$C_L = 0.215 \eta n_p (d/H) [1 - (d/D)^2] + 1.83 (b \sin\theta / H) [n_p / (2 \sin\theta)]^{1/3} \quad \cdots(3.1.2.5)$$

$$C_t = [(1.96 X^{1.19})^{-7.8} + (0.25)^{-7.8}]^{-1/7.8} \quad \cdots(3.1.2.6)$$

$$m = [(0.71 X^{0.373})^{-7.8} + (0.333)^{-7.8}]^{-1/7.8} \quad \cdots(3.1.2.7)$$

$$C_{tr} = 23.8 (d/D)^{-3.24} (b \sin\theta / D)^{-1.18} X^{-0.74} \quad \cdots(3.1.2.8)$$

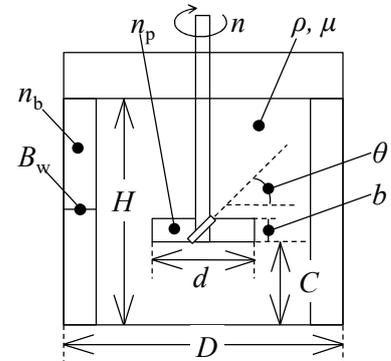
$$f_\infty = 0.0151 (d/D) C_t^{0.308} \quad \cdots(3.1.2.9)$$

$$X = \gamma n_p^{0.7} b \sin^{1.6} \theta / H \quad \cdots(3.1.2.10)$$

$$\beta = 2 \ln(D/d) / [(D/d) - (d/D)] \quad \cdots(3.1.2.11)$$

$$\gamma = [\eta \ln(D/d) / (\beta D / d)^5]^{1/3} \quad \cdots(3.1.2.12)$$

$$\eta = 0.711 [0.157 + \{ n_p \ln(D/d) \}^{0.611}] / [n_p^{0.52} \{1 - (d/D)^2\}] \quad \cdots(3.1.2.13)$$



加藤らは、亀井・平岡式の乱流項 C_t と m を次式のように修正することで、プロペラ翼およびファウドラ翼に対しても適用できるようにした。[文献 12]

$$C_t = [(3X^{1.5})^{-7.8} + (0.25)^{-7.8}]^{-1/7.8} \quad \cdots(3.1.2.14)$$

$$m = [(0.8X^{0.373})^{-7.8} + (0.333)^{-7.8}]^{-1/7.8} \quad \cdots(3.1.2.15)$$

多段翼の場合は、動力数 N_{P0} に羽根段数 N を乗じる。

3. 2 邪魔板有りの場合

3. 2. 1 完全邪魔板条件

乱流条件において邪魔板が挿入される場合、次式を満たすような邪魔板条件(板幅 B_w 、枚数 n_B)が選定されると、攪拌所要動力が最大となる。これを**完全邪魔板条件**という。

永田らは、完全邪魔板条件を次式で与えている。[文献 5-7]

$$(B_w/D)^{1.2}n_B=0.35 \quad \cdots(3.2.1.1)$$

最大動力数 N_{Pmax} [-]は、邪魔板無しの推算式における Re を次式で置き換えることで求められる。

$$R_c=[25/(b/D)]\{(d/D)-0.4\}^2+(b/D)/[0.11(b/D)-0.0048] \quad \cdots(3.2.1.2)$$

上式は、平板翼で成り立つ。翼のひねり角を考慮する場合は、次式を Re と置き換える。

$$R_\theta=10^{4(1-\sin\theta)}R_c \quad \cdots(3.2.1.3)$$

亀井らは、攪拌翼の条件を含めた完全邪魔板条件を報告している。[文献 8-11]

$$(B_w/D)n_B^{0.8}=0.27(N_{Pmax})^{0.2} \quad \cdots(3.2.1.4)$$

ただし、 N_{Pmax} は最大動力数[-]。

完全邪魔板条件における最大動力数 N_{Pmax} は、次式で与えられる。

$$\text{(平板パドル翼・平板タービン翼)} \quad N_{Pmax}=10(n_p^{0.7}b/d)^{1.3} \quad \text{ただし} \quad n_p^{0.7}b/d \leq 0.54 \quad \cdots(3.2.1.5)$$

$$\text{(平板パドル翼・平板タービン翼)} \quad N_{Pmax}=8.3(n_p^{0.7}b/d) \quad \text{ただし} \quad 0.54 < n_p^{0.7}b/d \leq 1.6 \quad \cdots(3.2.1.6)$$

$$\text{(平板パドル翼・平板タービン翼)} \quad N_{Pmax}=10(n_p^{0.7}b/d)^{0.6} \quad \text{ただし} \quad 1.6 < n_p^{0.7}b/d \quad \cdots(3.2.1.7)$$

$$\text{(傾斜パドル翼)} \quad N_{Pmax}=8.3(2\theta/\pi)^{0.9}[n_p^{0.7}b(\sin\theta)^{1.6}/d] \quad \cdots(3.2.1.8)$$

$$\text{(プロペラ翼・ファウドラ翼)} \quad N_{Pmax}=6.5[n_p^{0.7}b(\sin\theta)^{1.6}/d]^{1.7} \quad \cdots(3.2.1.9)$$

ただし、傾斜パドル翼の $(2\theta/\pi)$ における θ の単位は[rad]。多段翼の場合は、動力数 N_{Pmax} に羽根段数 N を乗じる。

3. 2. 2 部分邪魔板条件

完全邪魔板条件未達の邪魔板条件を**部分邪魔板条件**という。永田らは、次の推算式を報告している。[文献 5-7]

$$(N_{Pmax}-N_P)/(N_{Pmax}-N_{P\infty})=[1-1.29(B_w/D)^{1.2}n_B]^2 \quad \cdots(3.2.2.1)$$

$$N_{P\infty}=B(0.6/1.6)^p \quad \cdots(3.2.2.2)$$

N_{Pmax} , A , B , p は、前出の式を用いる。

亀井らは、完全邪魔板条件を含む次の推算式を報告している。[文献 8-11]

$$N_P=[(1+x^{-3})^{-1/3}]N_{Pmax} \quad \cdots(3.2.2.3)$$

$$\text{(平板パドル翼・平板タービン翼)} \quad x=4.5(B_w/D)n_B^{0.8}/(N_{Pmax})^{0.2}+N_{P0}/N_{Pmax} \quad \cdots(3.2.2.4)$$

$$\text{(傾斜パドル翼・プロペラ翼・ファウドラ翼)} \quad x=4.5(B_w/D)n_B^{0.8}/\{(2\theta/\pi)^{0.72}(N_{Pmax})^{0.2}\}+N_{P0}/N_{Pmax} \quad \cdots(3.2.2.5)$$

N_{P0} と N_{Pmax} は、前出の式を用いる。なお、上式で求めた N_P が N_{P0} よりも小さい場合は、 N_{P0} 値を動力数 N_P として採用する [文献 9]。多段翼の場合は、動力数 N_P に羽根段数 N を乗じる。

4. 完全浮遊攪拌速度

攪拌槽内のすべての固体粒子が流動している状態を**完全浮遊状態**(complete suspension)という。Zwietering(ツビータリング、ツヴァイタリング)の方法では、固体粒子が1個も槽底に1~2秒以上留まっていない状態を目視により判断し、そのときの攪拌速度を**完全浮遊攪拌速度**と定義する。[文献 13]

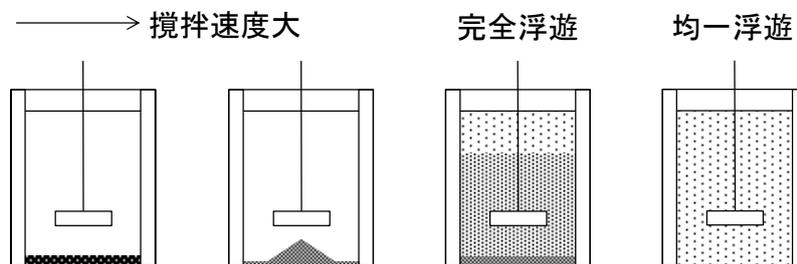


図 4.1 攪拌槽内における粒子浮遊挙動
(完全浮遊と完全混合は、互いに異なる概念であることに注意する)

完全浮遊攪拌速度 N_{JS} [1/s]は、次元解析より次式で表される。

$$N_{JS} = K_1 T^a d_p^b C^d \quad (D_T/C = \text{const.}) \quad \dots(4.1)$$

ただし、 C は攪拌翼位置(槽底からの距離)[m]、 d は攪拌翼径[m]、 K_1 は定数[-]、 D_T は槽径[m]、 d_p は固体粒子径[m]、 X は固体濃度(=(固体重量 M_S /液体重量 M_L) $\times 100$)[wt%]。

上式を無次元式に変換する。 N_{JS} 、 D_T 、 d 、 d_p に対応する無次元数は、レイノルズ数 Re とフルード数 Fr を用いて次式のように導かれる。

$$(Fr)^\alpha (Re)^\beta = \left(\frac{N_{JS} z}{g} \right)^\alpha \left(\frac{N_{JS} z^2}{\nu} \right)^\beta = \frac{N_{JS}^{2\alpha+\beta} z^{\alpha+2\beta}}{g^\alpha \nu^\beta} \quad \dots(4.2)$$

ただし、 z は代表寸法[m](D_T 、 d 、 d_p に相当)、 ν は動粘度[m²/s](液密度に対する粘度の比)。

N_{JS} または z のべき数が 1 となるように、上式を以下のように書き換える。

$$(Fr^\alpha Re^\beta)^{\frac{1}{2\alpha+\beta}} = N_{JS} \left(\frac{z^{\alpha+2\beta}}{g^\alpha \nu^\beta} \right)^{\frac{1}{2\alpha+\beta}} \quad \dots(4.3)$$

$$(Fr^\alpha Re^\beta)^{\frac{1}{\alpha+2\beta}} = z \left(\frac{N_{JS}^{2\alpha+\beta}}{g^\alpha \nu^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha+2\beta}} \quad \dots(4.4)$$

上式の N_{JS} と z を分離する。数学的には、次のように場合分けされる。

i) $2\alpha + \beta = k_i$ かつ $\alpha + 2\beta = 0$

α および β の組み合わせは、たとえば $(\alpha, \beta) = (2, -1), (4, -2), \dots$ となることから、 $k_i = 3, 6, 9, \dots = 3p$ (p は自然数)と表される。このとき、 $(\alpha, \beta) = (2p, -p)$

ii) $2\alpha + \beta = 0$ かつ $\alpha + 2\beta = k_j$

α および β の組み合わせは、たとえば $(\alpha, \beta) = (-1, 2), (-2, 4), \dots$ となることから、 $k_j = 3, 6, 9, \dots = 3q$ (q は自然

数)と表される。このとき、 $(\alpha, \beta) = (-q, 2q)$

i)の場合、 $(\alpha, \beta) = (2p, -p)$ を式(4.3)に代入する。

$$(Fr^\alpha Re^\beta)^{\frac{1}{2\alpha+\beta}} = \left(\frac{Fr^{2p}}{Re^p} \right)^{\frac{1}{3p}} = \sqrt[3]{\frac{Fr^2}{Re}} \quad \cdots(4.5)$$

$$N_{JS} \left(\frac{z^{\alpha+2\beta}}{g^\alpha v^\beta} \right)^{\frac{1}{2\alpha+\beta}} = N_{JS} \left(\frac{v^p}{g^{2p}} \right)^{\frac{1}{3p}} = N_{JS} \sqrt[3]{\frac{v}{g^2}} \quad \cdots(4.6)$$

2式を等置する。

$$\sqrt[3]{\frac{Fr^2}{Re}} = N_{JS} \sqrt[3]{\frac{v}{g^2}} \quad \cdots(4.7)$$

ii)の場合、 $(\alpha, \beta) = (-q, 2q)$ を式(4.4)に代入する。

$$(Fr^\alpha Re^\beta)^{\frac{1}{\alpha+2\beta}} = \left(\frac{Re^{2q}}{Fr^q} \right)^{\frac{1}{3q}} = \sqrt[3]{\frac{Re^2}{Fr}} \quad \cdots(4.8)$$

$$z \left(\frac{N_{JS}^{2\alpha+\beta}}{g^\alpha v^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha+2\beta}} = z \left(\frac{g^q}{v^{2q}} \right)^{\frac{1}{3q}} = z \sqrt[3]{\frac{g}{v^2}} \quad \cdots(4.9)$$

2式を等置する。

$$\sqrt[3]{\frac{Re^2}{Fr}} = z \sqrt[3]{\frac{g}{v^2}} \quad \cdots(4.10)$$

代表寸法 z に D_T, d, d_p をそれぞれ代入する。

$$D_T \sqrt[3]{\frac{g}{v^2}} \quad \cdots(4.11)$$

$$d \sqrt[3]{\frac{g}{v^2}} \quad \cdots(4.12)$$

$$d_p \sqrt[3]{\frac{g}{v^2}} \quad \cdots(4.13)$$

式(4.7)と上の3式を用いて最初の N_{JS} 式に代入する。

$$N_{JS} \sqrt[3]{\frac{v}{g^2}} = K_2 \left[D_T \sqrt[3]{\frac{g}{v^2}} \right]^\alpha \left[d \sqrt[3]{\frac{g}{v^2}} \right]^\beta \left[d_p \sqrt[3]{\frac{g}{v^2}} \right]^\gamma X^\delta \quad \cdots(4.14)$$

$$N_{JS} = K_2 \left(\frac{D_T}{d} \right)^\alpha d^\varepsilon d_p^\gamma X^\delta v^{-\frac{1+2\gamma+2\varepsilon}{3}} g^{\frac{2+\gamma+\varepsilon}{3}} \quad (\alpha + \beta = \varepsilon) \quad \cdots(4.15)$$

ただし、 K_2 および $\alpha \sim \varepsilon$ は定数[-]。

Zwietering の報文によると、 $\gamma=0.20, \delta=0.13, \varepsilon=-0.78 \sim -0.94$ (平均値 -0.85)。[文献 13]

また、液体の種類に関わらず、次の実験式が成り立つことが報告されている。

$$N_{JS} \propto v^{0.10} \left(\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} \right)^{0.45} \quad \dots(4.16)$$

ただし、 ρ_S は固体密度[kg/m³]、 ρ_L は液密度[kg/m³]。

N_{JS} の式に定数 $\gamma, \delta, \varepsilon$ と上式の右辺を代入し、新たな定数を $K[-]$ とおく。

$$N_{JS} = K v^{0.10} \left(\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} \right)^{0.45} \left(\frac{D_T}{d} \right)^\alpha d^{-0.85} d_p^{0.20} X^{0.13} v^{\frac{1+2 \times (0.20)+2 \times (-0.85)}{3}=0.10} g^{\frac{2+0.20-0.85}{3}=0.45} \quad \dots(4.17)$$

$$N_{JS} = K v^{0.10} \left(\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} \right)^{0.45} \left(\frac{D_T}{d} \right)^\alpha d^{-0.85} d_p^{0.20} X^{0.13} v^{0.10} g^{0.45} \quad \dots(4.18)$$

$$N_{JS} = \frac{S v^{0.10} d_p^{0.20} (g \Delta \rho / \rho_L)^{0.45} X^{0.13}}{d^{0.85}} \quad \dots(4.19)$$

ただし、 d は攪拌翼径[m]、 d_p は粒径[m]、 g は重力加速度[m/s²]、 S は装置形状の幾何学的因子[-]、 X は固体濃度(=(固体重量 M_S /液体重量 M_L) $\times 100$)[wt%]、 v は動粘度(= μ/ρ)、 $\Delta\rho$ は固体と液体の密度差[kg/m³]。晶析操作の場合、上式の粒径 d_p 、固体濃度 X 、液密度 ρ 、液粘度 μ が操作中に変化する。なるべく厳しい側の条件で計算するべく、粒径を最終の製品粒径、固体重量を最終の結晶重量(結晶生産量=種晶重量+結晶収量)、液密度を最終の母液密度とする。

幾何学的因子 S の決定には、下図または下表を用いる。

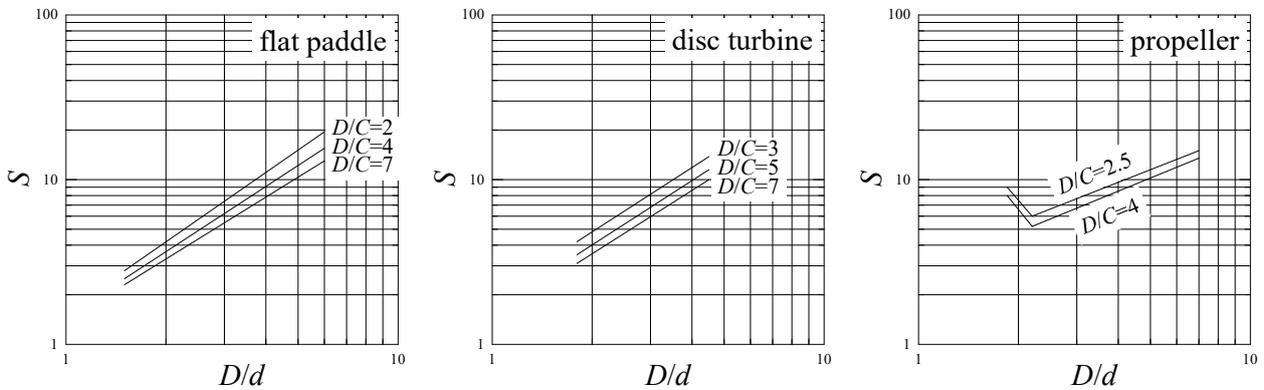


図 4.2 Zwietering 式の幾何学的形状因子 S [文献 14-16]

表 4.1 Zwietering 式の幾何学的形状因子 S [文献 17]

攪拌翼形状	d/D_T	C/D_T	S	
			平底槽底	皿形槽底
平板タービン	1/3	1/4	7	5.2
平板パドル	1/3	1/4	7.5	5.6
傾斜パドル	1/3	1/4	5	4.6
プロペラ	1/3	1/4	9	8.2
アンカー	0.96	0.02	7	7

C : 槽底から攪拌翼までの距離(翼取付位置)、 d : 攪拌翼径、 D_T : 槽径

5. 伝熱特性

5. 1 伝熱時間[文献 18-21]

5.1.1 伝熱媒体の出口温度が操作中に変化しない場合

スチームの潜熱で加熱する場合、外気にさらして冷却する場合、恒温槽を用いる場合、伝熱媒体の温度変化が小さく無視できる場合などがこれにあたる。

①加熱の場合 伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = MC_p \frac{dT}{dt} = UA(T^* - T) \quad [T^* > T] \quad \cdots(5.1.1.1)$$

ただし、 A は伝熱面積[m²]、 C_p は攪拌液の平均比熱容量[J/(kg・K)]、 M は液重量[kg]、 T は時間 t における攪拌液温度[K]、 T^* は伝熱媒体の平衡温度[K](スチームの凝縮温度や恒温槽温度。時間に関わらず一定)、 U は総括伝熱係数[W/(m²・K)]。

攪拌液温度 T_0 から T_f ($T_0 < T_f$) までの加熱時間 τ_H [s] は、次式のように導かれる。

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{dT}{T^* - T} = \frac{UA}{MC_p} \int_0^{\tau_H} dt \quad \cdots(5.1.1.2)$$

$$\ln \frac{T^* - T_0}{T^* - T_f} = \frac{UA}{MC_p} \tau_H \quad \cdots(5.1.1.3)$$

$$\tau_H = \frac{\ln[(T^* - T_0)/(T^* - T_f)]}{UA/(MC_p)} \quad \cdots(5.1.1.4)$$

②冷却の場合 伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = -MC_p \frac{dT}{dt} = UA(T - T^*) \quad [T > T^*] \quad \cdots(5.1.1.6)$$

ただし、 T^* は伝熱媒体の平衡温度[K](外気温や恒温槽温度。時間に関わらず一定)。

攪拌液温度 T_0 から T_f ($T_0 > T_f$) までの冷却時間 τ_C [s] は、次式のように導かれる。

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{-dT}{T - T^*} = \frac{UA}{MC_p} \int_0^{\tau_C} dt \quad \cdots(5.1.1.7)$$

$$\ln \frac{T_0 - T^*}{T_f - T^*} = \frac{UA}{MC_p} \tau_C \quad \cdots(5.1.1.8)$$

$$\tau_C = \frac{\ln[(T_0 - T^*)/(T_f - T^*)]}{UA/(MC_p)} \quad \cdots(5.1.1.9)$$

5.1.2 伝熱媒体の出口温度が操作中に変化する場合

加熱油や冷却水を伝熱媒体に用いる場合がこれにあたる。ただし、伝熱媒体の温度変化が小さく無視できる場合や、出入口での温度差を平均する場合は、上で導いた式を用いることもできる。

①加熱の場合 伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = MC_p \frac{dT}{dt} = UA \Delta T_{lm,t} \quad \left[\Delta T_{lm,t} \equiv \frac{(T_{in} - T) - (T_{out,t} - T)}{\ln[(T_{in} - T)/(T_{out,t} - T)]} \right] \quad \cdots(5.1.2.1)$$

ただし、 T は時間 t における攪拌液温度[K]、 T_{in} は熱媒の入口側温度[K](時間に関わらず一定)、 $T_{out,t}$ は時間 t における熱媒の出口側温度[K]、 $\Delta T_{lm,t}$ は時間 t における対数平均温度差[K]。

一般に、(攪拌液の加熱速度)=(熱媒の冷却速度)が成り立つ。

$$UA\Delta T_{lm,t} = W_h C_{ph} (T_{in} - T_{out,t}) [=Q] \quad \cdots(5.1.2.2)$$

ただし、 C_{ph} は伝熱媒体(熱媒)の平均比熱容量[J/(kg・K)]、 W_h は伝熱媒体(熱媒)の質量流量[kg/s]。

$$UA \frac{(T_{in} - T) - (T_{out,t} - T)}{\ln[(T_{in} - T)/(T_{out,t} - T)]} = W_h C_{ph} (T_{in} - T_{out,t}) \quad \cdots(5.1.2.3)$$

$$UA \frac{T_{in} - T_{out,t}}{\ln[(T_{in} - T)/(T_{out,t} - T)]} = W_h C_{ph} (T_{in} - T_{out,t}) \quad \cdots(5.1.2.4)$$

$$UA \frac{1}{\ln[(T_{in} - T)/(T_{out,t} - T)]} = W_h C_{ph} \quad \cdots(5.1.2.5)$$

$$\ln \frac{T_{in} - T}{T_{out,t} - T} = \frac{UA}{W_h C_{ph}} \quad \cdots(5.1.2.6)$$

$$\frac{T_{in} - T}{T_{out,t} - T} = \exp \frac{UA}{W_h C_{ph}} \quad \cdots(5.1.2.7)$$

$$\frac{T_{in} - T}{T_{out,t} - T} = K \quad \cdots(5.1.2.8)$$

$$T_{out,t} - T = \frac{T_{in} - T}{K} \quad \cdots(5.1.2.9)$$

$$\boxed{T_{out,t} = T + \frac{T_{in} - T}{K}} \quad \left[K \equiv \exp \frac{UA}{W_h C_{ph}} \right] \quad \cdots(5.1.2.10)$$

$UA\Delta T_{lm,t}$ の式の右辺に代入して $T_{out,t}$ を消去した式をはじめの Q の式の右辺に代入する。

$$MC_p \frac{dT}{dt} = W_h C_{ph} \left[T_{in} - \left(T + \frac{T_{in} - T}{K} \right) \right] \quad \cdots(5.1.2.11)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left[(T_{in} - T) - \frac{(T_{in} - T)}{K} \right] \quad \cdots(5.1.2.12)$$

$$\frac{dT}{T_{in} - T} = \frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) dt \quad \cdots(5.1.2.13)$$

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{dT}{T_{in} - T} = \frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \int_0^{\tau_H} dt \quad \cdots(5.1.2.14)$$

$$\ln \frac{T_{in} - T_0}{T_{in} - T_f} = \frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \tau_H \quad \cdots(5.1.2.15)$$

$$\boxed{\tau_H = \ln \frac{T_{in} - T_0}{T_{in} - T_f} \left/ \left[\frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K} \right) \right] \right.} \left[K \equiv \exp \frac{UA}{W_h C_{ph}} \right] \quad \cdots(5.1.2.16)$$

②冷却の場合 伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = -MC_p \frac{dT}{dt} = UA \Delta T_{lm,t} \left[\Delta T_{lm,t} \equiv \frac{(T - T_{in}) - (T - T_{out,t})}{\ln \left[(T - T_{in}) / (T - T_{out,t}) \right]} \right] \quad \cdots(5.1.2.17)$$

ただし、 T は時間 t における攪拌液温度[K]、 T_{in} は冷媒の入口側温度[K](時間に関わらず一定)、 $T_{out,t}$ は時間 t における冷媒の出口側温度[K]、 $\Delta T_{lm,t}$ は時間 t における対数平均温度差[K]。

一般に、(攪拌液の冷却速度)=(冷媒の加熱速度)が成り立つ。

$$UA \Delta T_{lm,t} = W_h C_{ph} (T_{out,t} - T_{in}) [=Q] \quad \cdots(5.1.2.18)$$

ただし、 C_{ph} は伝熱媒体(冷媒)の平均比熱容量[J/(kg・K)]、 W_h は伝熱媒体(冷媒)の質量流量[kg/s]。

$$UA \frac{(T - T_{in}) - (T - T_{out,t})}{\ln \left[(T - T_{in}) / (T - T_{out,t}) \right]} = W_h C_{ph} (T_{out,t} - T_{in}) \quad \cdots(5.1.2.19)$$

$$UA \frac{T_{out,t} - T_{in}}{\ln \left[(T - T_{in}) / (T - T_{out,t}) \right]} = W_h C_{ph} (T_{out,t} - T_{in}) \quad \cdots(5.1.2.20)$$

$$UA \frac{1}{\ln \left[(T - T_{in}) / (T - T_{out,t}) \right]} = W_h C_{ph} \quad \cdots(5.1.2.21)$$

$$\ln \frac{T - T_{in}}{T - T_{out,t}} = \frac{UA}{W_h C_{ph}} \quad \cdots(5.1.2.22)$$

$$\frac{T_{in} - T}{T_{out,t} - T} = \exp \frac{UA}{W_h C_{ph}} \quad \cdots(5.1.2.23)$$

$$\frac{T_{in} - T}{T_{out,t} - T} = K \quad \cdots(5.1.2.24)$$

$$T_{out,t} - T = \frac{T_{in} - T}{K} \quad \cdots(5.1.2.25)$$

$$\boxed{T_{out,t} = T + \frac{T_{in} - T}{K}} \left[K \equiv \exp \frac{UA}{W_h C_{ph}} \right] \quad \cdots(5.1.2.26)$$

$UA \Delta T_{lm,t}$ の式の右辺に代入して変数 $T_{out,t}$ を消去した式をはじめの Q の式の右辺に代入する。

$$-MC_p \frac{dT}{dt} = W_h C_{ph} \left[\left(T + \frac{T_{in} - T}{K} \right) - T_{in} \right] \quad \cdots(5.1.2.27)$$

$$-\frac{dT}{dt} = \frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left[(T - T_{in}) - \frac{T - T_{in}}{K} \right] \quad \cdots(5.1.2.28)$$

$$-\frac{dT}{T-T_{in}} = \frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K}\right) dt \quad \dots(5.1.2.29)$$

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{-dT}{T-T_{in}} = \frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \int_0^{\tau_c} dt \quad \dots(5.1.2.30)$$

$$\ln \frac{T_0 - T_{in}}{T_f - T_{in}} = \frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \tau_c \quad \dots(5.1.2.31)$$

$$\tau_c = \ln \frac{T_{in} - T_0}{T_{in} - T_f} \left/ \left[\frac{W_h C_{ph}}{MC_p} \left(1 - \frac{1}{K}\right) \right] \right. \left[K \equiv \exp \frac{UA}{W_h C_{ph}} \right] \quad \dots(5.1.2.32)$$

5. 2 攪拌液側境膜伝熱係数

攪拌液側の境膜伝熱係数に関する一般的な推算式は、次式で表される。

$$\frac{hD_T}{k} = K \left(\frac{\rho n d^2}{\mu} \right)^\alpha \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^\beta \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^\gamma f \quad \dots(5.2.1)$$

ただし、 h は攪拌液側の境膜伝熱係数[W/(m²・K)](ジャケットの場合は $h=h_2$ 、コイルの場合は $h=h_1$)、 d は翼径[m]、 D_T は槽径[m]、 n は攪拌回転数[1/s]、 C_p は攪拌液の比熱容量[J/(kg・K)]、 k は攪拌液の熱伝導度[W/(m・K)]、 ρ は攪拌液密度[kg/m³]、 μ は攪拌液粘度[Pa・s]、 μ_w は槽壁温度における攪拌液粘度[Pa・s]、 f は装置形状に関する因子。

表 5. 2. 1. 1 攪拌槽伝熱式の定数項 [文献 22-28]

攪拌翼	伝熱面	邪魔板	K	α	B	γ	f	備考
パドル	ジャケット	併用可	0.36	2/3	1/3	0.14	1	
	コイル	(不明)	0.87	0.62	1/3	0.14	1	
タービン	ジャケット	無し	0.54	2/3	1/3	0.14	1	
		有り	0.74	2/3	1/3	0.14	1	
	コイル	(不明)	1.50	2/3	1/3	0.14	1	
プロペラ	ジャケット	無し	0.37	2/3	1/3	0.14	1	
		有り	0.5	2/3	1/3	0.14	1	
	コイル	(不明)	0.83	2/3	1/3	0.14	1	
アンカー	ジャケット	無し	1.0	2/3	1/3	0.14	1	30<Re<300
			0.38	2/3	1/3	0.14	1	300<Re<4000
			0.55	2/3	1/4	0.14	1	4000<Re

永田らは、種々の攪拌槽形状を含む推算式を次式で整理している。 [文献 14, 29]

$$\frac{hD_T}{k} = \alpha \left(\frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(\frac{\rho n d^2}{\mu} \right)^{\beta_1} \left(\frac{d}{D_T} \right)^{\beta_2} \left(\frac{\sum C_N}{NH} \right)^{\beta_3} \left(\frac{\sum b_N}{D_T} \right)^{\beta_4} (n_p)^{\beta_5} (\sin \theta)^{\beta_6} \left(\frac{H}{D_T} \right)^{\beta_7} \quad \dots(5.2.2)$$

ただし、 h は攪拌液側の境膜伝熱係数[W/(m²・K)](ジャケットの場合は $h=h_2$ 、コイルの場合は $h=h_1$)、 N は翼段数[-](原報では記号 i)、 $\sum b_N$ は攪拌翼 N 段分の翼幅の総和[m] (原報では記号 $\sum b_i$)、 $\sum C_N$ は攪拌翼 N 段分の取付け高さの総和[m] (原報では記号 $\sum C_i$)、 n_p は羽根枚数[-]、 d は翼径[m]、 D_T は槽径[m]、 H は液深[m]、 n は攪拌回転数[1/s]、 C_p は攪拌液の比熱容量[J/(kg・K)]、 k は攪拌液の熱伝導度[W/(m・K)]、 ρ は攪拌液密度[kg/m³]、 μ は攪拌液粘度[Pa・s]、 μ_w は槽壁温度における攪拌液粘度[Pa・s]、 θ は攪拌羽根の傾斜角[rad]、 α および $\beta_1 \sim 7$ は定数[-]。

右辺第1～3項が流体に関する因子、第4項(d/D_T)以降が攪拌槽形状に関する因子である。上式の定数項を下表に整理する。

表 5. 2. 1. 2 攪拌槽伝熱に関する永田式の定数項 [文献 16-29]

攪拌翼	伝熱方式	邪魔板	コイル類	α	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	備考	
パドル 傾斜パドル タービン	ジャケット	なし	あり	0.54	2/3	-0.25	0.15	0.15	0.15	0.5	0	$Re > 100$	
			なし	0.51	2/3	-0.25	0.15	0.15	0.15	0.5	0		
		あり	あり、なし 共通	1.40	2/3	-0.3	0.2	0.45	0.2	0.5	-0.6	$Re > 100$	
	コイル	なし	なし	翼はコイル 内側に設置	0.825	0.56	-0.25	0	0.15	0.15	0	-0.3	① H/D_T 項を d_{co}/D_T に変更 ② $Re > 100$
				翼はコイル 下側に設置	1.05	0.62	-0.25		0.15	0.15	0	1.0	① H/D_T 項を D_c/D_T に変更 ② $Re > 100$
			あり	翼の設置箇 所関係なし	2.68	0.56	-0.3	0.15	0.3	0.2	0.5	-0.5	$Re > 100$
プロペラ	ジャケット	-	-	0.33	2/3	-0.25	0.15					$\sum C_i/iH$ 項を C/Z に変更	
	コイル	-	-	1.31	0.56	-0.25	0.15						

※定数項の空欄部は、その項目自体が推算式から省かれていることを表す。

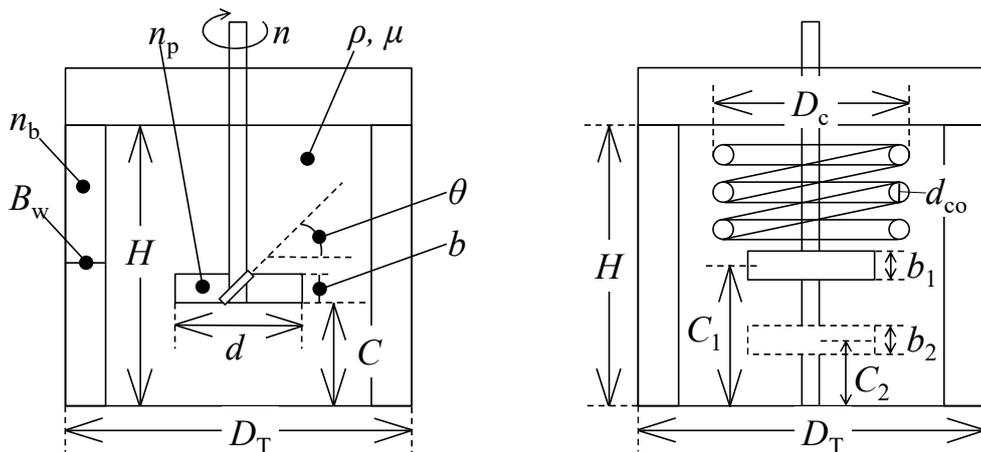


図 5. 2. 1. 1 攪拌槽の形状因子

5. 3 伝熱媒体側境膜伝熱係数

5.3.1 相変化が起こらない場合

①コイル 直円管対流伝熱の式を用いる。乱流の場合は、流路の曲率を考慮した補正係数を乗じる。

$$(Re > 10000) \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(1 + 3.5 \frac{d_{ci}}{D_c} \right) \quad \dots(5.3.1.1) \quad \text{[文献 20, 21]}$$

$$(Re < 2100) \quad Nu = 1.86 Re^{1/3} Pr^{1/3} \left(\frac{d_{ci}}{L_c} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(5.3.1.2) \quad \text{[文献 21]}$$

$$(2100 < Re < 10000) \quad Nu = 0.116 (Re^{2/3} - 125) Pr^{1/3} \left[1 + \left(\frac{d_{ci}}{L_c} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(5.3.1.3) \quad \text{[文献 22]}$$

$$\left[Nu \equiv \frac{h_2 d_{ci}}{k_h}, Re \equiv \frac{d_{ci} u_{hc} \rho_h}{\mu_h}, Pr \equiv \frac{C_{ph} \mu_h}{k_h} \right]$$

ただし、 C_p は平均比熱容量[J/(kg・K)]、 d_{ci} はコイル管内径[m]、 D_c はコイル中心径[m]、 g は重力加速度[m/s²]、 h_2 は伝熱媒体側(コイル管内)の境膜伝熱係数[W/(m²・K)]、 k は熱伝導度[W/(m・K)]、 L_c はコイル管長[m]、 u_{hc} はコイル管内を流れる伝熱媒体の平均流速[m/s]、 μ は液粘度[Pa・s]、添え字 h は伝熱媒体、w は固体壁。コイル管長 L_c [m]は、次式で与えられる。[文献 33]

$$L_c = \frac{A_c}{\pi d_{ci}} \quad \dots(5.3.1.4)$$

ただし、 A_c はコイルの伝熱面積[m²]。

②平板ジャケット 次式で与えられる。[文献 34]

$$(Re > 10000) \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(1 + 3.5 \frac{D_{eq}}{D_2} \right) \left[D_{eq} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1} \right] \quad \dots(5.3.1.5)$$

$$(Re < 10000) \quad Nu = 1.02 Re^{0.45} Pr^{1/3} \left(\frac{D_{eq}}{L_j} \right)^{0.4} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^{0.8} Gr^{0.05} \left[D_{eq} = D_2 - D_1 \right] \quad \dots(5.3.1.6)$$

$$\left[Nu \equiv \frac{h_1 D_{eq}}{k_h}, Re \equiv \frac{D_{eq} u_{hj} \rho_h}{\mu_h}, Pr \equiv \frac{C_{ph} \mu_h}{k}, Gr \equiv \frac{L_j^3 \rho_h^2 g \beta \Delta T_{lm}}{\mu_h^2} \right]$$

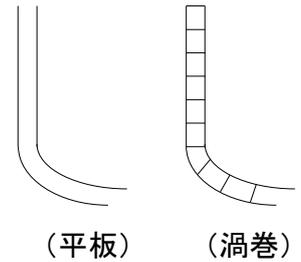
ただし、 D_{eq} は相当直径[m]、 D_1 はジャケット内径[m]、 D_2 はジャケット外径[m]、 h_1 は伝熱媒体側の境膜伝熱係数[W/(m²・K)]、 L_j はジャケット長[m](液深 H に等しい)、 u_{hj} はジャケット内を流れる伝熱媒体の流速[m/s]、 β は伝熱媒体の体積膨張率[1/K]、 ΔT_{lm} は伝熱媒体温度 T_1 と槽壁外面温度 T_{w1} の対数平均温度差[K]、 μ は液粘度[Pa・s]、添え字 h は伝熱媒体、w は固体壁。

ジャケット内径 D_1 と外径 D_2 [m]は、次式で表される。

$$D_1 = D_T + 2t_T \quad \dots(5.3.1.7)$$

$$D_2 = D_1 + 2\Delta X_j \quad \dots(5.3.1.8)$$

ただし、 t_T は槽壁厚み[m]、 ΔX_j はジャケット間隔[m]。



ジャケット内の流路は、直円管ではないため、相当直径に換算したものを計算に用いる。相当直径 D_{eq} [m]は、流体と接している壁面周辺の長さ、すなわちぬれ辺長 l_w [m]と流路断面積 A_w [m²]の比で表される動水半径 r_H [m]の4倍で定義される。

$$D_{eq} = 4r_H \quad \cdots(5.3.1.9)$$

$$D_{eq} = \frac{4A_w}{l_w} \quad \cdots(5.3.1.10)$$

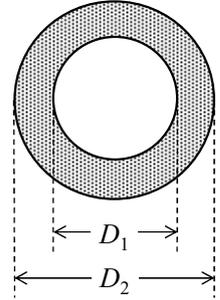
伝熱基準の場合は、ぬれ辺長 l_w を伝熱辺長 l_h [m]に置き換える。

$$D_{eq} = \frac{4A_w}{l_h} \quad \cdots(5.3.1.11)$$

平板ジャケット内の流路形状を環状とみなすときの相当直径 D_{eq} は、次式で表される。

$$\text{(流動基準)} \quad D_{eq} \equiv \frac{4A_w}{l_w} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{2\pi(D_2/2 + D_1/2)} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_2 + D_1} = D_2 - D_1 \quad \cdots(5.3.1.12)$$

$$\text{(伝熱基準)} \quad D_{eq} \equiv \frac{4A_w}{l_h} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{2\pi(D_1/2)} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_1} \quad \cdots(5.3.1.13)$$



相当直径の定義は、推算式ごとに確認する必要がある。

ジャケット内を流れる伝熱媒体の流速 u_{hj} [m/s]は、次式で表される。

$$u_{hj} = \frac{W_{hj}}{\rho_h A_w} \left[A_w = (D_2/2)^2 - (D_1/2)^2 \right] \quad \cdots(5.3.1.14)$$

ただし、 W_{hj} はジャケット内を流れる伝熱媒体の質量流量[kg/s]、 ρ_h は伝熱媒体の液密度[kg/m³]。

グラスホッフ数 Gr の対数平均温度差 ΔT_{lm} は、次式で求める。

$$\text{(加熱時)} \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T_{10,av} - T_{w1}) - (T_{1f,av} - T_{w1})}{\ln[(T_{10,av} - T_{w1}) / (T_{1f,av} - T_{w1})]} = \Delta T / \ln \frac{T_{10,av} - T_{w1}}{T_{1f,av} - T_{w1}} \quad [\Delta T \equiv T_{10,av} - T_{1f,av}] \quad \cdots(5.3.1.15)$$

$$\text{(冷却時)} \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T_{w1} - T_{10,av}) - (T_{w1} - T_{1f,av})}{\ln[(T_{w1} - T_{10,av}) / (T_{w1} - T_{1f,av})]} = \Delta T / \ln \frac{T_{w1} - T_{10,av}}{T_{w1} - T_{1f,av}} \quad [\Delta T \equiv T_{1f,av} - T_{10,av}] \quad \cdots(5.3.1.16)$$

$$\left[T_{10,av} \equiv \frac{T_{in} + T_{out,0}}{2}, T_{1f,av} \equiv \frac{T_{in} + T_{out,f}}{2} \right]$$

ただし、 ΔT は装置出入口における伝熱媒体の平均温度変化(定数扱い)[K]。

槽壁外面温度 T_{w1} は、次の熱収支式より求める。

$$\text{(加熱時)} \quad U(T_{1,av} - T_{w1}) = h'(T_{w1} - T_{2,av}) \quad \cdots(5.3.1.17)$$

$$\text{(冷却時)} \quad U(T_{w1} - T_{1,av}) = h'(T_{2,av} - T_{w1}) \quad \cdots(5.3.1.18)$$

$$\left[T_{1,av} = \frac{T_{10,av} + T_{1f,av}}{2}, T_{2,av} = \frac{T_0 + T_f}{2}, \frac{1}{h'} = \frac{\ell_w}{k_w} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \right]$$

ただし、添え字 1 は伝熱媒体側、2 は攪拌液側、in は入口側、out は出口側、0 は初期、f は最終、av は算術平均。総括伝熱係数 U [W/(m²・K)]は、さしあたり適当な値を仮定しておく。 U の計算値 ($1/U = 1/h_1 + 1/h_{s1} + \ell_w/k_w + 1/h_{s2} + 1/h_2$)とここでの仮定値が一致するまで仮定と計算を試行錯誤的に繰り返す。適当な U 値が与えられている場合は、その値を仮定値として用いる。

③渦巻きジャケット ジャケット内側の壁面に円盤状の邪魔板が複数枚取り付けられており、伝熱媒体の流路断面積が絞られている。このため、ジャケット流体の線速が大きくなり、境膜の厚みが薄くなる

ため、境膜伝熱係数を大きく取れる。コイル管内伝熱の相関式を用いる。

$$(Re > 10000) \quad Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \left(1 + 3.5 \frac{D_{eq}}{D_2} \right) \quad \cdots(5.3.1.19)$$

$$(Re < 2100) \quad Nu = 1.86 Re^{1/3} Pr^{1/3} \left(\frac{D_{eq}}{L_{sj}} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \cdots(5.3.1.20)$$

$$(2100 < Re < 10000) \quad Nu = 0.116 (Re^{2/3} - 125) Pr^{1/3} \left[1 + \left(\frac{D_{eq}}{L_{sj}} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\mu_h}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \cdots(5.3.1.21)$$

$$\left[Nu \equiv \frac{h_1 D_{eq}}{k_h}, Re \equiv \frac{D_{eq} u_{sj} \rho_h}{\mu_h}, Pr \equiv \frac{C_{ph} \mu_h}{k_h}, \frac{1}{D_{eq}} \equiv \frac{1}{D_2 - D_1} + \frac{1}{2 p_{sj}} \right]$$

ただし、 u_{sj} は渦巻ジャケット内流速[m/s]、 L_{sj} はジャケット流路長[m]。

渦巻ジャケットの相当直径 D_{eq} は、矩形流路に対して用いる(流路断面の形状が矩形)。[文献 34, 35]

$$\frac{1}{D_{eq}} = \frac{l_w}{4A_w} = \frac{2p_{sj} + 2(D_2 - D_1)/2}{4p_{sj}(D_2 - D_1)/2} = \frac{2p_{sj} + (D_2 - D_1)}{2p_{sj}(D_2 - D_1)} = \frac{1}{D_2 - D_1} + \frac{1}{2p_{sj}} \quad \cdots(5.3.1.22)$$

$$[D_1 \equiv D_T + 2t_T, D_2 \equiv D_1 + 2\Delta X_j]$$

ただし、 D_2 はジャケット外径[m]、 D_1 はジャケット内径[m]、 p_{sj} は渦巻ジャケットの邪魔板間隔[m]、 t_T は槽壁厚み[m]、 ΔX_j はジャケット間隔[m]。

渦巻ジャケット内流速 u_{hsj} [m/s]は、次式で表される。

$$u_{hsj} = \frac{W_{hsj,eff}}{\rho_h A_w} \quad [A_w = p_{sj}(D_2 - D_1)/2] \quad \cdots(5.3.1.23)$$

ただし、 $W_{hsj,eff}$ は渦巻邪魔板の間隔を流れる伝熱媒体の有効質量流量[kg/s]であり、ジャケット内流体の全質量流量 W_{hsj} [kg/s]の0.6倍をとる。[文献 34]

ジャケット流路長 L_{sj} は、コイル長の式を用いる。[文献 33]

$$L_{sj} = \frac{A_j}{\pi D_{eq}} \quad \cdots(5.3.1.24)$$

ただし、 A_j はジャケットの伝熱面積[m²]。

5.3.2 相変化が起こる場合

単一飽和蒸気の膜状凝縮伝熱式を用いる。熱媒にスチームを用いる場合は、飽和状態の凝縮水が伝熱面の外側または内側を膜状に濡らして熱を伝えるものとする。

凝縮液膜のレイノルズ数 Re_f は、次式で表される。

$$Re_f = \frac{D_{eq} (W_{cl}/A_w)}{\mu_{cl}} \quad \cdots(5.3.2.1)$$

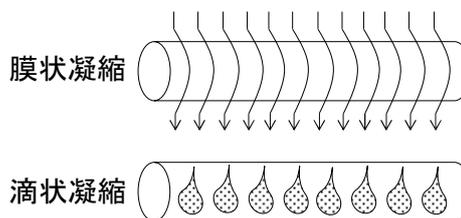
$$Re_f = \frac{(4A_w/l_w)(W_{cl}/A_w)}{\mu_{cl}} \left[D_{eq} \equiv \frac{4A_w}{l_w} \right] \quad \dots(5.3.2.2)$$

$$Re_f = \frac{4W_{cl}/l_w}{\mu_{cl}} \quad \dots(5.3.2.3)$$

$$Re_f = \frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \left[\Gamma \equiv \frac{W_{cl}}{l_w} \right] \quad \dots(5.3.2.4)$$

(ジャケット) $\Gamma = \frac{W_{cl}}{\pi(D_T + 2t_T)} \quad \dots(5.3.2.5)$

(コイル) $\Gamma = \frac{W_{cl}}{L_c} \quad \dots(5.3.2.6)$



ただし、 D_T は槽径(槽内径)[m]、 t_T は槽壁厚み[m]、 L_c はコイル管長[m]、 W_{cl} は凝縮量[kg/s]、 Γ (ガンマ)はぬれ辺長あたりの凝縮液膜の質量流量[kg/(m·s)]、 μ_{cl} は凝縮液粘度[Pa·s]。

ジャケットの場合は垂直管外の凝縮伝熱式、コイルの場合は水平管内の凝縮伝熱式を用いる。[文献 35, 36]

(ジャケット, $Re < 2100$) $\frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 1.88 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \quad \dots(5.3.2.7)$

(ジャケット, $Re > 2100$) $\frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 0.0077 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{0.4} \quad \dots(5.3.2.8)$

(コイル) $\frac{h}{k_{cl}} \left[\frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 0.76 \left(\frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \quad \dots(5.3.2.9)$

ただし、 h は凝縮伝熱係数[W/(m²·K)]、 k_{cl} 、 ρ_{cl} 、 μ_{cl} は凝縮温度における凝縮液の熱伝導度[W/(m·K)]、密度[kg/m³]、粘度[Pa·s]、 ρ_v は凝縮温度における蒸気密度[kg/m³]。各推算式の左辺を凝縮数という。なお、ジャケット層流条件式の右辺の係数 1.88 について、Nusselt(ヌッセルト)の理論式では 1.47 であり、実用的には 1.28 倍した 1.88 を用いる。[文献 36]

左辺の $(\rho_{cl} - \rho_v)$ 項について、多くの古典的成書では ρ_{cl} となっており、式中の各物性値も凝縮温度ではなく、液膜内部の平均温度で定義されている。液膜温度の推算には壁面温度が必要となるため、計算がやや煩雑となる。すなわち、壁面温度が含まれる対流伝熱式で適当な h 値を仮定して壁面温度を求め、そのときの物性値を用いて上式の h 値を求める。両方の h 値が合致するまで計算を繰り返す。(現在は、表計算ソフトを用いて容易に決定できる。) ここでは、液膜温度のかわりに凝縮温度で定義している最近の成書にしたがった[文献 35]。飽和スチームの凝縮温度は、ジャケットまたはコイルに導入された飽和スチーム圧と水の蒸気圧曲線との交点より読み取ることができる。

6. スケールアップ

6. 1 基本的な考え方

小型の円筒攪拌槽で最適な成果が得られたとする。たとえば、混合完了までの所要時間を短縮できた、析出した固体粒子の寸法を揃えることができたなど。これを大型の攪拌槽にスケールアップする際、小

型槽で得られる現象や成果を大型槽でも実現したいと思うであろう。そうすると、大型槽は小型槽と相似の装置形状を選定するであろうし、小型槽での操作条件を参考に適切な攪拌条件を採用するであろう。しかし、「相似の装置形状」や「適切な攪拌条件」だけでは、具体的にいくらのすべよいかの数字の部分が分からない。そこで、この数字の部分を工学の視点で考えてみる。

はじめに、大型槽の装置形状について考える。たとえば、小型槽を 10 倍にスケールアップするとして、小型槽のどの部分の寸法を 10 倍するかは複数考えられる。ここでは、槽径 D をスケールアップの基準に取り、それを 10 倍する。すなわち、大型槽の槽径は $10D$ と決まる。 D の値は、小型槽の槽径を測れば求まる。次に、大型槽の液深(えきしん)はいくらにすればよいだろうか。小型槽の液深 H の 10 倍となるであろうことは、想像がつく。答えは $10H$ でよいが、なぜそうなるのかの工学的根拠を与える必要がある。ところでいま、小型槽と相似の装置形状を大型槽で実現することを考えているが、具体的にどのようなことをすれば、それを実現したことになるだろうか。それは、**装置の寸法比を一定に保ってスケールアップすること**である。なぜ寸法比を一定に保つと相似の形状が保たれるのか。その直感的なイメージについて、たとえばテレビ画面の大きさは、何インチ〜とか何型〜で定義されるが、画面の縦と横の寸法比は、インチ数に関わらずほぼすべて同じになっている。それでいて、画面の形状は、インチ数が変わってもみな同じ長方形を保っている。正方形に近づくことはない。話を攪拌槽に戻す。どことどこの寸法の比を取るかは複数考えられるが、ここでは、すでに分かっている槽径 D と現在検討中の液深 H の寸法比 H/D をスケールアップの基準にする。なぜ D が分母なのかは、 D がおおもとのスケールアップ基準 ($D \rightarrow 10D$) になっているからと考えるとよい。このことから、小型槽の寸法比 H/D 一定の条件下で大型槽の槽径を $10D$ に取ると、大型槽の液深は $10H$ と決まる。工学的根拠は、「小型槽の相似形状を大型槽で実現するには、装置の寸法比を一定にする必要があるから」である。

次に、大型槽の攪拌条件について考える。翼径は、上と同じ考え方で決める。すなわち、寸法比 d/D をスケールアップの基準に取ると、大型槽の翼径は $10d$ に決まる。攪拌速度については、また別の考え方になる。10 倍にスケールアップすると、攪拌速度も 10 倍必要と思うかもしれないが、逆である。スケールアップすると、翼径が大きくなるので、ひとかきするだけでかなりの量の液が動く。したがって、**大型槽の攪拌速度は、小型槽よりも小さくて済む**。なお、攪拌速度をあえて一定にしてスケールアップする場合もある。攪拌速度 n [1/s] と翼径 d [m] を乗じた nd は、速度の単位 [m/s] であり、攪拌翼の先端速度を表している(正確には、 πnd)。これをスケールアップの基準に取る。すなわち、翼先端速度 nd 一定の条件下で大型槽の槽径を $10D$ に取ると、大型槽の攪拌速度は $(1/10)n$ と決まる。工学的根拠は、「小型槽の攪拌条件を大型槽で実現するには、**翼先端速度を一定にする**必要があるから」となる。翼先端速度のほか、液体積あたりの攪拌所要動力も基準となる。

最後に、大型槽の装置容積あたり伝熱面積 [m^2/m^3] について考える。工業反応装置における伝熱の重要性は、加熱よりも除熱にある。たとえば、重合反応の場合、反応が進むにつれ粘度が増大し、熱が槽内でこもりやすくなるので、除熱速度 Q を大きく取る必要がある。そうするには、総括伝熱速度の式 $Q=UA\Delta T$ から分かるように、伝熱面積 A をなるべく大きく取ることが肝要となる。いまスケールアップするのだから、伝熱面積も必然的に大きくなり、とくに差支えがないように思われるかもしれない。たしかに**伝熱面積自体は大きくなるが、装置容積あたりでは減少する**。たとえば、槽径 D の小型槽の伝熱面積は、 D^2 に比例する。一方、10 倍にスケールアップした大型槽の伝熱面積は、 $(10D)^2=100D^2$ に比例する。 $10D^2$ ではない。装置容積も同様にして、小型槽では D^3 に、大型槽では $(10D)^3=1000D^3$ にそれぞれ比例する。

あくまで「比例する」とした理由は、様々な装置形状が考えられるからである。たとえ容器自体が単純な円筒形であっても、邪魔板やコイルなど付属品が挿入されると、正確には円筒形でなくなる。以上を踏まえ、単位装置容積あたりの伝熱面積は、小型槽では $D^2/D^3=1/D$ に、大型槽では $100D^2/1000D^3=(1/10)(1/D)$ に比例する。いま、装置由来の形状係数、すなわち比例定数の部分と同じであるとして、大型槽の装置容積あたり伝熱面積は、小型槽の10分の1に減少する。以上のことから、反応や晶析など、伝熱操作が重要となる工程では、いかに伝熱面積を稼ぐかが課題となる。

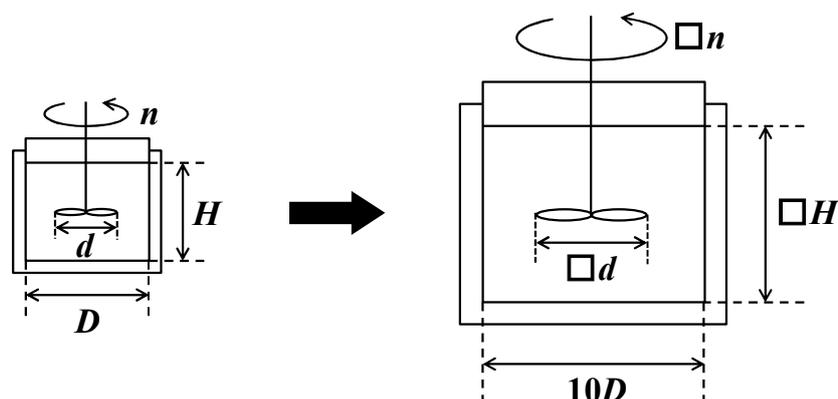


図 6.1.1 攪拌槽のスケールアップ

表 6.1.1 攪拌槽のスケールアップ

装置または操作条件	単位	小型槽	大型槽	根拠
槽径	[m]	D	$10D$	定義(10倍にスケールアップ)
液深	[m]	H	$10H$	液深-槽径比 H/D 一定
攪拌翼径	[m]	d	$10d$	翼径-槽径比 d/D 一定
攪拌速度	[1/s]	n	$(1/10)n$	翼先端速度 nd 一定
伝熱面積	[m ²]	$\propto D^2$	$\propto 100D^2$	槽径の2乗
装置容積	[m ³]	$\propto D^3$	$\propto 1000D^3$	槽径の3乗
装置容積あたり伝熱面積	[m ² /m ³]	$\propto 1/D$	$\propto (1/10)(1/D)$	(伝熱面積)/(装置容積)

6. 2 スケールアップの基準

装置寸法比一定の基準①を満たすことが原則となる。その上で、他のスケールアップ基準②～⑦から一つを採用する。下記以外にも基準は存在する。条件次第では、複数の基準を採用できることもある。以下、添え字1を小型槽、2を大型槽とする。

①装置寸法比一定(幾何学的相似) 装置形状を相似にする考え方である。最優先で採用する。

$$d_2/d_1=b_2/b_1=D_2/D_1=H_2/H_1=\dots=\alpha \quad \dots(6.2.1)$$

ただし、 α はスケールアップの倍数(スケールアップファクター)であり、何倍にスケールアップしたいかで任意に設定することができる。

②レイノルズ数一定(力学的相似) 流動状態を相似にする考え方であるが、スケールアップすると液体積あたりの攪拌所要動力 P/V が大幅に低下するため、液に十分なエネルギーを与えることが難しくなる。スケールアップの基準としては、あまり用いられない。

$$Re_1 = Re_2 \quad \cdots(6.2.2) \quad [1=小型槽、2=大型槽]$$

$$\frac{\rho_1 n_1 d_1^2}{\mu_1} = \frac{\rho_2 n_2 d_2^2}{\mu_2} \quad \cdots(6.2.3)$$

$$n_1 d_1^2 = n_2 d_2^2 \quad [\rho_1=\rho_2, \mu_1=\mu_2] \quad \cdots(6.2.4)$$

$$\boxed{\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2} \quad \cdots(6.2.5)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 n_2^3 d_2^5}{\rho_1 n_1^3 d_1^5} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^5 = \left[\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2\right]^3 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-5} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{(6-5)} = \frac{d_1}{d_2} \quad [\rho_1=\rho_2] \quad \cdots(6.2.6)$$

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1} = \frac{d_1}{d_2}} \quad \cdots(6.2.7)$$

③フルード数一定(力学的相似) 渦流の寸法や形状を相似にする考え方である。邪魔板を用いない場合に相当するが、実際的ではないため、スケールアップの基準としては、あまり用いられない。

$$Fr_1 = Fr_2 \quad \cdots(6.2.8)$$

$$\frac{n_1^2 d_1}{g} = \frac{n_2^2 d_2}{g} \quad \cdots(6.2.9)$$

$$n_1^2 d_1 = n_2^2 d_2 \quad \cdots(6.2.10)$$

$$\boxed{\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{1/2}} \quad \cdots(6.2.11)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 n_2^3 d_2^5}{\rho_1 n_1^3 d_1^5} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^5 = \left[\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{1/2}\right]^3 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-5} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{\{(3/2)-5\}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-7/2} \quad [\rho_1=\rho_2] \quad \cdots(6.2.12)$$

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-7/2}} \quad \cdots(6.2.13)$$

液の種類(ρ と μ)が変更されない限り、 Re と Fr の両方を基準に用いることはできない。

④液体積あたり攪拌所要動力一定(運動学的相似) スケールアップの一般的な基準としてよく用いられる。ただし、攪拌がもたらす吐出作用(循環させる)とせん断作用(分散させる)の比率に差が生じることが問題である。

$$\left(\frac{P}{V}\right)_1 = \left(\frac{P}{V}\right)_2 \quad \cdots(6.2.14)$$

$$\frac{P_1}{(\pi/4)D_1^2 H_1} = \frac{P_2}{(\pi/4)D_2^2 H_2} \quad \cdots(6.2.15)$$

動力比を取り、装置寸法比一定の条件($D_2/D_1=d_2/d_1$ および $H_2/H_1=d_2/d_1$)を用いる。

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \left(\frac{H_2}{H_1}\right) = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right) = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-3} \quad \cdots(6.2.16)$$

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-3}} \quad \cdots(6.2.17)$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\rho_1^{1/3} d_1^{5/3} P_2^{1/3}}{\rho_2^{1/3} d_2^{5/3} P_1^{1/3}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{5/3} \left[\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^3\right]^{1/3} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{5/3} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{(5/3)-1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{2/3} \quad [\rho_1=\rho_2] \quad \cdots(6.2.18)$$

$$\boxed{\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{2/3}} \quad \cdots(6.2.19)$$

⑤翼先端速度一定 (運動学的相似) 液体積あたり攪拌所要動力 P/V 一定に次いでよく用いられる。とくに、気泡・液滴・微粒子の分散等、高いせん断力を要する場合に用いられる。

$$u_1 = u_2 \quad \cdots(6.2.20)$$

$$\pi n_1 d_1 = \pi n_2 d_2 \quad \cdots(6.2.21)$$

$$n_1 d_1 = n_2 d_2 \quad \cdots(6.2.22)$$

$$\boxed{\frac{n_2}{n_1} = \frac{d_1}{d_2}} \quad \cdots(6.2.23)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 n_2^3 d_2^5}{\rho_1 n_1^3 d_1^5} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^5 = \left[\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^1\right]^3 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-5} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{(3-5)} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-2} \quad [\rho_1=\rho_2] \quad \cdots(6.2.24)$$

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-2}} \quad \cdots(6.2.25)$$

⑥攪拌速度一定 (運動学的相似) 混合時間をほぼ一定にすることができるが、スケールアップに伴い液体積あたりの攪拌所要動力 P/V が大幅に増大するため、かなり激しい攪拌が必要となる。経済面の問題から、あまり用いられない。

$$n_1 = n_2 \quad \cdots(6.2.26)$$

$$\boxed{\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^0} \quad \cdots(6.2.27)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 n_2^3 d_2^5}{\rho_1 n_1^3 d_1^5} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^5 = \left[\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^0\right]^3 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-5} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{(0-5)} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-5} \quad [\rho_1=\rho_2] \quad \cdots(6.2.28)$$

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-5}} \quad \cdots(6.2.29)$$

⑦液体積あたり伝熱量一定 (運動学的相似) ジャケット内の伝熱媒体側から攪拌液側へ与えられる液体積あたりの伝熱量 Q/V をスケールアップの基準にする。スケールアップすると、液体積あたりの攪拌所要動力 P/V が大幅に増大するため、現実的ではない。

$$\left(\frac{Q}{V}\right)_1 = \left(\frac{Q}{V}\right)_2 \quad \cdots(6.2.30)$$

対流伝熱式 $Q=hA\Delta T$ を用いると、次式となる。

$$\frac{h_1 A_1 \Delta T_1}{(\pi/4)D_1^2 H_1} = \frac{h_2 A_2 \Delta T_2}{(\pi/4)D_2^2 H_2} \quad \cdots(6.2.31)$$

ただし、 h は境膜伝熱係数[W/(m \cdot K)]、 A は伝熱面積[m 2]、 ΔT は温度差[K]。

境膜伝熱係数 h は、次の無次元式で表される。

$$\frac{hD}{k} = K \left(\frac{\rho n d^2}{\mu}\right)^\alpha \left(\frac{C_p \mu}{k}\right)^\beta \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^\gamma \quad \cdots(6.2.32)$$

ただし、 C_p は比熱容量[J/(kg \cdot K)]、 k は流体の熱伝導度[W/(m \cdot K)]、 μ_w は槽壁温度における粘度[Pa \cdot s]。

上式をさらにその上の式の h_1 と h_2 に代入する。

$$\begin{aligned} & \frac{[K(k_1/D_1)(\rho_1 n_1 d_1^2/\mu_1)^\alpha (C_{p1} \mu_1/k_1)^\beta (\mu/\mu_w)^\gamma](\pi D_1 H_1)\Delta T_1}{(\pi/4)D_1^2 H_1} \\ &= \frac{[K(k_2/D_2)(\rho_2 n_2 d_2^2/\mu_2)^\alpha (C_{p2} \mu_2/k_2)^\beta (\mu/\mu_w)^\gamma](\pi D_2 H_2)\Delta T_2}{(\pi/4)D_2^2 H_2} \end{aligned} \quad \cdots(6.2.33)$$

スケールアップ前後で同じ流体を用いる場合は、流体の物性値(C_p, k, ρ, μ)が等しくなることから、上式は次式のようになる。

$$\frac{[(1/D_1)(n_1 d_1^2)^\alpha]\Delta T_1}{D_1} = \frac{[(1/D_2)(n_2 d_2^2)^\alpha]\Delta T_2}{D_2} \quad \cdots(6.2.34)$$

スケールアップ前後で同じ温度差 ΔT とする場合は、次式のようになる。

$$\frac{(n_1 d_1^2)^\alpha}{D_1^2} = \frac{(n_2 d_2^2)^\alpha}{D_2^2} \quad \cdots(6.2.35)$$

装置寸法比一定の条件($D_2/D_1=d_2/d_1$)を用いる。

$$\frac{(n_1 d_1^2)^\alpha}{d_1^2} = \frac{(n_2 d_2^2)^\alpha}{d_2^2} \quad \cdots(6.2.36)$$

$$n_1^\alpha d_1^{2\alpha-2} = n_2^\alpha d_2^{2\alpha-2} \quad \cdots(6.2.37)$$

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^\alpha = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{2\alpha-2} \quad \cdots(6.2.38)$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{2-(2/\alpha)} \quad \cdots(6.2.39)$$

α の代表値として 2/3 を採用する。

$$\boxed{\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-1}} \quad [\alpha=2/3] \quad \cdots(6.2.40)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 n_2^3 d_2^5}{\rho_1 n_1^3 d_1^5} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^5 = \left[\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-1}\right]^3 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-5} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-3-5} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-8} \quad [\rho_1=\rho_2] \quad \cdots(6.2.41)$$

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-8}} \quad \cdots(6.2.42)$$

6. 3 スケールアップ基準式の使い方

はじめに、スケールアップの倍数 α を決める。たとえば、小型槽の槽径 D_1 を 8 倍にスケールアップして ($\alpha=8$)、大型槽の槽径を D_2 にすることを考える。 D_1 と α は既知なので、装置寸法比一定の条件式 ($d_2/d_1=b_2/b_1=D_2/D_1=H_2/H_1=\cdots=\alpha$) より、ただちに $D_2(=8D_1)$ が決まる。槽径 D のかわりに、翼径 d や翼幅 b を倍数の基準に取ってもよい。次に、どの基準を一定に保つのかを決める。たとえば、液体積あたり攪拌所要動力一定の条件を採用するものとする。スケールアップ前後で用いる流体の種類は同じであるとして、攪拌速度の比 (n_2/n_1) と翼径比 (d_1/d_2) の間には、 $(n_2/n_1)=(d_1/d_2)^{2/3}$ の関係式が成り立つ。このうち、 n_1 と d_1 については、自分の小型槽に関する情報なので、既知である。たとえば、 $n_1=300$ rpm、 $d_1=5$ cm であったとしよう。もう一つ、大型槽の n_2 または d_2 のいずれかが既知でなければならないが、いま $D_2=8D_1$ の関係式があるので、装置寸法比一定の条件より $d_2=8d_1$ となって、 d_2 は消去できる。 $(n_2/n_1)=(d_1/d_2)^{2/3}$ の関係式は、 $(n_2/n_1)=(1/8)^{2/3} \rightarrow (n_2/n_1)=(2^{-3})^{2/3} \rightarrow (n_2/n_1)=1/4 \rightarrow n_2=(1/4)n_1=(1/4)(300)=75$ rpm となり、スケールアップ後の攪拌速度 n_2 は、もとの 1/4 倍の 75 rpm に設定すればよいことが分かる。とくに回分式装置の場合、ある製品の生産終了後、別製品の生産で同じ装置を使い回すことがよくある。この場合、翼径や翼の種類は、余程の事情が無い限り変更できない。変更できるのは、原則として攪拌速度のみである。したがって、スケールアップ時に n_2 を如何ほどに設定すればよいのかが、往々にして知りたい情報となる。動力比 (P_2/P_1) も同様の考え方で用いる。たとえば今、既存の攪拌装置で、所要動力をもとの 8 倍にしたいとする。翼径は変更できないから、攪拌速度をいくらに変更すればよいか、ということになる。この場合は、動力数 $N_p(=P/\rho n^3 d^5)$ 一定の下で検討すればよい。すなわち、 $P_1/\rho n_1^3 d_1^5 = P_2/\rho n_2^3 d_2^5$ において、 $P_2=8P_1$ かつ $d_2=d_1$ とおけば、 $n_2=8^{1/3}n_1$ となる。変更前の攪拌速度 $n_1=100$ rpm であれば、 $n_2=(2^3)^{1/3}(100)=200$ rpm に変更すればよい。

6. 4 スケール比の影響

各スケールアップ基準における、攪拌速度 n あるいは攪拌動力 P と攪拌翼径 d の間には、それぞれ次のスケールアップ条件式が成り立つ。

$$\frac{n_2}{n_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^\beta \quad [nd^\beta = const] \quad \cdots(6.4.1)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^\gamma \quad [Pd^\gamma = const] \quad \cdots(6.4.2)$$

ただし、スケールアップの前後で装置寸法比一定の条件を満たしていること、流体の種類は同じであるものとする。

液体積当たりの動力比 $(P/V)_2/(P/V)_1$ に対するスケール比 V_2/V_1 の影響は、次式のように導かれる。

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^\gamma \quad \dots(6.4.3)$$

$$\frac{P_2/V_2}{P_1/V_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^\gamma \frac{V_1}{V_2} \quad \dots(6.4.4)$$

$$\frac{(P/V)_2}{(P/V)_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma/3} \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-1} \quad \dots(6.4.5)$$

$$\boxed{\frac{(P/V)_2}{(P/V)_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-1-(\gamma/3)}} \quad \dots(6.4.6)$$

表 6.4.1 スケールアップ条件式の定数項

基準	Q/V	n	Fr	P/V	u	Re
β	-1	0	1/2	2/3	1	2
γ	-8	-5	-7/2	-3	-2	1

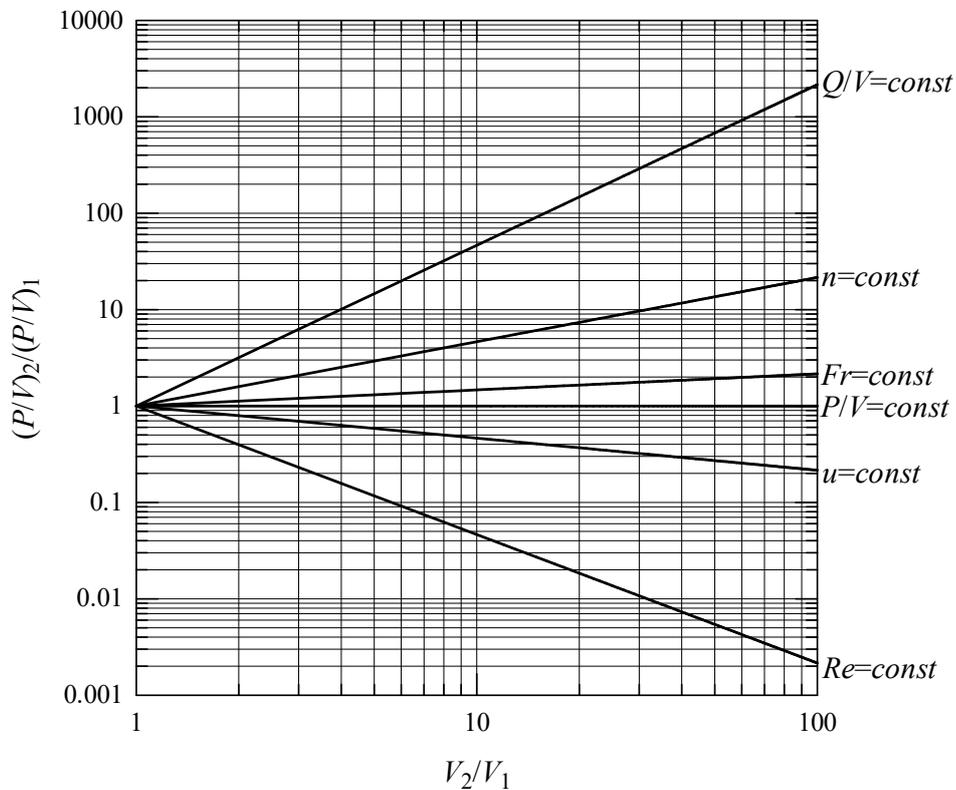


図 6.4.2 スケール比の影響

上の関係式を図に整理する。スケール比 V_2/V_1 に対する動力比 $(P/V)_2/(P/V)_1$ の変動が小さいのは、液体積あたり動力 P/V や翼先端速度 u であり、これらがスケールアップ基準の候補になりやすい。フルード数 Fr も比較的変動が小さいが、邪魔板無しの条件における旋回渦流の相似条件であることから、実際的でないためあまり用いられない。 P/V を除くいずれの基準においても、スケール比 V_2/V_1 の増大に伴い、 $(P/V)_2/(P/V)_1=1$ からのずれが大きくなる。このことは、スケールアップの倍数が大きくなるほどスケールアップの難度が高くなることを意味している。反対に、数倍程度以内のスケールアップであれば、いずれの基準も 1 からのずれが小さく、比較的实现しやすいと言える。

参考文献

- [1] W.L.McCabe, J.C. Smith, P. Harriott; Unit Operations of Chemical Engineering 7th Ed. McGraw-Hill(2004), Chapter 9 Agitation and Mixing of Liquids (Table 9.2)
- [2] 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978), 18 章攪拌および混合
- [3] 加藤禎人; 攪拌槽の操作・設計のための計算法と実験法 改訂増補版, 情報機構(2015), p.153
- [4] J.F.Richardson, J.M. Coulson, J.R. Backhurst, J.H. Harker; Coulson & Richardson's Chemical Engineering Vol.2, 5th Ed., Butterworth Heinemann(2002), Chapter 7 Liquid mixing (Table 7.2)
- [5] 永田進治, 山本一夫, 横山藤平, 志賀周次郎; 化学工学, **21**, 708-715(1957)
- [6] S. Nagata; Mixing, John Wiley & Sons Inc. (1975), Chapter 1 Power consumption of mixing impellers
- [7] 山本一夫; 攪拌装置(化学装置設計・操作シリーズ), 化学工業社(1984), 3 章攪拌所要動力と攪拌槽の伝熱
- [8] 亀井 登, 平岡節郎, 加藤禎人, 多田 豊, 仕田裕貴, 李 泳世, 山口隆生, 高 承台; 化学工学論文集, **21**, 41-48(1995)
- [9] 化学工学会監修; 最新ミキシング技術の基礎と応用(化学工学の進歩 42), 三恵社(2008), 1.基礎編
- [10] 化学工学会編; 化学工学便覧 改訂七版, 丸善(2011), I -6 攪拌・混合
- [11] 加藤禎人; 攪拌槽の操作・設計のための計算法と実験法 改訂増補版, 情報機構(2015), 5 章動力特性
- [12] Y. Kato, Y. Tada, Y. Takeda, Y. Hirai and Y. Nagatsu; *J. Chem. Eng. Japan*, **46**, 6-9 (2009)
- [13] T. N. Zwietering; *Chem. Eng. Sci.*, **8**, 244-253 (1958)
- [14] 高橋幸司; 液体混合の最適設計と操作; テクノシステム(2012), 5 章固液混合
- [15] 化学工学会編; 攪拌・混合(化学工学の進歩 24), 槇書店(1990), 5 章固液・気固液攪拌と物質移動
- [16] A. W. Nienow, M. F. Edwards, N. Harnby; Mixing in the Process Industries 2nd Ed., Butterworth-Heinemann (1997), Chapter 16
- [17] J.R. Couper, W.R. Penny, J.R. Fair; Chemical Process Equipment: Selection and Design 3rd Ed., Butterworth-Heinemann(2012), Chapter 10 Mixing and Agitation
- [18] 大野光之; 初歩から学ぶ化学装置設計, 工業調査会(2009), 9 章 攪拌装置
- [19] D.Q. Kern; Process heat transfer, McGraw-Hill(1950), Chapter 18 Batch and unsteady-state processes
- [20] 尾花英朗; 熱交換器設計ハンドブック, 工学図書(1974), 6 章 非定常プロセス
- [21] J.F.Richardson, J.M. Coulson, J.R. Backhurst, J.H. Harker; Coulson & Richardson's Chemical Engineering Vol.2, 5th Ed., Butterworth Heinemann(2002), Chapter 9.8 Heat transfer in reaction vessels
- [22] J.R. Couper, W.R. Penny, J.R. Fair; Chemical Process Equipment: Selection and Design 3rd Ed., Butterworth-Heinemann(2012), Chapter 10 Mixing and Agitation
- [23] J.F.Richardson, J.M. Coulson, J.R. Backhurst, J.H. Harker; Coulson & Richardson's Chemical Engineering Vol.2, 5th Ed., Butterworth Heinemann(2002), Chapter 9.8 Heat transfer in reaction vessels
- [24] W.R. Penney (G.F. Hewitt Eds.); Heat Exchanger Design Handbook, Hemisphere Publishing(1983), Chapter 3.14 Agitated vessels
- [25] N.P. Chohey; Handbook of Chemical Engineering Calculations 3rd Ed., McGraw-Hill Inc.(2003), Section 7.16 Heat transfer in agitated vessels
- [26] A.K. Coker; Ludwig's Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 3 (4th Ed.), Gulf Professional Publishing (2015), Chapter 15 (Table 15-98)
- [27] S. Nagata; Mixing, John Wiley & Sons Inc. (1975), Chapter 2 Heat transfer in agitated vessels
- [28] 藤田重文, 田原浩一, 吉田五一編; 化学装置・機械ハンドブック, 朝倉書店(1967), 9 章 攪拌装置

- [29] 山本一夫; 攪拌装置(化学装置設計・操作シリーズ), 化学工業社(1984), 3章攪拌所要動力と攪拌槽の伝熱
- [30] W.H. McAdams; Heat transmission 3rd Ed., McGraw-Hill Education (1973), p.228
- [31] E.N. Sieder and G.E. Tate; *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 1429-1436(1936)
- [32] H. Hausen; Verfahrenstechnik, Beih. Z. Ver. Deut. Ing. 4 (1943) p.91
- [33] D.R. Moss, M.M. Basic; Pressure Vessel Design Manual 4th Ed., Butterworth-Heinemann (2013), Procedure 5-6 Design pipe coils for heat transfer
- [34] A.K. Coker; Ludwig's Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 3 (4th Ed.), Gulf Professional Publishing (2015), Chapter 15 (Table 15-99)
- [35] G. Towler, R. Sinnott; Chemical Engineering Design 2nd Ed., Butterworth-Heinemann (2012), Chapter 19 Heat-transfer equipment
- [36] 尾花英朗; 熱交換器設計ハンドブック, 工学図書(1974), 8章 凝縮伝熱

謝辞

完全浮遊攪拌速度式(4.2)~(4.14)は、佐藤 優君(2018年度修士卒)により導出されました。