３．化学装置内における物質移動

３．１　濡れ壁塔

吸収液が塔壁を液膜状に流れており、塔内部を上昇するガス中の溶質成分を吸収させる。多管式に対応できるため、熱交換性能が高い。工業的には、ベンゼンの塩素化やスルホン化、塩酸製造など、発熱量の多い気液反応に用いられる。

ガス側境膜物質移動係数の推算式については、Gilliland & Sherwood の式がある。[文献 1]

$$\frac{k_\mathrm{C} D_\mathrm{T} p_\mathrm{B,lm}}{\mathcal{D}_\mathrm{AB} P_\mathrm{T}} = 0.023\left(\frac{D_\mathrm{T} u \rho_\mathrm{G}}{\mu_\mathrm{G}}\right)^{0.83}\left(\frac{\mu_\mathrm{G}}{\rho_\mathrm{G}\mathcal{D}_\mathrm{AB}}\right)^{0.44} \quad (2000<Re<35000,\ 0.6<Sc<2.5) \quad \cdots(3.1.1)$$

液側境膜物質移動係数について、擬層流域($4\Gamma/\mu_\mathrm{L}$<1000～2000)の場合は、疋田らの式がある。[文献 2]

$$\frac{4\Gamma}{\mu_\mathrm{L}} < (Re_\mathrm{L})_\mathrm{c} \text{ のとき} \quad H_\mathrm{L}\left(\frac{\rho_\mathrm{L} g}{\mu_\mathrm{L}}\right)^{1/3} = 22.8\left(\frac{4\Gamma}{\mu_\mathrm{L}}\right)^{0.5}\left(\frac{\mu_\mathrm{L}}{\rho_\mathrm{L}\mathcal{D}_\mathrm{L}}\right)^{0.38}\left(\frac{\rho_\mathrm{L}^2 g Z^3}{\mu_\mathrm{L}^2}\right)^{0.04}\left(\frac{\sigma}{\sigma_\mathrm{w}}\right)^{0.15} \quad \cdots(3.1.2)$$

$$\frac{4\Gamma}{\mu_\mathrm{L}} > (Re_\mathrm{L})_\mathrm{c} \text{ のとき} \quad H_\mathrm{L}\left(\frac{\rho_\mathrm{L} g}{\mu_\mathrm{L}}\right)^{1/3} = 2.36\left(\frac{4\Gamma}{\mu_\mathrm{L}}\right)\left(\frac{\mu_\mathrm{L}}{\rho_\mathrm{L}\mathcal{D}_\mathrm{L}}\right)^{0.5} \quad \left[H_\mathrm{L} = \frac{\Gamma}{\rho_\mathrm{L} k_\mathrm{L}}, \Gamma = \frac{w}{\pi D_\mathrm{T}}\right] \quad \cdots(3.1.3)$$

$$(Re_\mathrm{L})_\mathrm{c} = 93.3\left(\frac{\mu_\mathrm{L}}{\rho_\mathrm{L}\mathcal{D}_\mathrm{L}}\right)^{-0.24}\left(\frac{\rho_\mathrm{L}^2 g Z^3}{\mu_\mathrm{L}^2}\right)^{0.08}\left(\frac{\sigma}{\sigma_\mathrm{w}}\right)^{0.30} \quad \cdots(3.1.4)$$

ただし、H_L は液側の移動単位高さ[m]。

乱流域($4\Gamma/\mu_\mathrm{L}$>2000)の場合は、亀井らの式がある。[文献 3]

$$\frac{H_\mathrm{L}}{Z} = 14\left(\frac{4\Gamma}{\mu_\mathrm{L}}\right)^{0.3}\left(\frac{\mu_\mathrm{L}}{\rho_\mathrm{L}\mathcal{D}_\mathrm{L}}\right)^{0.556}\left(\frac{\rho_\mathrm{L}^2 g Z^3}{\mu_\mathrm{L}^2}\right)^{-0.25} \quad \left[H_\mathrm{L} = \frac{\Gamma}{\rho_\mathrm{L} k_\mathrm{L}}, \Gamma = \frac{w}{\pi D_\mathrm{T}}\right] \quad \cdots(3.1.5)$$

ただし、D_T は液膜厚みを無視した塔内径[m]、$\mathcal{D}_\mathrm{L}$ は液相拡散係数[m²/s]、g は重力加速度[m/s²]、k_L は液側境膜物質移動係数[m/s]、$(Re_\mathrm{L})_\mathrm{c}$ は液膜流れの流動状態が変化する臨界のレイノルズ数、w は液膜の質量流量[kg/s]、Z は塔高[m]、Γ は濡れ辺長あたりの液膜流量[kg/(m･s)]、μ_L は液粘度[Pa･s]、ρ_L は液密度[kg/m³]、$(\sigma/\sigma_\mathrm{w})$は水に対する界面張力の補正項[－]。無次元項 $4\Gamma/\mu_\mathrm{L}$ は液膜流れのレイノルズ数 $Re_\mathrm{L}(=LV/\nu)$、無次元項 $\mu_\mathrm{L}/\rho_\mathrm{L}\mathcal{D}_\mathrm{L}$ は液相シュミット数 $Sc(=\nu/\mathcal{D})$、無次元項 $\rho_\mathrm{L}^2 g Z^3/\mu_\mathrm{L}^2$ はガリレイ数 $Ga(=gL^3/\nu^2)$。

【計算例（濡れ壁塔）】

多管式濡れ壁塔に 8 vol%のアンモニアガス(密度 1.2 kg/m³, 粘度 18 μPa･s)を濡れ管 1 本(内径 25 mm, 管長 2000 mm)あたり 6.3 m³/h で向流に流して 1 気圧 20℃の条件下で濡れ管 1 本あたり 36 kg/h で流れる水(密度 1000 kg/m³, 粘度 1 mPa･s)の液膜に吸収させる。塔出口側のアンモニア濃度が 1 vol%のとき、濡れ管 1 本あたりのガス側境膜物質移動係数 k_G [mol/(m²･s･Pa)]、液側境膜物質移動係数 k_L [m/s]、液側総括物質移動係数 K_L [m/s]、物質移動流束 N_A [mol/(m²･s)]、および濡れ管 20 本の場合のガス吸収速度 W_A [mol/s]を求めよ。ただし、推算式中の界面張力の補正項は 1、水に対するアンモニアのヘンリー定数は 1.4 Pa/(mol/m³)、空気中におけるアンモニアの気相拡散係数は 2.4×10^{-5} m²/s、水中におけるアンモニアの液相拡散係数は 2.3×10^{-9} m²/s である。

$u=Q/S=Q/[\pi(D_T/2)^2]=(6.3/3600)/[\pi(0.025/2)^2]=3.5650$ m/s

$\nu_G=\mu_G/\rho_G=18\times10^{-6}/1.2=1.5\times10^{-5}$ m^2/s

$Re_G=D_Tu\rho_G/\mu_G=D_Tu/\nu_G=(0.025)(3.5650)/(1.5\times10^{-5})=5608.3$

$Sc_G=\nu_G/\mathscr{D}_{AB}=1.5\times10^{-5}/2.4\times10^{-5}=0.625$

$Sh=0.023Re_G^{0.83}Sc_G^{0.44}=(0.023)(5608.3)^{0.83}(0.625)^{0.44}=24.179$

$y_{A1}=n_{A1}/n_T=(pV_{A1}/RT)/(pV_T/RT)=V_{A1}/V_T=0.08$

$y_{A2}=n_{A2}/n_T=(pV_{A2}/RT)/(pV_T/RT)=V_{A2}/V_T=0.01$

$p_{A1}=P_Ty_{A1}=(1)^{\mathrm{atm}}(0.08)=0.08$ atm

$p_{A2}=P_Ty_{A2}=(1)^{\mathrm{atm}}(0.01)=0.01$ atm

$p_{B1}=P_T-p_{A1}=1-0.08=0.92$ atm

$p_{B2}=P_T-p_{A2}=1-0.01=0.99$ atm

$p_{B,lm}=(p_{B1}-p_{B2})/\ln(p_{B1}/p_{B2})=(0.92-0.99)/\ln(0.92/0.99)=0.95457$

$k_C=Sh\mathscr{D}_{AB}P_T/(D_Tp_{B,lm})=(24.179)(2.4\times10^{-5})(1)/[(0.025)(0.95457)]=0.024316$ m/s

$k_G=k_C/RT=(0.024316)/[(8.314)(293.15)]=9.9768\times10^{-6}$ mol/(m^2・s・Pa)≒$\boxed{9.98\times10^{-6}\ \mathrm{mol/(m^2{\cdot}s{\cdot}Pa)}}$

$\Gamma=w\pi D_T=(36/3600)(0.025)\pi=7.8539\times10^{-4}$ kg/(m・s)

$Re_L=4\Gamma/\mu_L=(4)(7.8539\times10^{-4}/0.001)=3.1415(<2000)$

$\nu_L=\mu_L/\rho_L=0.001/1000=10^{-6}$ m^2/s

$Ga=\rho_L^2gZ^3/\mu_L^2=gZ^3/\nu_L^2=(9.81)(2.000)^3/(10^{-6})^2=7.8480\times10^{13}$

$Sc_L=\nu_L/\mathscr{D}_L=10^{-6}/2.3\times10^{-9}=434.78$

$(Re_L)_c=93.3Sc_L^{-0.24}Ga^{0.08}(\sigma/\sigma_w)^{0.30}=(93.3)(434.78)^{-0.24}(7.8480\times10^{13})^{0.08}(1)^{0.30}=280.72(>3.1415)$

$H_L(\rho_Lg/\mu_L)^{1/3}=H_L(g/\nu_L)^{1/3}=22.8Re_L^{0.5}Sc_L^{0.38}Ga^{0.04}(\sigma/\sigma_w)^{0.15}=(22.8)(3.1415)^{0.5}(434.78)^{0.38}(7.8480\times10^{13})^{0.04}(1)^{0.15}$
$=1461.6$

$H_L=(1461.6)(g/\nu_L)^{-1/3}=(1461.6)(9.81/10^{-6})^{-1/3}=6.8276$ m

$k_L=\Gamma/(H_L\rho_L)=(7.8539\times10^{-4})/[(6.8276)(1000)]=1.1503\times10^{-7}$ m/s≒$\boxed{1.15\times10^{-7}\ \mathrm{m/s}}$

$1/K_L=1/k_L+1/Hk_G=(1/1.1503\times10^{-7})+1/[(1.4)(9.9768\times10^{-6})]=8.7649\times10^{6}$ s/m

$K_L=1/(1/K_L)=1/8.7649\times10^{6}=1.1409\times10^{-7}$ m/s≒$\boxed{1.14\times10^{-7}\ \mathrm{m/s}}$

$N_A=k_G(p_{A1}-p_{A2})=(9.9768\times10^{-3})(0.08-0.01)^{\mathrm{atm}}(101325)^{\mathrm{Pa/atm}}=0.070762$ mmol/(m^2・s)≒$\boxed{0.0708\ \mathrm{mol/(m^2{\cdot}s)}}$

$A_T=2\pi(D_T/2)LN=2\pi(0.025/2)(2.000)(20)=\pi$ m^2

$W_A=N_AA_T=(0.070762)(\pi)=0.22230$ mmol/s≒$\boxed{0.222\ \mathrm{mol/s}}$

３．２　充填塔

内部にリング状の人工物や触媒粉体などの充填物を詰めた液分散型の気液分離装置であり、圧力損失が小さく、構造が単純で安価である。気液接触方式は、一般に向流操作が用いられる。塔頂より供給される吸収液は、充填物を濡らしながら流下する。塔底より供給されるガスは、充填物の間隙を通って上昇する。充填物の表面上で気液接触することで、ガス側の目的成分が吸収液側へ物質移動する。吸収液の種類について、回収の成分がアセトンやアンモニアなど水溶性の場合は水、ベンゼンなど油溶性の場合は鉱油、二酸化炭素や硫化水素など酸性ガスの場合はアルカリ溶液が用いられる。

ガス側および液側基準の境膜物質移動係数の推算式として、疋田(ひきた)の式または恩田の式がある。
(疋田の式) [文献 4-6]

$$\frac{k_G p_{B.lm}}{G_M}\left(\frac{\mu_G}{\rho_G \mathscr{D}_G}\right)^{2/3}=1.02\left[\frac{D_{pe}G}{\mu_G(1-\varepsilon)}\right]^{-0.35} \quad \left[\text{適用範囲：}\ \frac{D_{pe}G}{\mu_G(1-\varepsilon)}=100\sim 50000\right] \quad \cdots(3.2.1)$$

ラシヒリングの場合 D_{pe}=1.40D_p、ベルルサドルの場合 D_{pe}=1.26D_p

$$\frac{k_L D_p}{\mathscr{D}_L}=C\left(\frac{4L}{a\mu_L}\right)^{0.45}\left(\frac{\mu_L}{\rho_L \mathscr{D}_L}\right)^{0.5}\left(\frac{\rho_L{}^2 g D_p{}^3}{\mu_L{}^2}\right)^{1/6} \quad \left[\text{適用範囲：}\ \frac{4L}{a\mu_L}=50\sim 1000\right] \quad \cdots(3.2.2)$$

ラシヒリングの場合 C=0.31、ベルルサドルの場合 C=0.37

$$\frac{a}{a_t}=CL^{0.455}(1000\sigma)^n \quad \cdots(3.2.3)$$

ラシヒリングの場合 C=2.26, n=−0.091$D_p{}^{-0.48}$、ベルルサドルの場合 C=0.768, n=−0.00543$D_p{}^{-0.98}$
(恩田の式) [文献 7, 8]

$$\frac{k_G RT}{a_t \mathscr{D}_G}=5.23\left(\frac{G}{a_t\mu_G}\right)^{0.7}\left(\frac{\mu_G}{\rho_G \mathscr{D}_G}\right)^{1/3}(a_t D_p)^{-2.0} \quad \left[\text{適用範囲：}\ \frac{G}{a_t\mu_G}=2\sim 1000\right] \quad \cdots(3.2.4)$$

称呼寸法 15 mm(≒0.6 in)以下のラシヒリングとベルルサドルの場合は、5.23 の代わりに 2.0 を用いる。

$$k_L\left(\frac{\rho_L}{\mu_L g}\right)^{1/3}=0.0051\left(\frac{L}{a_w\mu_L}\right)^{2/3}\left(\frac{\mu_L}{\rho_L \mathscr{D}_L}\right)^{-1/2}(a_t D_p)^{0.4} \quad \left[\text{適用範囲：}\ \frac{L}{a_w\mu_L}=1\sim 1000\right] \quad \cdots(3.2.5)$$

$$\frac{a_w}{a_t}=1-\exp\left[-1.45\left(\frac{L}{a_t\mu_L}\right)^{0.1}\left(\frac{a_t L^2}{\rho_L^2 g}\right)^{-0.05}\left(\frac{L^2}{\rho_L\sigma a_t}\right)^{0.2}\left(\frac{\sigma_c}{\sigma}\right)^{0.75}\right] \quad \cdots(3.2.6)$$

ただし、a_t は充填層容積当たりの充填物の全表面積[m^2/m^3](1 in 磁性ラシヒリングのとき 190 m^2/m^3, 1 in ベルルサドルのとき 249 m^2/m^3)、a_w は充填層容積当たりの充填物の濡れ面積[m^2/m^3](気液接触面積 a に相当)、$\mathscr{D}$ は拡散係数[m^2/s]、D_p は充填物の称呼寸法[m]、D_{pe} は充填物の球相当径[m]、g は重力加速度[m/s^2]、G は混合ガス(溶質と同伴ガス)の質量流速[kg/(m^2･s)]、L は吸収液(溶質と溶媒)の質量流速[kg/(m^2･s)]、R は気体定数[J/(mol･K)]、ε は空隙率[−](1 in 磁性ラシヒリングのとき 0.74, 1 in ベルルサドルのとき 0.68)、μ は粘度[Pa･s]、ρ は密度[kg/m^3]、σ は吸収液の界面張力[N/m]、σ_c は充填物材質に対する液の臨界界面張力[N/m](磁製 0.061、鋼製 0.075)、下付き文字の G はガス、L は液。無次元項 $\mu_L/\rho_L\mathscr{D}_L$ は液相シュミット数 Sc_L(=$\nu/\mathscr{D}$)、$4L/a_t\mu_L$、$G/a_t\mu_G$、$L/a_t\mu_L$ はレイノルズ数 Re(=LV/ν)に相当、$\rho_L{}^2 g D_T{}^3/\mu_L{}^2$ はガリレイ数 Ga(=gL^3/ν^2)、$a_t L^2/\rho_L{}^2 g$ はフルード数 Fr(=V^2/gL)に相当、$L^2/\rho_L\sigma a_t$ はウェーバー数 We(=$\rho LV^2/\sigma$)に相当。

【計算例(充填塔)】

2 mol%のアセトン(分子量 58)を含む空気(分子量 28.8, 密度 1.2 kg/m^3, 粘度 18 μPa･s)を 1.2 kg/(m^2･s)で充填塔(層高 700 mm, 塔径 70 mm)の塔底より供給し、塔頂より水(密度 1000 kg/m^3, 粘度 1 mPa･s, 界面張力 72 mN/m)を液ガス比 2 で向流に流して空気中のアセトンを 1 気圧 25℃の条件下で吸収させる。塔頂ガス

のアセトン濃度が 0.002 mol%のとき、ガス側境膜物質移動容量係数 $k_{G}a$ [mol/(m^2・s・Pa)]、液側境膜物質移動容量係数 $k_{L}a$ [m/s]、液側総括物質移動容量係数 $K_{L}a$ [m/s]、ガス吸収速度 W_A [mol/s]を求めよ。ただし、充填物は 1 in 磁性ラシヒリング、水に対するアセトンのモル分率基準のヘンリー定数は 2.1、空気中におけるアセトンの気相拡散係数は 0.95×10^{-5} m^2/s、水中におけるアセトンの液相拡散係数は 1.2×10^{-9} m^2/s である。

(疋田式)$L=(L/G)G=(2)(1.2)=2.4$ kg/(m^2・s)

$D_p=(1)^{in}(2.54)^{cm/in}(0.01)^{m/cm}=0.0254$ m

$D_{pe}=1.40D_p=(1.40)(0.0254)=0.03556$ m

$n=-0.091D_p^{-0.48}=-(0.091)(0.0254)^{-0.48}=-0.53054$

$a/a_t=CL^{0.455}(1000\sigma)^n=(2.26)(2.4)^{0.455}[(1000)(0.072)]^{-0.53054}=0.34810$

$a=(a/a_t)a_t=(0.34810)(190)=66.139$ m^2/m^3

$Re_G=D_{pe}G/\mu_G(1-\varepsilon)=(0.03556)(1.2)/[(18\times10^{-6})(1-0.74)]=9117.9$

$Sc_G=\mu_G/\rho_G\mathfrak{D}_G=(18\times10^{-6})/[(1.2)(0.95\times10^{-5})]=1.5789$

$Sh_G(=k_Gp_{B,lm}/G_M)=1.02Re_G^{-0.35}Sc_G^{-2/3}=(1.02)(9117.9)^{-0.35}(1.5789)^{-2/3}=0.030931$

$y_{av}=(y_1+y_2)/2=(2+0.002)(10^{-2})/2=0.01001$

$M_{av}=M_Ay_{av}+M_B(1-y_{av})=(58)(0.01001)+(28.8)(1-0.01001)=28.300$ g/mol

$G_M=G/M_{av}=1.2^{kg/(m2\cdot s)}/0.028300^{kg/mol}=42.402$ mol/(m^2・s)

$p_{A1}=P_Ty_{A1}=(1)^{atm}(0.02)=0.02$ atm

$p_{A2}=P_Ty_{A2}=(1)^{atm}(0.00002)=0.00002$ atm

$p_{B1}=P_T-p_{A1}=1-0.02=0.98$ atm

$p_{B2}=P_T-p_{A2}=1-0.00002=0.99998$ atm

$p_{B,lm}=(p_{B1}-p_{B2})/\ln(p_{B1}/p_{B2})=(0.98-0.99998)/\ln(0.98/0.99998)=(0.98995)^{atm}(101325)^{Pa/atm}=100306$ Pa

$k_G=Sh_G(G_M/p_{B,lm})=(0.030931)(42.402/100306)=1.3075\times10^{-5}$ mol/(m^2・s・Pa)

$k_Ga=(1.3075\times10^{-5})(66.139)=8.6476\times10^{-4}$ mol/(m^3・s・Pa)≒$\boxed{8.65\times10^{-4}\ \text{mol/(m}^3\cdot\text{s}\cdot\text{Pa)}}$

$Re_L=4L/a_t\mu_L=(4)(2.4)/[(190)(0.001)]=50.526$

$Sc_L=\mu_L/\rho_L\mathfrak{D}_L=(0.001)/[(1000)(1.2\times10^{-9})]=833.33$

$Ga=\rho_L^2gD_p^3/\mu_L^2=(1000)^2(9.81)(0.0254)^3/(0.001)^2=1.6075\times10^8$

$Sh_L=CRe_L^{0.45}Sc_L^{0.5}Ga^{1/6}=(0.31)(50.526)^{0.45}(833.33)^{0.5}(1.6075\times10^8)^{1/6}=1219.1$

$k_L=(Sh_L)(\mathfrak{D}_L/D_p)=(1219.1)(1.2\times10^{-9}/0.0254)=5.7595\times10^{-5}$ m/s

$k_La=(5.7595\times10^{-5})(66.139)=0.0038092$ 1/s≒$\boxed{3.81\times10^{-3}\ \text{1/s}}$

$C_T(=C_{av})$≒$(\rho/M)_w=(1000/18\times10^{-3})=55555$ mol/m^3

$H=(P_T/C_T)m=(101325/55555)(2.1)=3.8301$ Pa/(mol/m^3)

$K_La=1/[(1/k_La)+(1/Hk_Ga)]=1/[(1/0.0038092)+(1/3.8301)(1/8.6476\times10^{-4})]=0.0017716$ 1/s≒$\boxed{1.77\times10^{-3}\ \text{1/s}}$

$N_V=K_La(C_1-C_2)=K_LaC_T(x_1-x_2)=(0.0017716)(55555)(2-0.002)(10^{-2})=1.9664$ mol/(m^3・s)

$V_b=\pi(D_T/2)^2Z=\pi(0.07/2)^2(0.7)=0.0026939$ m^3

$W_A=N_VV_b=(1.9664)(0.0026939)=0.0052972$ mol/s≒$\boxed{5.30\ \text{mmol/s}}$

(恩田式)$L=(L/G)G=(2)(1.2)=2.4$ kg/(m^2・s)

$Re_L=L/a_t\mu_L=(2.4)/[(190)(0.001)]=12.631$

$Fr=a_tL^2/\rho_L{}^2g=(190)(2.4)^2/[(1000)^2(9.81)]=1.1155\times10^{-4}$

$We=L^2/\rho_L\sigma a_t=(2.4)^2/[(1000)(0.072)(190)]=4.2105\times10^{-4}$

$a_w/a_t=1-\exp[-1.45Re_L{}^{0.1}Fr^{-0.05}We^{0.2}(\sigma_c/\sigma)^{0.75}]$

$=1-\exp[-(1.45)(12.631)^{0.1}(1.1155\times10^{-4})^{-0.05}(4.2105\times10^{-4})^{0.2}(0.061/0.072)^{0.75}]=0.42278$

$a_w=(a_w/a_t)a_t=(0.42278)(190)=80.328\ \mathrm{m^2/m^3}$

$Re_G=G/a_t\mu_G=(1.2)/[(190)(18\times10^{-6})]=350.87$

$Sc_G=\mu_G/\rho_G\mathscr{D}_G=(18\times10^{-6})/[(1.2)(0.95\times10^{-5})]=0.15789$

$a_tD_p=(190)(1)^{\mathrm{in}}(2.54)^{\mathrm{cm/in}}(0.01)^{\mathrm{m/cm}}=4.8260$

$Sh_G(=k_GRT/a_t\mathscr{D}_G)=5.23Re_G{}^{0.7}Sc_G{}^{1/3}(a_tD_p)^{-2.0}=(5.23)(350.87)^{0.7}(0.15789)^{1/3}(4.8260)^{-2.0}=7.3403$

$k_G=Sh(a_t\mathscr{D}_G/RT)=(7.3403)(190)(0.95\times10^{-5})/[(8.314)(298.15)]=5.3449\times10^{-6}\ \mathrm{mol/(m^2\cdot s\cdot Pa)}$

$k_Ga=k_Ga_w=(5.3449\times10^{-6})(80.328)=4.2934\times10^{-4}\ \mathrm{mol/(m^3\cdot s\cdot Pa)}\fallingdotseq\boxed{4.29\times10^{-4}\ \mathrm{mol/(m^3\cdot s\cdot Pa)}}$

$Sc_L=\mu_L/\rho_L\mathscr{D}_L=(0.001)/[(1000)(1.2\times10^{-9})]=833.33$

$Sh_L(=k_L(\rho_L/\mu_Lg)^{1/3})=0.0051Re_L{}^{2/3}Sc_L{}^{-1/2}(a_tD_p)^{0.4}=(0.0051)(12.631)^{2/3}(833.33)^{-1/2}(4.8260)^{0.4}=0.0017984$

$k_L=(Sh_L)(\rho_L/\mu_Lg)^{-1/3}=(0.0017984)[1000/(0.001)(9.81)]^{-1/3}=3.8498\times10^{-5}\ \mathrm{m/s}$

$k_La=k_La_w=(3.8498\times10^{-5})(80.328)=0.0030924\ \mathrm{1/s}\fallingdotseq\boxed{3.09\times10^{-3}\ \mathrm{1/s}}$

$C_T(=C_{av})\fallingdotseq(\rho/M)_w=(1000/18\times10^{-3})=55555\ \mathrm{mol/m^3}$

$H=(P_T/C_T)m=(101325/55555)(2.1)=3.8301\ \mathrm{Pa/(mol/m^3)}$

$K_La=1/[(1/k_La)+(1/Hk_Ga)]=1/[(1/0.0030924)+(1/3.8301)(1/0.00042934)]=0.0010735\ \mathrm{1/s}\fallingdotseq\boxed{1.07\times10^{-3}\ \mathrm{1/s}}$

$N_V=K_La(C_1-C_2)=K_LaC_T(x_1-x_2)=(0.0010735)(55555)(2-0.002)(10^{-2})=1.1915\ \mathrm{mol/(m^3\cdot s)}$

$V_b=\pi(D_T/2)^2Z=\pi(0.07/2)^2(0.7)=0.0026939\ \mathrm{m^3}$

$W_A=N_VV_b=(1.1915)(0.0026939)=0.0032097\ \mathrm{mol/s}\fallingdotseq\boxed{3.21\ \mathrm{mmol/s}}$

３．３　気泡塔

ガスを液中に分散させて吸収や反応を行わせる。構造が単純であるため安価であるのと熱の供給・除去が容易であるが、圧力損失が大きい。空気吹込みによる酸化反応や微生物反応に用いられる。気相抵抗は液相抵抗と比較して十分に小さいため、総括抵抗は液相抵抗に近似される。

液側境膜容量係数および液側境膜物質移動係数の推算式については、秋田・吉田の式がある。[文献 9, 10]

$$\frac{k_LaD_T{}^2}{\mathscr{D}_L}=0.6\left(\frac{\mu_L}{\rho_L\mathscr{D}_L}\right)^{0.5}\left(\frac{\rho_LgD_T{}^2}{\sigma}\right)^{0.62}\left(\frac{\rho_L{}^2gD_T{}^3}{\mu_L{}^2}\right)^{0.31}\varepsilon_g{}^{1.1}\quad(k_La\text{ の推算式})\quad\cdots(3.3.1)$$

$$\frac{k_Ld_{vs}}{\mathscr{D}_L}=0.5\left(\frac{\mu_L}{\rho_L\mathscr{D}_L}\right)^{1/2}\left(\frac{\rho_Lgd_{vs}{}^2}{\sigma}\right)^{3/8}\left(\frac{\rho_L{}^2gd_{vs}{}^3}{\mu_L{}^2}\right)^{1/4}\quad(k_L\text{ の推算式})\quad\cdots(3.3.2)$$

$$aD_T=\frac{1}{3}\left(\frac{\rho_LgD_T{}^2}{\sigma}\right)^{0.5}\left(\frac{\rho_L{}^2gD_T{}^3}{\mu_L{}^2}\right)^{-0.1}\varepsilon_g{}^{1.13}\quad(a\text{ の推算式})\quad\cdots(3.3.3)$$

$$\frac{d_{vs}}{D_T}=26\left(\frac{\rho_LgD_T{}^2}{\sigma}\right)^{-0.50}\left(\frac{\rho_L{}^2gD_T{}^3}{\mu_L{}^2}\right)^{-0.12}\left(\frac{u_G}{\sqrt{gD_T}}\right)^{-0.12}\quad(d_{vs}\text{ の推算式})\quad\cdots(3.3.4)$$

$$\frac{\varepsilon_g}{(1-\varepsilon_g)^4} = 0.2\left(\frac{\rho_L g D_T^{\,2}}{\sigma}\right)^{1/8}\left(\frac{\rho_L^{\,2} g D_T^{\,3}}{\mu_L^{\,2}}\right)^{1/12}\left(\frac{u_G}{\sqrt{gD_T}}\right) \quad (\varepsilon_g \text{の推算式}) \qquad \cdots(3.3.5)$$

ただし、a は気液接触面積[m^2/m^3]、d_{vs} は気泡径(体面積平均径)[m]、D_T は塔径[m]、$\mathscr{D}_L$ は液相拡散係数[m^2/s]、g は重力加速度[m/s^2]、k_L は液側境膜物質移動係数[m/s]、u_G はガス流速[m/s]、ε_g はガスホールドアップ[－]、μ_L は液粘度[Pa･s]、ρ_L は液密度[kg/m^3]、σ は界面張力[N/m]。無次元項 $\mu_L/\rho_L\mathscr{D}_L$ は液相シュミット数 $Sc_L(=\nu/\mathscr{D})$、$\rho_L gD_T^2/\sigma$ はボンド数 $Bo(=\rho gL^2/\sigma)$、$\rho_L^2gD_T^3/\mu_L^2$ はガリレイ数 $Ga(=gL^3/\nu^2)$、$u_G/(gD_T)^{1/2}$ はフルード数 $Fr(=V^2/gL)$。

【計算例(気泡塔)】

塔径 200 mm の標準気泡塔に水(密度 1000 kg/m^3, 粘度 1 mPa･s, 界面張力 72 mN/m)を 0.1 m^3 仕込み、空気を 10.8 m^3/h で吹き込んで 1 気圧 25℃の条件下で酸素を回分吸収させる。液側総括物質移動容量係数 K_La [1/s]、最大酸素吸収速度 $N_{A,max}$ [mmol/s]を求めよ。ただし、水中における飽和酸素濃度は 0.263 mol/m^3、液相拡散係数は 2.1×10^{-9} m^2/s である。総括抵抗は、液相抵抗に近似できるものとする。

$u_G=(10.8/3600)/[\pi(0.200/2)^2]=0.095492$ m/s

$\nu_L=\mu_L/\rho_L=0.001/1000=10^{-6}$ m^2/s

$Sc_L=\nu_L/\mathscr{D}_L=10^{-6}/2.1\times10^{-9}=476.19$

$Bo=\rho_L gD_T^2/\sigma=(1000)(9.81)(0.200)^2/(0.072)=5450$

$Ga=\rho_L gD_T^3/\mu_L^2=gD_T^3/\nu_L^2=(9.81)(0.200)^3/(10^{-6})^2=7.8480\times10^{10}$

$Fr=u_G/(gD_T)^{1/2}=(0.095492)/[(9.81)(0.200)]^{1/2}=0.068173$

$\varepsilon_g/(1-\varepsilon_g)^4=0.2Bo^{1/8}Ga^{1/12}Fr=(0.2)(5450)^{1/8}(7.8480\times10^{10})^{1/12}(0.068173)=0.32328$

$\varepsilon_g=0.16054$(数値解)

$Sh=0.6Sc_L^{0.5}Bo^{0.62}Ga^{0.31}\varepsilon_g^{\,1.1}=(0.6)(476.19)^{0.5}(5450)^{0.62}(7.8480\times10^{10})^{0.31}(0.16054)^{1.1}=865215$

$K_La\fallingdotseq k_La=ShD_L/D_T^2=(865215)(2.1\times10^{-9})/(0.200)^2=0.045423\ s^{-1}\fallingdotseq\boxed{0.0454\ s^{-1}}$

$N_{V,max}=K_La(C^*-C)=(0.045423)(0.263-0)=0.011946$ mol/(m^3･s)

$V_M=V/(1-\varepsilon_g)=0.1/(1-0.16054)=0.11912$ m^3

$N_{A,max}=N_{V,max}V_M=(0.011946)(0.11912)=0.0014230\ mol/s\fallingdotseq\boxed{1.42\ mmol/s}$

３．４　気泡撹拌槽

ガス分散器と撹拌によりガスを液中に分散させて吸収や反応を行わせる。ガスの種類が空気の場合を通気撹拌といい、酸化反応や微生物反応に用いられる。吸収性能は高いが圧力損失が大きい。気相抵抗は液相抵抗と比較して十分に小さいため、総括抵抗は液相抵抗に近似される。

液側境膜物質移動容量係数の推算式として、八木・吉田の式がある。[文献 11]

$$\frac{k_L a d^2}{\mathscr{D}_L} = 0.060\left(\frac{\rho_L n d^2}{\mu_L}\right)^{1.5}\left(\frac{\mu_L}{\rho_L\mathscr{D}_L}\right)^{0.5}\left(\frac{n^2 d}{g}\right)^{0.19}\left(\frac{\mu_L U_g}{\sigma}\right)^{0.6}\left(\frac{nd}{U_g}\right)^{0.32} \qquad \cdots(3.4.1)$$

ただし、d は撹拌翼径[m]、n は撹拌回転数[1/s]、U_g はガス空塔速度[m/s]、σ は界面張力[N/m]。無次元項

$k_L a d^2/\mathcal{D}_L$ はシャーウッド数 $Sh(=kL/\mathcal{D})$、$nd^2\rho_L/\mu_L$ はレイノルズ数 $Re(=Lu/\nu)$、$\mu_L/\rho_L\mathcal{D}_L$ は液相シュミット数 $Sc_L(=\nu/\mathcal{D})$、n^2d/g はフルード数 $Fr(=V^2/gL)$、$\mu_L U_g/\sigma$ はウェーバー数 $We(=\rho LV^2/\sigma)$。
非ニュートン流体の場合は、各項の粘度 μ を見かけの粘度 μ^*に変更する。

推算式の多くは、液体積あたり通気撹拌所要動力 P_g/V [W/m³]とガス空塔速度 U_g [m/s](=通気量 Q_g/装置断面積 S)のべき乗の積で報告されている。Van't Riet の式を以下に示す。[文献 12]

(空気－水系) $$k_L a = 0.026\left(\frac{P_g}{V}\right)^{0.4} U_g^{0.5} \quad \cdots(3.4.2)$$

(空気－電解質溶液系) $$k_L a = 0.002\left(\frac{P_g}{V}\right)^{0.7} U_g^{0.2} \quad \cdots(3.4.3)$$

ただし、P_g は通気時撹拌所要動力[W]、U_g はガス空塔速度[m/s]、V は無通気時液体積[m³]。
空気－水系では気泡の分散と合一が容易に起こり、空気－電解質溶液系では気泡の合一が起こりにくい。
通気時撹拌所要動力 P_g の推算には、Calderbank の式が簡便である。[文献 13]

$$\frac{P_g}{P} = 1 - 12.6N_A \quad (N_A < 0.035) \quad \cdots(3.4.4)$$

$$\frac{P_g}{P} = 0.62 - 1.85N_A \quad (N_A > 0.035) \quad \cdots(3.4.5)$$

$$P = N_p \rho n^3 d^5 \quad \cdots(3.4.6)$$

$$N_A = \frac{Q_g}{nd^3} \quad \cdots(3.4.7)$$

ただし、d は撹拌翼径[m]、n は撹拌回転数[1/s]、N_A は通気数[－]、N_p は動力数[－](タービン翼のとき 6、パドル翼のとき 1.7、プロペラ翼のとき 0.32)、P は無通気時撹拌所要動力[W]、Q_g は通気量[m³/s]、ρ は液密度[kg/m³]。

単位体積当たりの通気量 Q_g [m³/<u>min</u>]/V [m³]を通気速度 Q_g/V [vvm] (gas **v**olume per liquid **v**olume per **m**inute)といい、1 分間に液体積の何倍の空気が吹き込まれるかを表す。通気数 N_A は、吐出流量に対する通気量の比を表している。値が大きいほど通気支配(望ましくない)に近づき、小さいほど撹拌支配(望ましい)に近づく。気泡の分散を良好にするには、通気量を抑えるか、あるいは撹拌速度を大きく取ることが推奨される。
気液接触界面積 a [m²/m³]については、Calderbank & Moo-Young の式が簡便である。[文献 14]

(空気－水系) $$a = 0.55\left(\frac{P_g}{V}\right)^{0.4} U_g^{0.5} \quad \cdots(3.4.8)$$

(空気－電解質溶液系) $$a = 0.15\left(\frac{P_g}{V}\right)^{0.7} U_g^{0.3} \quad \cdots(3.4.9)$$

ガスホールドアップ ε_g [－]については、タービン翼に関する Sensel の式がある。[文献 15]

$$\varepsilon_{\mathrm{g}} = 0.105\left(\frac{Q_{\mathrm{g}}}{nd^3}\right)\left(\frac{\rho nd^2}{\mu}\right)^{0.1}\left(\frac{n^2 d}{g}\right)^{0.5} \quad \cdots(3.4.10)$$

【計算例(気泡撹拌槽)】

邪魔板付き平底円筒槽(槽径 1000 mm)に水(密度 1000 kg/m^3, 粘度 1 mPa･s, 界面張力 72 mN/m)を槽径と同じ液深となるように仕込み、タービン翼による撹拌条件下(翼径 500 mm, 撹拌速度 120 rpm)、空気を 1.5 vvm で吹き込んで 1 気圧 25℃の条件下で酸素を回分吸収させる。液側総括物質移動容量係数 $K_\mathrm{L}a$ [1/s]、最大酸素吸収速度 $W_{\mathrm{A,max}}$ [mmol/s]を求めよ。ただし、水中における飽和酸素濃度は 0.263 mol/m^3、液相拡散係数は 2.1×10^{-9} m^2/s である。総括抵抗は、液相抵抗に近似できるものとする。

(八木・吉田式)$S=\pi(D_\mathrm{T}/2)^2=\pi(1.000/2)^2=0.78539$ m^2

$V=SH=(0.78539)(1.000)=0.78539$ m^3

$Q_\mathrm{g}=(Q_\mathrm{g}/V)^{\mathrm{vvm}}V^{\mathrm{m3}}=(1.5)^{1/\mathrm{min}}(0.78539)^{\mathrm{m3}}=(1.1780)^{\mathrm{m3/min}}(1/60)^{\mathrm{min/s}}=0.019633$ m^3/s

$U_\mathrm{g}=Q_\mathrm{g}/S=0.019633/0.78539=0.024997$ m/s

$\nu_\mathrm{L}=\mu_\mathrm{L}/\rho_\mathrm{L}=0.001/1000=10^{-6}$ m^2/s

$Re=\rho nd^2/\mu=nd^2/\nu=(120/60)(0.500)^2/(10^{-6})= 5\times10^5$

$Sc_\mathrm{L}=\nu_\mathrm{L}/\mathcal{D}_\mathrm{L}=10^{-6}/2.1\times10^{-9}=476.19$

$Fr=n^2d/g=(120/60)^2(0.500)/(9.81)=0.20387$

$We=\mu_\mathrm{L}U_\mathrm{g}/\sigma=(0.001)(0.024997)/(0.072)=0.00034718$

$nd/U_\mathrm{g}=(120/60)(0.500)/(0.024997)=40.004$

$Sh(=k_\mathrm{L}ad^2/\mathcal{D}_\mathrm{L})=0.060Re^{1.5}Sc_\mathrm{L}^{0.5}Fr^{0.19}We^{0.6}(nd/U_\mathrm{g})^{0.32}$

$=(0.060)(5\times10^5)^{1.5}(476.19)^{0.5}(0.20387)^{0.19}(0.00034718)^{0.6}(40.004)^{0.32}=9.3600\times10^6$

$k_\mathrm{L}a=Sh(\mathcal{D}_\mathrm{L}/d^2)=(9.3600\times10^6)(2.1\times10^{-9})/(0.500)^2=0.078624$ 1/s

$K_\mathrm{L}a \fallingdotseq k_\mathrm{L}a=0.078624\ \mathrm{s}^{-1} \fallingdotseq \boxed{0.0786\ \mathrm{s}^{-1}}$

$N_{\mathrm{V,max}}=K_\mathrm{L}a(C^*-C)=(0.078624)(0.263-0)=0.020678$ mol/(m^3･s)

$N_\mathrm{A}=Q_\mathrm{g}/nd^3=(0.019633)/[(120/60)(0.500)^3]=0.078532$

$\varepsilon_\mathrm{g}=0.105N_\mathrm{A}Re^{0.1}Fr^{0.5}=(0.105)(0.078532)(5\times10^5)^{0.1}(0.20387)^{0.5}=0.013829$

$V_\mathrm{M}=V/(1-\varepsilon_\mathrm{g})=0.78539/(1-0.013829)=0.79640$ m^3

$W_{\mathrm{A,max}}=N_{\mathrm{V,max}}V_\mathrm{M}=(0.020678)(0.79640)=0.016467\ \mathrm{mol/s} \fallingdotseq \boxed{16.5\ \mathrm{mmol/s}}$

(Van't Riet 式)$S=\pi(D_\mathrm{T}/2)^2=\pi(1.000/2)^2=0.78539$ m^2

$V=SH=(0.78539)(1.000)=0.78539$ m^3

$Q_\mathrm{g}=(Q_\mathrm{g}/V)^{\mathrm{vvm}}V^{\mathrm{m3}}=(1.5)^{1/\mathrm{min}}(0.78539)^{\mathrm{m3}}=(1.1780)^{\mathrm{m3/min}}(1/60)^{\mathrm{min/s}}=0.019633$ m^3/s

$U_\mathrm{g}=Q_\mathrm{g}/S=0.019633/0.78539=0.024997$ m/s

$P=N_\mathrm{p}\rho n^3d^5=(6)(1000)(120/60)^3(0.500)^5=1500$ W

$N_\mathrm{A}=Q_\mathrm{g}/nd^3=(0.019633)/[(120/60)(0.500)^3]=0.078532(>0.035)$

$P_\mathrm{g}/P=0.62-1.85N_\mathrm{A}=0.62-(1.85)(0.078532)=0.47471$

$P_\mathrm{g}=(P_\mathrm{g}/P)P=(0.47471)(1500)=712.06$ W

$P_\mathrm{g}/V=712.06/0.78539=906.63$ W/m^3

$k_{\mathrm{L}}a=0.026(P_{\mathrm{g}}/V)^{0.4}U_{\mathrm{g}}^{0.5}=(0.026)(906.63)^{0.4}(0.024997)^{0.5}=0.062645\ \mathrm{s}^{-1}$

$K_{\mathrm{L}}a \fallingdotseq k_{\mathrm{L}}a=0.062645\ \mathrm{s}^{-1} \fallingdotseq \boxed{0.0626\ \mathrm{s}^{-1}}$

$N_{\mathrm{V,max}}=K_{\mathrm{L}}a(C^*-C)=(0.062645)(0.263-0)=0.016475\ \mathrm{mol/(m^3 \cdot s)}$

$Re=\rho nd^2/\mu=(1000)(120/60)(0.500)^2/(0.001)=500000$

$Fr=n^2d/g=(120/60)^2(0.500)/(9.81)=0.20387$

$\varepsilon_{\mathrm{g}}=0.105N_{\mathrm{A}}Re^{0.1}Fr^{0.5}=(0.105)(0.078532)(500000)^{0.1}(0.20387)^{0.5}=0.013829$

$V_{\mathrm{M}}=V/(1-\varepsilon_{\mathrm{g}})=0.78539/(1-0.013829)=0.79640\ \mathrm{m}^3$

$W_{\mathrm{A,max}}=N_{\mathrm{V,max}}V_{\mathrm{M}}=(0.016475)(0.79640)=0.013120\ \mathrm{mol/s} \fallingdotseq \boxed{13.1\ \mathrm{mmol/s}}$

３．５　スプレー塔

多孔板型の分散器により液滴分散させた分散相と連続相を塔内で向流接触させ、抽出液と抽残液に分離する。多孔板の孔は、突起状になっており、ノズルの役割を果たす。構造が単純な液液抽出装置であり安価だが、単一段での接触操作となることから、段効率は良くない。

分散相側境膜物質移動係数 k_{D} [m/s]の推算式は、連続相側の滴レイノルズ数 Re_{C} に依存する。$Re_{\mathrm{C}}<40$ の場合(剛体球)、滴内循環流は存在しない。滴内平均濃度 C_{Am} [mol/m^3]の時間変化に関する厳密式は、Newman の式で与えられる。[文献 16]

$$\frac{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{Am}}}{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{A}}*}=1-\frac{6}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\exp\left(-\frac{4n^2\pi^2\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}^2}\right) \quad \cdots(3.5.1)$$

上式に対する近似式として、Vermeulen(ベルミュレン)の式がある。[文献 17]

$$\frac{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{Am}}}{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{A}}*}=\sqrt{1-\exp\left(-\frac{4\pi^2\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}^2}\right)} \quad \cdots(3.5.2)$$

分散相側の物質移動速度 N_{Am} [mol/s]は、次式のように導かれる。

$$N_{\mathrm{Am}}\left(=-V\frac{\mathrm{d}C_{\mathrm{Am}}}{\mathrm{d}t}\right)=k_{\mathrm{D}}S(C_{\mathrm{Am}}-C_{\mathrm{A}}*) \quad \cdots(3.5.3)$$

$$-\frac{\mathrm{d}C_{\mathrm{Am}}}{\mathrm{d}t}=\frac{6}{d_{\mathrm{p}}}k_{\mathrm{D}}(C_{\mathrm{Am}}-C_{\mathrm{A}}*) \quad \left[\frac{S}{V}=\frac{4\pi(d_{\mathrm{p}}/2)^2N}{(4\pi/3)(d_{\mathrm{p}}/2)^3N}=\frac{6}{d_{\mathrm{p}}}\right] \quad \cdots(3.5.4)$$

$$-\int_{C_{\mathrm{A0}}}^{C_{\mathrm{Am}}}\frac{\mathrm{d}C_{\mathrm{Am}}}{C_{\mathrm{Am}}-C_{\mathrm{A}}*}=\frac{6}{d_{\mathrm{p}}}k_{\mathrm{D}}\int_0^{\tau}\mathrm{d}t \quad \cdots(3.5.5)$$

$$\left[\ln(C_{\mathrm{Am}}-C_{\mathrm{A}}*)\right]_{C_{\mathrm{A0}}}^{C_{\mathrm{Am}}}=-\frac{6k_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}} \quad \cdots(3.5.6)$$

$$\ln\frac{C_{\mathrm{Am}}-C_{\mathrm{A}}*}{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{A}}*}=\ln\frac{(C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{A}}*)-(C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{Am}})}{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{A}}*}=\ln\left(1-\frac{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{Am}}}{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{A}}*}\right)=-\frac{6k_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}} \quad \cdots(3.5.7)$$

$$\frac{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{Am}}}{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{A}}*}=1-\exp\left(-\frac{6k_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}}\right) \quad \cdots(3.5.8)$$

滴内平均濃度の時間変化式と比較する。

$$1-\exp\left(-\frac{6k_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}}\right)=\sqrt{1-\exp\left(-\frac{4\pi^2\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}{}^2}\right)} \quad\cdots(3.5.9)$$

$$-\frac{6k_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}}=\ln\left[1-\sqrt{1-\exp\left(-\frac{4\pi^2\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}{}^2}\right)}\right] \quad\cdots(3.5.10)$$

$$k_{\mathrm{D}}=-\frac{d_{\mathrm{p}}}{6\tau}\ln\left[1-\sqrt{1-\exp\left(-\frac{4\pi^2\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}{}^2}\right)}\right] \quad\cdots(3.5.11)$$

$$k_{\mathrm{D}}\left(\frac{d_{\mathrm{p}}}{\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}}\right)=-\frac{d_{\mathrm{p}}}{6(l/u_{\mathrm{t}})}\ln\left[1-\sqrt{1-\exp\left(-\frac{4\pi^2\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}(l/u_{\mathrm{t}})}{d_{\mathrm{p}}{}^2}\right)}\right]\frac{d_{\mathrm{p}}}{\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}} \quad\cdots(3.5.12)$$

$$\frac{k_{\mathrm{D}}d_{\mathrm{p}}}{\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}}=-\frac{d_{\mathrm{p}}}{6l}\ln\left[1-\sqrt{1-\exp\left(-\frac{4\pi^2(l/d_{\mathrm{p}})}{d_{\mathrm{p}}u_{\mathrm{t}}/\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}}\right)}\right]\frac{d_{\mathrm{p}}u_{\mathrm{t}}}{\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}} \quad\cdots(3.5.13)$$

(Re_{C}<40; 剛体球) $$\boxed{Sh_{\mathrm{D}}=-\frac{d_{\mathrm{p}}}{6l}\ln\left[1-\sqrt{1-\exp\left(-\frac{4\pi^2(l/d_{\mathrm{p}})}{Pe_{\mathrm{D}}}\right)}\right]Pe_{\mathrm{D}}}\quad\left[Sh_{\mathrm{D}}\equiv\frac{k_{\mathrm{D}}d_{\mathrm{p}}}{\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}},Pe_{\mathrm{D}}\equiv\frac{d_{\mathrm{p}}u_{\mathrm{t}}}{\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}}\right] \quad\cdots(3.5.14)$$

十分に長い時間が経過した後は、Traybal の定数式を用いる。[文献 18]

Sh_{D}≒6.6 …(3.5.15)

40<Re_{C}<250 の場合(層流循環滴)、滴内循環流が存在する。滴内平均濃度 C_{Am} [mol/m^3]の時間変化に関する厳密式は、Kronig & Brink の式で与えられる。[文献 19]

$$\frac{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{Am}}}{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{A}}{}^*}=1-\frac{3}{8}\sum_{n=1}^{\infty}B_n{}^2\exp\left(-\frac{64\lambda_n\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}{}^2}\right) \quad\cdots(3.5.16)$$

上式に対する近似式として、Calderbank & Korchinski の式がある。[文献 20]

$$\frac{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{Am}}}{C_{\mathrm{A0}}-C_{\mathrm{A}}{}^*}=\sqrt{1-\exp\left(-\frac{9\pi^2\mathfrak{D}_{\mathrm{D}}\tau}{d_{\mathrm{p}}{}^2}\right)} \quad\cdots(3.5.17)$$

上と同じ手順にしたがい、次式が導かれる。

(40<Re_{C}<250; 層流循環滴) $$\boxed{Sh_{\mathrm{D}}=-\frac{d_{\mathrm{p}}}{6l}\ln\left[1-\sqrt{1-\exp\left(-\frac{9\pi^2(l/d_{\mathrm{p}})}{Pe_{\mathrm{D}}}\right)}\right]Pe_{\mathrm{D}}} \quad\cdots(3.5.18)$$

十分に長い時間が経過した後は、Calderbank & Korchinski の定数式を用いる。[文献 20]

Sh_{D}≒17.9 …(3.5.19)

250<Re_{C}<460 の場合(乱流循環滴)、滴内循環流によって界面が更新されるとする Handlos & Baron の式を用いる。[文献 21]

(250<Re_{C}<460; 乱流循環滴) $$Sh_{\mathrm{D}}=\frac{0.00375}{1+(\mu_{\mathrm{D}}/\mu_{\mathrm{C}})}Pe_{\mathrm{D}} \quad\cdots(3.5.20)$$

$500<Re_C$ の場合(振動滴)、滴内は振動状態にある。Skelland & Wellek の式を用いる。[文献 22]

(500<Re_C; 振動滴) $$Sh_D = 0.264\left(\frac{Pe_D}{\tau}\right)^{0.14} Re_C^{0.68}\left(\frac{\sigma^3\rho_C^2}{g\mu_C^4\Delta\rho}\right)^{0.10} \quad \cdots(3.5.21)$$

ただし、d_p は液滴径[m]、l は液滴の移動距離[m](=$u_t\tau$)、Pe_D はペクレ数(=$d_p u_t/\mathcal{D}_D$)、滴 Re_C はレイノルズ数(=$d_p u_t \rho_C/\mu_C$)、Sh_D はシャーウッド数(=$k_D d_p/\mathcal{D}_D$)、u_t は液滴の終末速度[m/s]、τ は液相間の接触時間[s](=$V_M\phi_D/Q_D$)、$\Delta\rho$ は分散相と連続相の密度差[kg/m³]、σ は界面張力[N/m]、添え字 C は連続相、添え字 D は分散相。

滴レイノルズ数 Re_C と終末速度 u_t は、抵抗係数 C_D に関する Hu & Kintner の式より求める。[文献 23]

($d_p<d_{pc}$; 非振動滴) $$C_D We P^{0.15} = \frac{4}{3}\left(\frac{Re_C}{P^{0.15}} + 0.75\right)^{1.275} \quad \cdots(3.5.22)$$

($d_p>d_{pc}$; 振動滴) $$C_D We P^{0.15} = 0.045\left(\frac{Re_C}{P^{0.15}} + 0.75\right)^{2.37} \quad \cdots(3.5.23)$$

(振動開始臨界径) $$d_{pc} = 7.19\sqrt{\frac{\sigma}{g\Delta\rho P^{0.15}}} \quad \cdots(3.5.24)$$

$$\left[C_D \equiv \frac{4gd_p\Delta\rho}{3u_t^2\rho_C}, We \equiv \frac{d_p u_t^2\rho_C}{\sigma}, P \equiv \frac{\rho_C^2\sigma^3}{g\mu_C^4\Delta\rho}, Re_C \equiv \frac{d_p u_t \rho_C}{\mu_C}\right]$$

液滴径 d_p [m]と液柱径 d_J [m]の推算には、Christiansen & Hixson の式を用いる。[文献 24]

$$\frac{d_p}{d_N} = 1.92\left(\frac{d_J}{d_N}\right) \quad \cdots(3.5.25)$$

$$\frac{d_N}{d_J} = 1 + 0.485\left(\frac{\Delta\rho g d_N^2}{\sigma}\right) \quad \left[\frac{\Delta\rho g d_N^2}{\sigma} < 0.616\right] \quad \cdots(3.5.26)$$

$$\frac{d_N}{d_J} = 0.12 + 1.51\sqrt{\frac{\Delta\rho g d_N^2}{\sigma}} \quad \left[\frac{\Delta\rho g d_N^2}{\sigma} > 0.616\right] \quad \cdots(3.5.27)$$

ただし、d_J は分散器ノズルから噴出される液柱の直径[m]、d_N は分散器ノズルの孔径[m]、無次元項 $\Delta\rho g d_N^2/\sigma$ は、ボンド数 Bo(=$\rho g L^2/\sigma$)。

液相接触界面積 a [m²/m³]は、混合液体積(装置容積相当)に対する両相間の接触面積の比で定義される。

$$a = \frac{S}{V_M} = \frac{4\pi(d_p/2)^2 N}{(4\pi/3)(d_p/2)^3 N/\phi_D} = \frac{6\phi_D}{d_p} \quad \cdots(3.5.28)$$

分散相ホールドアップ ϕ_D は、次式より求める。

$$\frac{u_D}{\phi_D} + \frac{u_C}{1-\phi_D} = V_0(1-\phi_D) \quad \cdots(3.5.29)$$

ただし、u は空塔速度[m/s]、V_0 は特性速度[m/s]。

スプレー塔および多孔板塔の特性速度 V_0 [m/s]は、次式で与えられる。

$$V_0 = 0.0268\frac{d_p^2\Delta\rho g u_N^{0.64}}{\mu_C^{0.19} d_N^{0.74}} \quad \cdots(3.5.30)$$

ノズル流速 u_N [m/s]は、液滴の比表面積が極大となる最適流速 u_M [m/s]を用いる。[文献 24]

$$u_M = 2.69\left(\frac{d_J}{d_N}\right)^2 \sqrt{\frac{\sigma/d_J}{0.5137\rho_D + 0.4719\rho_C}} \quad [\equiv u_N] \quad \cdots(3.5.31)$$

連続相側境膜物質移動係数 k_C [m/s]の推算式については、数多くの報告例がある。[文献 25, 26]
Re_C<40 の場合(剛体球)、Ranz-Marshall の式を用いる。[文献 27]

$$Sh_C = 2 + 0.6Re_C^{1/2}Sc_C^{1/3} \quad \cdots(3.5.32)$$

40<Re_C<460 の場合(層流および乱流循環滴)、Garner らの式を用いる。[文献 28]

$$Sh_C = -126 + 1.8Re_C^{1/2}Sc_C^{0.42} \quad \cdots(3.5.33)$$

500<Re_C の場合(振動滴)、Garner & Tayeban の式を用いる。[文献 29]

$$Sh_C = 50 + 0.0085Re_C Sc_C^{0.7} \quad \cdots(3.5.34)$$

【計算例(スプレー塔)】

10 mol%の酢酸(分子量 60)を含むイソプロピルエーテル(分散相; 密度 740 kg/m^3、粘度 0.35 mPa･s、流量 1 t/h)と水(連続相; 密度 1000 kg/m^3、粘度 1 mPa･s、流量 1 t/h)をスプレー塔内(塔径 500 mm、液高 5 m)で向流に流してエーテル相から水相へ酢酸を連続抽出させる。塔出口側のエーテル中の酢酸濃度が 1 mol%のとき、分散側境膜物質移動容量係数 k_Da [1/s]、連続相側境膜物質移動容量係数 k_Ca [1/s]、分散相側総括物質移動容量係数 $K_{OD}a$ [1/s]、液液抽出速度 W_A [mol/s]を求めよ。ただし、分散器のノズル孔径は 3 mm、抽剤相(E)濃度に対する抽料相(R)濃度の分配係数は 0.35、界面張力は 12 mN/m、イソプロピルエーテルの分子量は 102、水中における酢酸の液相拡散係数は 1.2×10^{-9} m^2/s、イソプロピルエーテル中における酢酸の液相拡散係数は 0.7×10^{-9} m^2/s である。

(d_p の計算)$\Delta\rho$=1000－740=260 kg/m^3

$Bo=\Delta\rho g d_N^2/\sigma$=(260)(9.81)(0.003)^2/(0.012)=1.9129(>0.616)

$d_N/d_J=0.12+1.51Bo^{0.5}$=0.12+(1.5)(1.9129)$^{0.5}$=2.2084

$d_J=d_N/(d_N/d_J)$=0.003/2.2084=0.0013584 m≒1.36 mm

$d_p=1.92d_J$=(1.92)(0.0013584)=0.0026081 m≒2.61 mm

(Re_C および u_t の計算)$P=\rho_C^2\sigma^3/(g\mu_C^4\Delta\rho)$=(1000)^2(0.012)^3/[(9.81)(0.001)^4(260)]=6.7748×10^8

$d_{pc}=(7.19)(\sigma/g\Delta\rho P^{0.15})^{0.5}$=(7.19)[(0.012)/(9.81)(260)(6.7748×10^8)$^{0.15}$]$^{0.5}$=0.0033937 m(≒3.39 mm)(>d_p)

$C_D WeP^{0.15}=(4gd_p\Delta\rho/3u_t^2\rho_C)(d_p u_t^2\rho_C/\sigma)P^{0.15}=(4/3)(gd_p^2\Delta\rho/\sigma)P^{0.15}$

=(4/3)[(9.81)(0.0026081)^2(260)/(0.012)](6.7748×10^8)$^{0.15}$=40.708

$C_D WeP^{0.15}=0.045(Re_C/P^{0.15}+0.75)^{2.37}$

$Re_C=P^{0.15}[(C_D WeP^{0.15}/0.045)^{1/2.37}-0.75]$=(6.7748×10^8)$^{0.15}$[(40.708/0.045)$^{1/2.37}$－0.75]=134.40≒134

$\nu_C=\mu_C/\rho_C$=0.001/1000=10^{-6} m^2/s

$u_t=Re_C(\nu_C/d_p)$=(134.40)(10^{-6}/2.6081×10^{-3})=0.051531 m/s≒0.0515 m/s

(V_0 の計算)$u_N(=u_M)=2.69(d_J/d_N)^2[(\sigma/d_J)/(0.5137\rho_D+0.4719\rho_C)]^{0.5}$

$=(2.69)(1/2.2084)^2[(0.012/0.0013584)/\{(0.5137)(740)+(0.4719)(1000)\}]^{0.5}=0.056162$ m/s

$V_0=0.0268d_p^2\Delta\rho g u_N^{0.64}/(\mu_C^{0.19}\ d_N^{0.74})$

$=(0.0268)(0.0026081)^2(260)(9.81)(0.056162)^{0.64}/[(0.001)^{0.19}(0.003)^{0.74}]=0.020137$ m/s≒0.0201 m/s

(ϕ_D および a の計算)$u_D/\phi_D+u_C/(1-\phi_D)=V_0(1-\phi_D)$

$u_DS/\phi_D+u_CS/(1-\phi_D)=V_0S(1-\phi_D)$

$Q_D/\phi_D+Q_C/(1-\phi_D)=V_0S(1-\phi_D)$

$(w_D/\rho_D)/\phi_D+(w_C/\rho_C)/(1-\phi_D)=V_0S(1-\phi_D)$

$[(1000/3600)/740]/\phi_D+[(1000/3600)/1000]/(1-\phi_D)=(0.020137\pi)(0.500/2)^2(1-\phi_D)$

$(1/2664)/\phi_D+(1/3600)/(1-\phi_D)=(0.0039538)(1-\phi_D)$

$\phi_D=0.11839$≒0.118(数値解)

$a=6\phi_D/d_p=(6)(0.11839/0.0026081)=272.35$ m²/m³≒272 m²/m³

(k_Da の計算)Sh_D≒17.9 (十分な時間経過後を仮定)

$k_D=Sh_D(\mathscr{D}_D/d_p)=(17.9)(0.7\times10^{-9}/0.0026081)=4.8042\times10^{-6}$ m/s≒4.80×10^{-6} m/s

$k_Da=(4.8042\times10^{-6})(272.35)=0.0013084$ 1/s≒$\boxed{0.00131\ \text{1/s}}$

(k_Ca の計算)$Sc_C=\nu_C/\mathscr{D}_C=10^{-6}/1.2\times10^{-9}=833.33$

$Sh_C=-126+1.8Re_C^{1/2}Sc_C^{0.42}=-126+(1.8)(134.40)^{1/2}(833.33)^{0.42}=225.73$

$k_C=Sh_C(\mathscr{D}_C/d_p)=(225.73)(1.2\times10^{-9}/0.0026081)=1.0385\times10^{-4}$ m/s

$k_Ca=(1.0385\times10^{-4})(272.35)=0.028283$ 1/s≒$\boxed{0.0283\ \text{1/s}}$

($K_{OD}a$ の計算)$1/K_{OD}a=1/k_Da+m/k_Ca=(1/0.0013084)+(0.35/0.028283)=776.66$ s

$K_{OD}a=0.0012875$ 1/s≒$\boxed{0.00129\ \text{1/s}}$

(W_A の計算)$M_{av,1}=(0.10)(60)+(0.90)(102)=97.8$

$M_{av,2}=(0.01)(60)+(0.99)(102)=101.58$

$C_{av}=\rho_D/M_{av}=[(\rho_D/M_{av,1})+(\rho_D/M_{av,2})]/2=[(740/0.0978)+(740/0.10158)]/2=7425.6$ mol/m³

$N_V=K_{OD}a(C_D-C_D^*)=K_{OD}aC_{av}(x_D-x_D^*)=(0.0012875)(7425.6)(0.10-0.01)=0.86044$ mol/(m³・s)

$V_M=SH=\pi(0.500/2)^2(5)=0.98174$ m³

$W_A=N_VV_M=(0.86044)(0.98174)=0.95809$ mol/s≒$\boxed{0.958\ \text{mol/s}}$

３．６　抽出撹拌槽

原料と抽出剤を混合槽(ミキサ)に供給して撹拌した後、分離槽(セトラ)で静置して抽出液と抽残液に分離する。汎用の液液抽出装置であり、液の分散度や段効率が高い点が長所である反面、床面積が大きいことや運転費が高い点が短所である。ここではミキサの物質移動特性を扱う。

分散相側境膜物質移動係数 k_D [m/s]の推算には、スプレー塔と同じ式を用いる。

分散相のホールドアップϕ_D [−]は、液滴が均一に分散されている条件下において次式で表される。

$$\phi_D=\frac{Q_D}{Q_C+Q_D}\qquad\left[\frac{P}{g(Q_C+Q_D)}>1000\right]\qquad\cdots(3.6.1)$$

ただし、g は重力加速度[m/s²]、P は撹拌所要動力[W]、Q は流量[m³/s]、添え字 C は連続相、D は分散相。

撹拌所要動力 P [W]は、次式で与えられる。

$$P = N_{\mathrm{p}}\rho_{\mathrm{M}} n^3 d^5 \qquad \cdots(3.6.2)$$

$$\rho_{\mathrm{M}} = \rho_{\mathrm{C}}(1-\phi_{\mathrm{D}}) + \rho_{\mathrm{D}}\phi_{\mathrm{D}} \qquad \cdots(3.6.3)$$

ただし、d は撹拌翼径[m]、n は撹拌速度[1/s]、N_{p} は動力数[－](タービン翼のとき 6、パドル翼のとき 1.7、プロペラ翼のとき 0.32)、ρ_{M} は混合液密度[kg/m^3]

液滴径 d_{p} [m]は、液相接触界面積 a [m^2/m^3]の式より求める。

$$a = \frac{S}{V_{\mathrm{M}}} = \frac{4\pi(d_{\mathrm{p}}/2)^2 N}{(4\pi/3)(d_{\mathrm{p}}/2)^3 N/\phi_{\mathrm{D}}} = \frac{6\phi_{\mathrm{D}}}{d_{\mathrm{p}}} \qquad \cdots(3.6.4)$$

$$d_{\mathrm{p}} = \frac{6\phi_{\mathrm{D}}}{a} \qquad \cdots(3.6.5)$$

気液接触界面積 a [m^2/m^3]は、以下の推算式で与えられる。[文献 30]

(パドル翼; ϕ_{D}<0.2) $$a = \frac{100\phi_{\mathrm{D}} We^{0.6}}{(1+3.75\phi_{\mathrm{D}})d} \qquad \cdots(3.6.6)$$

(パドル翼; ϕ_{D}>0.2) $$a = \frac{25.4\phi_{\mathrm{D}}{}^{0.5} We^{0.6}}{d} \qquad \cdots(3.6.7)$$

(タービン翼) $$a = \frac{100\phi_{\mathrm{D}} We^{0.6}}{(1+9\phi_{\mathrm{D}})d} \qquad \cdots(3.6.8)$$

(プロペラ翼) $$a = \frac{212}{d}\left(\frac{\rho_{\mathrm{C}} n d^2}{\mu_{\mathrm{C}}}\right)\left(\frac{\mu_{\mathrm{C}}{}^2}{\rho_{\mathrm{C}}\sigma d}\right)^{0.56}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho_{\mathrm{C}}}\right)^{0.25}\left(\frac{\mu_{\mathrm{C}}}{\mu_{\mathrm{D}}}\right)^{0.27}\left(\frac{d}{D_{\mathrm{T}}}\right)^{1.21}\phi_{\mathrm{D}}{}^{0.32} \qquad \cdots(3.6.9)$$

ただし、d は撹拌翼径[m]、D_{T} は槽径[m]、We は撹拌ウェーバー数(=$\rho_{\mathrm{C}} n^2 d^3/\sigma$)、$\phi_{\mathrm{D}}$ は分散相のホールドアップ [－]、σ は界面張力[N/m]。

連続操作における平均滞留時間 τ [s]は、次式を用いる。

$$\tau = \frac{V_{\mathrm{M}}\phi_{\mathrm{D}}}{Q_{\mathrm{D}}} = \frac{V_{\mathrm{M}}}{Q_{\mathrm{C}}+Q_{\mathrm{D}}} \quad \left[\phi_{\mathrm{D}} = \frac{Q_{\mathrm{D}}}{Q_{\mathrm{C}}+Q_{\mathrm{D}}}\right] \qquad \cdots(3.6.10)$$

$$V_{\mathrm{M}} = \frac{\pi D_{\mathrm{T}}{}^2 H}{4} \qquad \cdots(3.6.11)$$

ただし、H は液深[m]、V_{M} は混合液体積[m^3]。

　連続相側境膜物質移動係数 k_{C} [m/s]の推算には、Skelland & Moeti の式を用いる。[文献 31]

$$\frac{k_{\mathrm{C}} d_{\mathrm{p}}}{\mathscr{D}_{\mathrm{C}}} = 1.237\times10^{-5}\left(\frac{\rho_{\mathrm{C}} n d^2}{\mu_{\mathrm{C}}}\right)^{2/3}\left(\frac{\mu_{\mathrm{C}}}{\rho_{\mathrm{C}}\mathscr{D}_{\mathrm{C}}}\right)^{1/3}\left(\frac{n^2 d}{g}\right)^{5/12}\left(\frac{\rho_{\mathrm{D}} g d_{\mathrm{p}}{}^2}{\sigma}\right)^{5/4}\left(\frac{d}{d_{\mathrm{p}}}\right)^{2}\left(\frac{d_{\mathrm{p}}}{D_{\mathrm{T}}}\right)^{1/2}\phi_{\mathrm{D}}{}^{-1/2} \qquad \cdots(3.6.12)$$

無次元項 $\rho_{\mathrm{D}} g d_{\mathrm{p}}{}^2/\sigma$ は、ボンド数 Bo(=$\rho g L^2/\sigma$)。

【計算例(抽出撹拌槽)】

10 mol%の酢酸(分子量 60)を含むイソプロピルエーテル(分散相; 密度 740 kg/m^3、粘度 0.35 mPa･s、流量 36 t/h)と水(連続相; 密度 1000 kg/m^3、粘度 1 mPa･s、流量 36 t/h)を抽出撹拌槽(槽径 800 mm、液深 800 mm)でエーテル相から水相へ酢酸を連続抽出させる。装置出口側のエーテル中の酢酸濃度が 1 mol%のとき、

分散側境膜物質移動容量係数 $k_{D}a$ [1/s]、連続相側境膜物質移動容量係数 $k_{C}a$ [1/s]、分散相側総括物質移動容量係数 $K_{OD}a$ [1/s]、液液抽出速度 W_A [mol/s]を求めよ。ただし、撹拌翼はタービン翼(翼径 400 mm)、撹拌速度は 120 rpm、抽剤相(E)濃度に対する抽料相(R)濃度の分配係数は 0.35、界面張力は 12 mN/m、イソプロピルエーテルの分子量は 102、水中における酢酸の液相拡散係数は 1.2×10^{-9} m^2/s、イソプロピルエーテル中における酢酸の液相拡散係数は 0.7×10^{-9} m^2/s である。

(ϕ_D の計算)Q_C=(36000/3600)/1000=0.01 m^3/s

Q_D=(36000/3600)/740=0.013513 m^3/s

$\phi_D=Q_D/(Q_C+Q_D)$=0.013513/(0.01+0.013513)=0.57470≒0.575

$\rho_M=\rho_C(1-\phi_D)+\rho_D\phi_D$=(1000)(1−0.57470)+(740)(0.57470)=850.57 kg/m^3≒850 kg/m^3

$P=N_p\rho_M n^3d^5$=(6)(850.57)(120/60)^3(0.400)^5=418.07 W

$P/[g(Q_C+Q_D)]$=418.07/[(9.81)(0.01+0.013513)]=1812.4 kg/m^2(>1000)

(a および d_p の計算)$We=\rho_C n^2d^3/\sigma$=(1000)(120/60)^2(0.400)^3/(0.012)=21333

$a=100\phi_D We^{0.6}/(1+9\phi_D)d$=(100)(0.57470)(21333)$^{0.6}$/[{1+(9)(0.57470)}(0.400)]=9212.2 m^2/m^3≒9212 m^2/m^3

$d_p=6\phi_D/a$=(6)(0.57470)/(9212.2)=0.00037430 m≒0.374 mm

(Re_C の計算)$\Delta\rho$=1000−740=260 kg/m^3

$P=\rho_C^2\sigma^3/(g\mu_C^4\Delta\rho)$=(1000)^2(0.012)^3/[(9.81)(0.001)^4(260)]=6.7748×10^8

$d_{pc}=(7.19)(\sigma/g\Delta\rho P^{0.15})^{0.5}$=(7.19)[(0.012)/(9.81)(260)(6.7748×10^8)$^{0.15}$]$^{0.5}$=0.0033937 m(≒3.39 mm)(>d_p)

$C_D WeP^{0.15}=(4gd_p\Delta\rho/3u_t^2\rho_C)(d_pu_t^2\rho_C/\sigma)P^{0.15}=(4/3)(gd_p^2\Delta\rho/\sigma)P^{0.15}$

=(4/3)[(9.81)(0.00037430)^2(260)/(0.012)](6.7748×10^8)$^{0.15}$=0.83844

$C_D WeP^{0.15}=0.045(Re_C/P^{0.15}+0.75)^{2.37}$

$Re_C=P^{0.15}[(C_D WeP^{0.15}/0.045)^{1/2.37}-0.75]$=($6.7748\times10^8$)$^{0.15}$[(0.83844/0.045)$^{1/2.37}$−0.75]=56.707≒56.7

(k_Da の計算)Sh_D≒17.9 (十分な時間経過後を仮定)

$k_D=Sh_D(\mathscr{D}_D/d_p)$=(17.9)($0.7\times10^{-9}$/$3.7430\times10^{-4}$)=$0.33475\times10^{-6}$ m/s≒0.335×10^{-6} m/s

k_Da=(0.33475×10^{-6})(9212.2)=0.0030837 1/s≒$\boxed{0.00308\ 1/s}$

(k_Ca の計算)$\nu_C=\mu_C/\rho_C$=0.001/1000=10^{-6} m^2/s

$Re_C=\rho_C nd^2/\mu_C=nd^2/\nu_C$=(120/60)(0.400)^2/$10^{-6}$=320000

$Sc_C=\nu_C/\mathscr{D}_C$=10^{-6}/1.2×10^{-9}=833.33

$Fr=n^2d/g$=(120/60)^2(0.400)/(9.81)=0.16309

$Bo=\rho_D gd_p^2/\sigma$=(740)(9.81)(0.00037430)^2/(0.012)=0.084753

d/d_p=0.400/0.00037430=1068.6

d_p/D_T=0.00037430/0.800=4.6787×10^{-4}

$Sh_C=1.237\times10^{-5}Re_C^{2/3}Sc_C^{1/3}Fr^{5/12}Bo^{5/4}(d/d_p)^2(d_p/D_T)^{1/2}\phi_D^{-1/2}$

=1.237×10^{-5}(320000)$^{2/3}$(833.33)$^{1/3}$(0.16309)$^{5/12}$(0.084753)$^{5/4}$(1068.6)^2(4.6787×10^{-4})$^{1/2}$(0.57470)$^{-1/2}$=381.14

$k_C=Sh_C(\mathscr{D}_C/d_p)$=(381.14)($1.2\times10^{-9}$/0.00037430)=0.0012219 m/s

k_Ca=(0.0012219)(9212.2)=11.256 1/s≒$\boxed{11.2\ 1/s}$

($K_{OD}a$ の計算)$1/K_{OD}a=1/k_Da+m/k_Ca$=(1/0.0030837)+(0.35/11.256)=324.31 s

$K_{OD}a$=0.0030834 1/s≒$\boxed{0.00308\ 1/s}$

(W_A の計算)$M_{av,1}$=(0.10)(60)+(0.90)(102)=97.8

$M_{av,2}$=(0.01)(60)+(0.99)(102)=101.58

$C_{av}=\rho_D/M_{av}=[(\rho_D/M_{av,1})+(\rho_D/M_{av,2})]/2=[(740/0.0978)+(740/0.10158)]/2=7425.6$ mol/m^3

$N_V=K_{OD}a(C_D-C_D^*)=K_{OD}aC_{av}(x_D-x_D^*)=(0.0030834)(7425.6)(0.10-0.01)=2.0606$ mol/(m^3・s)

$V_M=\pi D_T^2H/4=\pi(0.800)^2(0.800)/4=0.40212$ m^3

$W_A=N_VV_M=(2.0606)(0.40212)=0.82860$ mol/s≒$\boxed{0.829 \text{ mol/s}}$

３．７　吸着塔

吸着剤粒子が充填された固定層内に流体を透過させると、流体中の溶質が吸着剤粒子の細孔内を拡散して物理吸着される。工学的な物理吸着過程は、(1)流体境膜内拡散、(2)粒子内拡散、(3)表面吸着の直列モデルで表される。多くの場合、境膜内拡散と粒子内拡散が律速となる。

$$N_V\left(=\rho_b\frac{\partial q_m}{\partial t}\right)=K_Fa(C-C^*)\qquad\left[\frac{1}{K_Fa}=\frac{1}{k_fa}+\frac{1}{\beta k_sa\rho_p}\right]\qquad\cdots(3.7.1)$$

ただし、a は充填層体積あたりの粒子表面積[m^2/m^3-bed]、d_p は粒子径[m]、D_i は表面拡散項を含めた粒子内有効拡散係数[m^2/s]、K_F はモル濃度基準の総括物質移動係数[m/s]、N_V は平均吸着速度[mol/(m^3・s)](=$\rho_b(\partial q_m/\partial t)$)、$q_m$ は溶質の平均吸着量[mol/kg]、β は吸着係数[m^3/kg](=q_0/C_0)、ε は粒子層内の空隙率[－]、ϕ_c は形状係数(球のとき 1)、ρ_b は充填密度(かさ密度)[kg/m^3-bed](=$\rho_p(1-\varepsilon)$)、ρ_p はみかけ密度(粒子密度)[kg/m^3]。

平均吸着量 q の単位は、[mol-溶質/kg-吸着剤]に加えて[kg-溶質/kg-吸着剤]もある。吸着係数 β は、溶質の入口濃度 C_0 に対する平衡吸着量 q_0 の比 q_0/C_0 で定義され、操作線の傾きに等しい。

気相系における流体境膜物質移動係数 k_f [m/s]の推算には、Chu らの式を用いる。[文献 32]

$$J=5.7Re^{-0.78}\quad(1<Re<30)\quad\left[J\equiv St_MSc^{2/3}=\frac{Sh}{Re\cdot Sc^{1/3}},Re\equiv\frac{d_pG}{\mu(1-\varepsilon)},Sc\equiv\frac{\mu}{\rho\mathscr{D}}\right]\quad\cdots(3.7.2)$$

$$J=1.77Re^{-0.44}\quad(30<Re<10^5)\quad\left[J\equiv\frac{Sh}{Re\cdot Sc^{1/3}},Re\equiv\frac{d_pG}{\mu(1-\varepsilon)},Sc\equiv\frac{\mu}{\rho\mathscr{D}}\right]\quad\cdots(3.7.3)$$

ただし、G は質量流速[kg/(m^2・s)](=ρu)、St_M は物質移動におけるスタントン数。

液相系における流体境膜物質移動係数 k_f [m/s]の推算には、Carberry の式を用いる。[文献 33]

$$\varepsilon J=1.15\left(\frac{Re_p}{\varepsilon}\right)^{-0.78}\quad\left[J\equiv\frac{Sh}{Re\cdot Sc^{1/3}},Re_p\equiv\frac{d_pu\rho}{\mu},Sc\equiv\frac{\mu}{\rho\mathscr{D}}\right]\quad\cdots(3.7.4)$$

充填層体積あたりの粒子表面積 a [m^2/m^3-bed]は、次式より求める。

$$a=\frac{S_p}{V_b}=\frac{S_p}{V_p/(1-\varepsilon)}=\frac{\phi_Sd_p^2(1-\varepsilon)}{\phi_Vd_p^3}=\frac{6(1-\varepsilon)}{\phi_cd_p}\quad\cdots(3.7.5)$$

ただし、d_p は粒子径[m]、V_b は粒子層体積[m^3]、S_p は粒子表面積[m^2]、V_p は粒子体積[m^3]、ε は粒子層内の空隙率[－]、ϕ_c はカルマンの形状係数(球のとき 1)。

粒子内物質移動容量係数 k_sa[1/s]は、粒子内拡散方程式の解析解を近似して導かれる。粒子内拡散方程式は、粒子内の微小球殻を出入りする溶質に対する物質収支式より導く。

$$4\pi r^2 \Delta r \rho_b \frac{\partial q}{\partial t} = (4\pi r^2 N_A)\big|_{r=r} - (4\pi r^2 N_A)\big|_{r=r+\Delta r} \quad \cdots(3.7.6)$$

$$r^2 \rho_b \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{(r^2 N_A)\big|_{r=r+\Delta r} - (r^2 N_A)\big|_{r=r}}{(r+\Delta r) - r} \quad \cdots(3.7.7)$$

$$r^2 \rho_b \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\partial (r^2 N_A)}{\partial r} \quad \left[\frac{\partial F(r)}{\partial t} \equiv \lim_{\Delta r \to 0} \frac{F(r)\big|_{r=r+\Delta r} - F(r)\big|_{r=r}}{(r+\Delta r) - r}, F(r) \equiv r^2 N_A\right] \quad \cdots(3.7.8)$$

$$\boxed{\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\mathcal{D}}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial q}{\partial r}\right)} \quad \left[N_A \equiv -\rho_b \mathcal{D} \frac{\partial q}{\partial r}\right] \quad \cdots(3.7.9)$$

①解析解近似モデル[文献 34]　初期条件 t=0 のとき q=0、境界条件 q=q_i のとき r=R_p(粒子表面)、$\partial q/\partial t$=0 のとき r=0(粒子中心部)の下で解くと、直線平衡における平均吸着量分布 q_m [mol/kg]の解析解を得る。

$$\frac{q_m}{q_i} = 1 - \frac{6}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty} \exp(-n^2 k_p t) \quad \left[k_p \equiv \frac{D_i \pi^2}{\rho_p \beta R_p^2}\right] \quad \cdots(3.7.10)$$

$$\frac{q_m}{q_i} = 1 - \frac{6}{\pi^2}[\exp(-k_p t) + \exp(-4k_p t) + \cdots] \approx 1 - \frac{6}{\pi^2}\exp(-k_p t) \quad \cdots(3.7.11)$$

$$q_m = q_i - \frac{6}{\pi^2} q_i \exp(-k_p t) \quad \cdots(3.7.12)$$

時間微分して上式の指数項を代入すると、平均吸着速度式が導かれる。

$$\frac{dq_m}{dt} = \frac{d}{dt}\left[q_i - \frac{6}{\pi^2} q_i \exp(-k_p t)\right] = \frac{6}{\pi^2} q_i k_p \exp(-k_p t) \quad \cdots(3.7.13)$$

$$\rho_b \frac{dq_m}{dt} = k_p \rho_b (q_i - q_m) \quad \left[k_p \equiv \frac{D_i \pi^2}{\rho_p \beta R_p^2}\right] \quad \cdots(3.7.14)$$

粒子相の平均吸着速度式($\rho_b(\partial q_m/\partial t) = k_s a \rho_p (q_i - q_m)$)と比較すると、粒子内物質移動容量係数 $k_s a$[1/s]を得る。

$$k_p \rho_b = k_s a \rho_p \quad \cdots(3.7.15)$$

$$k_s a = k_p \frac{\rho_b}{\rho_p} = k_p \frac{V_p}{V_b} = k_p (1-\varepsilon) = \frac{D_i \pi^2 (1-\varepsilon)}{\rho_p \beta R_p^2} \approx \frac{9.87 D_i (1-\varepsilon)}{\rho_p \beta R_p^2} \quad \left[k_p \equiv \frac{D_i \pi^2}{\rho_p \beta R_p^2}\right] \quad \cdots(3.7.16)$$

$$\boxed{k_s a = \frac{39.5 D_i (1-\varepsilon)}{\rho_p \beta d_p^2}} \quad [D_i \equiv D_e + D_s \rho_p \beta] \quad \cdots(3.7.17)$$

ただし、D_i は表面拡散項を考慮した粒子内拡散係数[m²/s]。

②線形推進力近似(LDF)モデル[文献 35]　吸着量分布 $q(r)$を粒子中心部からの位置 r の２次式で表す。

$$q(r) = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 \quad \cdots(3.7.18)$$

上式は放物線であることから、その対称性により r=0(粒子中心部)において極小値$\partial q/\partial r$=0 を取る。

$$\frac{\partial q}{\partial r} = a_1 + 2a_2 r \quad \cdots(3.7.19)$$

$$\left.\frac{\partial q}{\partial r}\right|_{r=0} = a_1 = 0 \quad \cdots(3.7.20)$$

吸着量分布 $q(r)$は、次式のように書き直される。

$$q(r) = a_0 + a_2 r^2 \quad \cdots(3.7.21)$$

体積基準の重み付き平均吸着量 q_m [mol/kg]は、次式のように導かれる。

$$q_\mathrm{m} = \frac{\int_0^{R_\mathrm{p}} 4\pi r^2 q(r)\mathrm{d}r}{\int_0^{R_\mathrm{p}} 4\pi r^2 \mathrm{d}r} \quad \cdots(3.7.22)$$

$$q_\mathrm{m} = \frac{\int_0^{R_\mathrm{p}} 4\pi r^2 (a_0 + a_2 r^2)\mathrm{d}r}{(4/3)\pi {R_\mathrm{p}}^3} \quad \cdots(3.7.23)$$

$$q_\mathrm{m} = \frac{\int_0^{R_\mathrm{p}} 4\pi a_0 r^2 \mathrm{d}r + \int_0^{R_\mathrm{p}} 4\pi a_2 r^4 \mathrm{d}r}{(4/3)\pi {R_\mathrm{p}}^3} \quad \cdots(3.7.24)$$

$$q_\mathrm{m} = \frac{(4/3)\pi a_0 {R_\mathrm{p}}^3 + (4/5)\pi a_2 {R_\mathrm{p}}^5}{(4/3)\pi {R_\mathrm{p}}^3} \quad \cdots(3.7.25)$$

$$q_\mathrm{m} = a_0 + \frac{3}{5} a_2 {R_\mathrm{p}}^2 \quad \cdots(3.7.26)$$

上式の $4\pi r^2\mathrm{d}r$ は、厚み $\mathrm{d}r$ の薄い球殻の体積 V を表す。

$$V = \frac{4}{3}\pi(r+\mathrm{d}r)^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(r^3 + 3r^2\mathrm{d}r + 3r\mathrm{d}r^2 + \mathrm{d}r^3) - \frac{4}{3}\pi r^3 \approx \frac{4}{3}\pi(r^3 + 3r^2\mathrm{d}r + 0 + 0) - \frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2 \mathrm{d}r$$

$$\cdots(3.7.27)$$

粒子表面(r=R_p)における吸着量 q_i [mol/kg]は、次式となる。

$$q_\mathrm{i} = a_0 + a_2 {R_\mathrm{p}}^2 \quad \cdots(3.7.28)$$

q_m と q_i の式より定数 a_0 を消去すると、a_2 が導かれる。

$$q_\mathrm{i} - q_\mathrm{m} = (a_0 + a_2 {R_\mathrm{p}}^2) - \left(a_0 + \frac{3}{5} a_2 {R_\mathrm{p}}^2\right) = \frac{2{R_\mathrm{p}}^2}{5} a_2 \quad \cdots(3.7.29)$$

$$a_2 = \frac{5}{2{R_\mathrm{p}}^2}(q_\mathrm{i} - q_\mathrm{m}) \quad \cdots(3.7.30)$$

平均吸着速度は、Fick の式を用いて次式のように導かれる。

$$\rho_\mathrm{b} \frac{\partial q_\mathrm{m}}{\partial t} = S_\mathrm{V} \rho_\mathrm{b} D_\mathrm{i} \frac{\partial q}{\partial r} \quad \left[D_\mathrm{i} \equiv D_\mathrm{e} + D_\mathrm{s} \rho_\mathrm{p} \beta \right] \quad \cdots(3.7.31)$$

$$\rho_\mathrm{b} \left.\frac{\partial q_\mathrm{m}}{\partial t}\right|_{r=R_\mathrm{p}} = S_\mathrm{V} \rho_\mathrm{b} D_\mathrm{i} \frac{\partial}{\partial r}(a_0 + a_2 {R_\mathrm{p}}^2) \quad \left[q(R_\mathrm{p}) = a_0 + a_2 {R_\mathrm{p}}^2 \right] \quad \cdots(3.7.32)$$

$$\rho_\mathrm{b} \left.\frac{\partial q_\mathrm{m}}{\partial t}\right|_{r=R_\mathrm{p}} = \frac{3}{R_\mathrm{p}} \rho_\mathrm{b} D_\mathrm{i}(2a_2 R_\mathrm{p}) = 6\rho_\mathrm{b} D_\mathrm{i} a_2 \quad \left[S_\mathrm{V} \equiv \frac{S_\mathrm{p}}{V_\mathrm{p}} = \frac{4\pi {R_\mathrm{p}}^2}{(4/3)\pi {R_\mathrm{p}}^3} = \frac{3}{R_\mathrm{p}} \right] \quad \cdots(3.7.33)$$

$$\rho_\mathrm{b}\left.\frac{\partial q_\mathrm{m}}{\partial t}\right|_{r=R_\mathrm{p}}=6\rho_\mathrm{b}D_\mathrm{i}\left[\frac{5}{2R_\mathrm{p}^2}(q_\mathrm{i}-q_\mathrm{m})\right]=\frac{15\rho_\mathrm{b}D_\mathrm{i}}{R_\mathrm{p}^2}(q_\mathrm{i}-q_\mathrm{m})\quad\cdots(3.7.34)$$

ただし、S_V は粒子の比表面積[$\mathrm{m^2/m^3}$]、ρ_b は粒子層体積あたりの粒子重量(かさ密度)[$\mathrm{kg/m^3}$-bed]。

Fick 式の負号が無い理由は、吸着量の少ない粒子中心部(r=0)から吸着量の多い粒子表面($r=R_\mathrm{p}$)に向かって r 軸を取っているため、吸着量勾配($\partial q/\partial r$)が正になるからである。

粒子相の平均吸着速度式($\rho_\mathrm{b}(\partial q_\mathrm{m}/\partial t)=k_\mathrm{s}a\rho_\mathrm{p}(q_\mathrm{i}-q_\mathrm{m})$)と比較すると、粒子内物質移動容量係数 $k_\mathrm{s}a$[1/s]を得る。

$$\frac{15\rho_\mathrm{b}D_\mathrm{i}}{R_\mathrm{p}^2}=k_\mathrm{s}a\rho_\mathrm{p}\quad\cdots(3.7.35)$$

$$k_\mathrm{s}a=\frac{15D_\mathrm{i}}{R_\mathrm{p}^2}\frac{\rho_\mathrm{b}}{\rho_\mathrm{p}}=\frac{15D_\mathrm{i}}{R_\mathrm{p}^2}\frac{V_\mathrm{p}}{V_\mathrm{b}}=\frac{15D_\mathrm{i}}{R_\mathrm{p}^2}(1-\varepsilon)\quad\cdots(3.7.36)$$

$$\boxed{k_\mathrm{s}a=\frac{60D_\mathrm{i}(1-\varepsilon)}{d_\mathrm{p}^2}}\quad\left[D_\mathrm{i}\equiv D_\mathrm{e}+D_\mathrm{s}\rho_\mathrm{p}\beta\right]\quad\cdots(3.7.37)$$

【計算例（吸着塔）】

20 ppm のベンゼン(分子量 78)を含む空気(密度 1.2 $\mathrm{kg/m^3}$, 粘度 18 μPa・s)を固定層型吸着塔内(層高 1000 mm, 塔径 100 mm, 粒子層内空隙率 0.5)に空塔速度 0.25 m/s で流し、塔内の球状活性炭粒子(平均粒子径 2 mm、みかけの粒子密度 800 $\mathrm{kg/m^3}$)に 1 気圧 20℃の条件下で連続吸着させる。塔出口側のベンゼン濃度が 1 ppm のとき、流体境膜物質移動容量係数 $k_\mathrm{f}a$ [1/s]、粒子内物質移動容量係数 $\beta k_\mathrm{s}a$[1/s]、総括物質移動容量係数 $K_\mathrm{F}a$ [1/s]、平均吸着速度 W_A [mol/s]を求めよ。ただし、吸着はマクロ孔内で起こるものとし(孔径 0.4 μm, 粒子内空隙率 0.3, 迷宮度 4)、表面拡散項は無視できるものとする。空気中におけるベンゼンの液相拡散係数は 0.9×10^{-5} $\mathrm{m^2/s}$ である。

($\beta k_\mathrm{s}a$ の計算)$D_\mathrm{K}=97.0r_\mathrm{e}(T/M_\mathrm{A})^{0.5}=(97.0)(0.4\times10^{-6}/2)(293.15/78)^{0.5}=3.7609\times10^{-5}$ $\mathrm{m^2/s}$

$1/D_\mathrm{N}=1/D_\mathrm{K}+1/D_\mathrm{M}=1/3.7609\times10^{-5}+1/0.9\times10^{-5}=137700$ $\mathrm{s/m^2}$

$D_\mathrm{N}=1/137700=7.2621\times10^{-6}$ $\mathrm{m^2/s}$

$D_\mathrm{e}=(\varepsilon_\mathrm{p}/\tau)D_\mathrm{N}=(0.3/4)(7.2621\times10^{-6})=5.4465\times10^{-7}$ $\mathrm{m^2/s}$

$D_\mathrm{i}=D_\mathrm{e}+D_\mathrm{s}\rho_\mathrm{p}\beta\fallingdotseq D_\mathrm{e}=5.4465\times10^{-7}$ $\mathrm{m^2/s}$

$\beta k_\mathrm{s}a=39.5D_\mathrm{i}(1-\varepsilon)/(\rho_\mathrm{p}d_\mathrm{p}^2)=(39.5)(5.4465\times10^{-7})(1-0.5)/[(800)(0.002)^2]=0.0033615$ 1/s≒$\boxed{0.00336\ \mathrm{1/s}}$

($k_\mathrm{f}a$ の計算)$\nu=\mu/\rho=18\times10^{-6}/1.2=1.5\times10^{-5}$

$Sc=\mu/\rho\mathfrak{D}=\nu/\mathfrak{D}=1.5\times10^{-5}/0.9\times10^{-5}=1.6666$

$Re=d_\mathrm{p}G/\mu(1-\varepsilon)=d_\mathrm{p}u\rho/\mu(1-\varepsilon)=d_\mathrm{p}u/\nu(1-\varepsilon)=(0.002)(0.25)/[(1.5\times10^{-5})(1-0.5)]=66.666$

$J=1.77Re^{-0.44}=(1.77)(66.666)^{-0.44}=0.27890$

$Sh=JReSc^{1/3}=(0.27890)(66.666)(1.6666)^{1/3}=22.044$

$k_\mathrm{f}=Sh(\mathfrak{D}/d_\mathrm{p})=(22.044)(0.9\times10^{-5}/0.002)=0.099198$ m/s

$a=6(1-\varepsilon)/\phi_\mathrm{C}d_\mathrm{p}=(6)(1-0.5)/[(1)(0.002)]=1500$ $\mathrm{m^2/m^3}$

$k_\mathrm{f}a=(0.099198)(1500)=148.79$ 1/s

($K_\mathrm{F}a$ の計算)$1/K_\mathrm{F}a=1/k_\mathrm{f}a+1/\beta k_\mathrm{s}a\rho_\mathrm{p}=1/148.79+1/[(0.0033615)(800)]=0.37857$ s

$K_\mathrm{F}a=1/0.37857=2.6415$ 1/s≒$\boxed{2.64\ \mathrm{1/s}}$

(W_A の計算)C=(20$^{mg/L}$/92000$^{mg/mol}$)(1000)$^{L/m3}$=0.25641 mol/m^3
C^*=(1$^{mg/L}$/92000$^{mg/mol}$)(1000)$^{L/m3}$=0.012820 mol/m^3
$N_V=K_Fa(C-C^*)$=(2.6415)(0.25641－0.012820)=0.64344 mol/(m^3・s)
$V_T=\pi(D_T/2)^2Z=\pi(0.1/2)^2(1)$=0.0078539 m^3
$W_A=N_VV_T$=(0.64344)(0.0078539)=0.0050535 mol/s≒$\boxed{\text{5.05 mmol/s}}$

３．８　晶析撹拌槽

種晶が添加された原料溶液を撹拌しながら冷却していくと、準安定域内で種晶が成長する。工学的な結晶成長過程は、流体境膜内拡散と結晶表面拡散(表面集積)の直列モデルで表される。

境膜物質移動係数 k_d [m/s]の推算には、撹拌槽内における固体粒子の溶解速度係数またはイオン交換速度係数の推算式を用いる。

固液間物質移動の汎用式として、Levins & Glastonbury の式がある。[文献 36]

$$\frac{k_dL}{\mathcal{D}}=2+0.5\left(\frac{\varepsilon_T^{1/3}L^{4/3}}{\nu}\right)^{0.62}\left(\frac{\nu}{\mathcal{D}}\right)^{1/3}\qquad\left[\varepsilon_T\equiv\frac{P}{\rho_{sl}V}\right]\qquad\cdots(3.8.1)$$

結晶粒子の溶解および成長実験に基づく推算式として、石井・藤田の式がある。[文献 37]

$$\frac{k_dL}{\mathcal{D}}=0.100\left(\frac{N_P^{1/3}nL^{5/3}}{D_T\nu}\right)^{0.690}\left(\frac{\nu}{\mathcal{D}}\right)^{0.5}\qquad\left[\frac{N_P^{1/3}nL^{5/3}}{D_T\nu}=1\sim100\right]\qquad\cdots(3.8.2)$$

$$\frac{k_dL}{\mathcal{D}}=0.0264\left(\frac{N_P^{1/3}nL^{5/3}}{D_T\nu}\right)^{1.00}\left(\frac{\nu}{\mathcal{D}}\right)^{0.5}\qquad\left[\frac{N_P^{1/3}nL^{5/3}}{D_T\nu}=100\sim1500\right]\qquad\cdots(3.8.3)$$

$$\frac{k_dL}{\mathcal{D}}=0.549\left(\frac{N_P^{1/3}nL^{5/3}}{D_T\nu}\right)^{0.633}\left(\frac{\nu}{\mathcal{D}}\right)^{0.5}\qquad\left[\frac{N_P^{1/3}nL^{5/3}}{D_T\nu}=1500\sim15000\right]\qquad\cdots(3.8.4)$$

ただし、d は撹拌翼径[m]、L は固体粒子径[m]、$\mathcal{D}$ は液相拡散係数[m^2/s]、D_T は槽径[m]、n は撹拌速度[1/s]、N_p は動力数[－](タービン翼のとき 6、パドル翼のとき 1.7、プロペラ翼のとき 0.32)、P は撹拌所要動力[W]、ε_T は液重量あたり撹拌所要動力[W/kg]、ν は動粘度[m^2/s](=μ/ρ)。

溶解と晶析は移動論的に必ずしも真逆の過程ではないため、推算値をそのまま用いると成長速度の実測値から大きく外れる。ここでは、温度依存項を乗じて補正した値を用いる。

$$k_d=k_{d0}\exp\left(-\frac{\Delta E_d}{RT}\right)\qquad\cdots(3.8.5)$$

k_{d0} は補正前の境膜物質移動係数[m/s](推算式で得られる k_d を k_{d0} と置く)、R は気体定数[J/(K・mol)]、T は温度[K]、ΔE_d は物質移動過程の活性化エネルギー[J/mol]。(一般に、ΔE_d=10～20 kJ/mol [文献 38])

撹拌所要動力 P [W]は、次式で与えられる。

$$P=N_p\rho_{sl}n^3d^5\qquad\left[\rho_{sl}=\varepsilon\rho+(1-\varepsilon)\rho_s\right]\qquad\cdots(3.8.6)$$

ただし、ε は懸濁率[－]、ρ は液密度[kg/m^3]、ρ_s は固体密度[kg/m^3]、ρ_{sl} は懸濁液密度[kg/m^3]。

表面集積速度係数 k_r [m/s]の推算式は、一部に限られる。

(硫酸カリウム) $$k_r = 1.24\times10^{11}\exp\left(-\frac{17.2\times10^3}{RT}\right) \quad \cdots(3.8.7)$$ ［文献 37］

(硫酸銅一水和物) $$k_r = 4.87\times10^{7}\exp\left(-\frac{12.3\times10^3}{RT}\right) \quad \cdots(3.8.8)$$ ［文献 39］

(過塩素酸ナトリウム) $$k_r = 4.6\times10^{11}\exp\left(-\frac{16.9\times10^3}{RT}\right) \quad \cdots(3.8.9)$$ ［文献 40］

ただし、上３式のΔE_r項の単位は[cal/(mol･K)]、気体定数 R は 1.987 cal/(mol･K)。

【計算例（晶析撹拌槽）】

晶析撹拌槽(槽径 300 mm)に濃度 300 kg-溶質/kg-溶液の硫酸カリウム水溶液(密度 1100 kg/m^3、粘度 1 mPa･s)を平均粒径 100 μm の種晶(結晶密度 2660 kg/m^3、体積形状係数 1、表面積形状係数 6)とともに仕込み(懸濁液密度 2000 kg/m^3、液深 300 mm)、撹拌速度 150 rpm の下で回分冷却晶析した。操作後の硫酸カリウム濃度が 150 kg-溶質/kg-溶液のときの種晶の最大許容線成長速度 G_{max} [m/s]を求めよ。ただし、質量成長速度は過飽和度の 1 乗に比例するものと仮定する。また、撹拌翼形状はパドル翼(翼径 500 mm)、水中における硫酸カリウムの液相拡散係数は 1.3×10^{-9} m^2/s、温度補正項における物質移動の活性化エネルギー 15000 J/mol、平均液温 40℃である。

(Levins & Glastonbury 式)$P=N_p\rho_{sl}n^3d^5=(1.7)(2000)(150/60)^3(0.500)^5=1660.1$ W

$V=\pi D_T^2H/4=\pi(1)^2(1)/4=0.78539$ m^3

$\varepsilon_T=P/(\rho_{sl}V)=1660.1/[(2000)(0.78539)]=1.0568$ W/kg

$L_{av}=(L_s+L_p)/2=(0.0001+0.001)/2=5.5\times10^{-4}$ m

$\nu=\mu/\rho=0.001/1100=9.0909\times10^{-7}$ m^2/s

$Re=\varepsilon_T^{1/3}L_{av}^{4/3}/\nu=(1.0568)^{1/3}(5.5\times10^{-4})^{4/3}/(9.0909\times10^{-7})=50.490$

$Sc=\nu/\mathfrak{D}=(9.0909\times10^{-7})/(1.3\times10^{-9})=699.3$

$Sh=2+0.5Re^{0.62}Sc^{1/3}=2+(0.5)(50.490)^{0.62}(699.3)^{1/3}=52.486$

$k_{d0}=(Sh)(\mathfrak{D}/L_{av})=(52.486)(1.3\times10^{-9}/5.5\times10^{-4})=1.2405\times10^{-4}$ m/s

$k_d=k_{d0}\exp[-\Delta E_d/(RT_{av})]=(1.2405\times10^{-4})\exp[-(15000)/\{(8.314)(313.15)\}]=3.9034\times10^{-7}$ m/s$\fallingdotseq3.90\times10^{-7}$ m/s

$k_r=1.24\times10^{11}\exp(-17.2\times10^3/RT)=1.24\times10^{11}\exp[(-17.2\times10^3)/(1.987)(313.15))]=0.12257$ m/s$\fallingdotseq0.122$ m/s

$1/K_G=1/k_d+1/k_r=1/3.9034\times10^{-7}+1/0.12257=2.5618\times10^6$ s/m

$K_G=3.9035\times10^{-7}$ m/s$\fallingdotseq3.90\times10^{-7}$ m/s

$R_{m,max}=K_G(C-C^*)^g=(3.9035\times10^{-7})(300-150)^1=5.8552\times10^{-5}$ kg/(m^2･s)$\fallingdotseq5.86\times10^{-5}$ kg/(m^2･s)

$G_{max}=R_{m,max}/[3\rho_c(\phi_V/\phi_S)]=(5.8552\times10^{-5})/[(3)(2660)(1/6)]=4.4024\times10^{-8}$ m/s$\fallingdotseq\boxed{4.40\times10^{-8}\text{ m/s}}$

(石井・藤田式)$\nu=\mu/\rho=0.001/1100=9.0909\times10^{-7}$ m^2/s

$L_{av}=(L_s+L_p)/2=(0.0001+0.001)/2=5.5\times10^{-4}$ m

$Re_0 = N_p^{1/3} n d^{5/3} L_{av}^{4/3} / (D_T \nu) = (1.7)^{1/3}(150/60)(0.500)^{5/3}(5.5\times10^{-4})^{4/3}/[(1)(9.0909\times10^{-7})] = 27.951 (<100)$

$Sc = \nu/\mathcal{D} = 9.0909\times10^{-7}/1.3\times10^{-9} = 699.3$

$Sh = 0.100 Re_0^{0.690} Sc^{0.5} = (0.100)(27.951)^{0.690}(699.3)^{0.5} = 26.323$

$k_{d0} = (Sh)(\mathcal{D}/L_{av}) = (26.323)(1.3\times10^{-9}/5.5\times10^{-4}) = 6.2218\times10^{-5}$ m/s

$k_d = k_{d0}\exp[-\Delta E_d/(RT_{av})] = (6.2218\times10^{-5})\exp[-15000/(8.314)(313.15)] = 1.9577\times10^{-7}$ m/s $\fallingdotseq 1.96\times10^{-7}$ m/s

$k_r = 1.24\times10^{11}\exp(-17.2\times10^3/RT) = 1.24\times10^{11}\exp[(-17.2\times10^3)/(1.987)(313.15))] = 0.12257$ m/s $\fallingdotseq 0.122$ m/s

$1/K_G = 1/k_d + 1/k_r = 1/1.9577\times10^{-7} + 1/0.12257 = 5.1080\times10^6$ s/m

$K_G = 1.9577\times10^{-7}$ m/s $\fallingdotseq 1.96\times10^{-7}$ m/s

$R_{m,max} = K_G(C - C^*)^g = (1.9577\times10^{-7})(300-150)^1 = 2.9365\times10^{-5}$ kg/(m^2・s) $\fallingdotseq 2.94\times10^{-5}$ kg/(m^2・s)

$G_{max} = R_{m,max}/[3\rho_c(\phi_V/\phi_S)] = (2.9365\times10^{-5})/[(3)(2660)(1/6)] = 2.2078\times10^{-8}$ m/s $\fallingdotseq \boxed{2.21\times10^{-8}\ \text{m/s}}$

参考文献

[1] E.R. Gilliland and T.K. Sherwood; *Ind. Eng. Chem.*, **26** (1934) 516-523
[2] 疋田 晴夫, 中西 和弘, 片岡 健; 化学工学, **23** (1959) 459-466
[3] 亀井 三郎, 大石 純, 飯島 宏, 糸井 光夫, 蒲田 昌和; 化学工学, **20** (1956) 65-70
[4] 疋田 晴夫, 前田 道宏, 梅村 実; 化学工学, **28**, 214-220 (1964) ※ガス側境膜物質移動係数
[5] 疋田 晴夫; 化学工学, **26**, 725-729(1962) ※液側境膜物質移動係数
[6] 疋田 晴夫, 片岡 健, 中西 和広; 化学工学, **24**, 2-8(1960) ※気液接触面積
[7] K. Onda, H. Takeuchi and Y. Okumoto; *J. Chem. Eng. Japan*, **1**, 56-62(1968) ※境膜物質移動係数
[8] 恩田 格三郎, 竹内 寛, 小山 恭章; 化学工学, **31**, 126-134(1967) ※濡れ面積
[9] K. Akita and F. Yoshida; *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **12** (1973) 76-80
[10] K. Akita and F. Yoshida; *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **13** (1974) 84-91
[11] H. Yagi and F. Yoshida; *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, **14** (1975) 488-493
[12] K. Van't Riet; *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **18**, 357-364(1979)
[13] P.H. Calderbank; *Trans. Inst. Chem. Eng.*, **36**, 443-463(1958)
[14] P.H. Calderbank, M.B. Moo-Young; *Chem. Eng. Sci.*, **16**, 39-54(1961)
[15] M.E. Sensel, K.J. Myers and J.B. Fasano; *AIChE Symposium Series*, No.293, **89**, pp.76-84(1993)
[16] A.B. Newman; *AIChE Trans.*, **27** (1931) 203-220
[17] T. Vermeulen; *Ind. Eng. Chem.,* **45** (1953) 1664-1670
[18] R.E. Treybal; Liquid Extraction 2nd Ed., McGraw Hill Inc. (1963)
[19] R. Kronig and J.C. Brink; *Appl. Sci. Res.*, **A-2** (1950) 142-154
[20] P.H. Calderbank and I.J.O Korchinski; *Chem. Eng. Sci.*, **6** (1956) 65-78
[21] A.E. Handlos and T. Baron; *AIChE J.*, **3**, (1957) 127-136
[22] A.H.P. Skelland and R.M. Wellek; *AIChE J.*, **10**, (1964) 127-136
[23] S. Hu and R.C. Kintner; *AIChE J.*, **1**, (1955) 42-48
[24] R.M. Christiansen and A.N. Hixson; *Ind. Eng. Chem.* **49**, 1017-1024(1957)
[25] 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978), 10 章
[26] 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂五版, 丸善(1988), 11 章
[27] W.E. Ranz and W.R. Marshall; *Chem. Eng. Prog.*, **48**, 141-146 (1952)
[28] F.H. Garner, A. Foord, M. Tayeban; *J. App. Sci.*, **9**, 315-323 (1959)
[29] F.H. Garner and M. Tayeban; *Anal. Real. Soc. Espan. Fis. Quim.,* **B56**, 479-490 (1960)
[30] R.E. Treybal; Liquid Extraction 2nd Ed., McGraw Hill Inc. (1963) pp.413-414
[31] A.H.P. Skelland and L.T. Moeti; *Ind. Eng. Chem. Res.*, **29**, (1990) 2258-2267
[32] J.C. Chu, J. Kalil and W.A. Wetteroth; *Chem. Eng. Prog.*, **49** (1953)141-149
[33] J.J. Carberry; *AIChE J.*, **6** (1960)460-463
[34] 柳井 弘; 吸着剤・吸着操作の設計, 技報堂, (1982) pp.148-151
[35] E. Glueckauf; *Trans. Faraday Soc.*, **51** (1955)34, 1540-1551
[36] D.M. Levins and J.R. Glastonbury; *Trans. Inst. Chem. Engrs*, **50**, 132-146(1972)
[37] 石井 勉, 藤田重文; 化学工学, **29**, 316-321(1965)
[38] J.W. Mullin; Crystallization 4th Ed., Butterworth-Heinemann (2001), p.252
[39] 谷本 明, 小林 宏二, 藤田 重文; 化学工学, **27**, 424-428 (1965)
[40] 城塚 正, 豊倉 賢, 後藤 典弘; 化学工学, **29**, 122-125 (1965)

問 題

(1) **【濡れ壁塔】**多管式濡れ壁塔に 12 vol%のアンモニアガス(密度 1.2 kg/m^3, 粘度 18 μPa･s)を濡れ管 1 本(内径 20 mm, 管長 6000 mm)あたり 4 m^3/h で向流に流して 1 気圧 20℃の条件下で濡れ管 1 本あたり 180 kg/h で流れる水(密度 1000 kg/m^3, 粘度 1 mPa･s)の液膜に吸収させる。塔出口側のアンモニア濃度が 1 vol%のとき、濡れ管 1 本あたりのガス側境膜物質移動係数 k_G [mol/(m^2･s･Pa)]、液側境膜物質移動係数 k_L [m/s]、液側総括物質移動係数 K_L [m/s]、物質移動流束 N_A [mol/(m^2･s)]、および濡れ管 50 本の場合のガス吸収速度 W_A [mol/s]を求めよ。ただし、推算式中の界面張力の補正項は 1、水に対するアンモニアのヘンリー定数は 1.4 Pa/(mol/m^3)、空気中におけるアンモニアの気相拡散係数は 2.4×10^{-5} m^2/s、水中におけるアンモニアの液相拡散係数は 2.3×10^{-9} m^2/s である。

(2) **【充填塔】**8 mol%のアンモニア(分子量 17)を含む空気(分子量 28.8, 密度 1.2 kg/m^3, 粘度 18 μPa･s)を 1.5 kg/(m^2･s)で充填塔(層高 700 mm, 塔径 70 mm)の塔底より供給し、塔頂より水(密度 1000 kg/m^3, 粘度 1 mPa･s, 界面張力 72 mN/m)を液ガス比 2.5 で向流に流して空気中のアンモニアを 1 気圧 25℃の条件下で吸収させる。塔頂ガスのアンモニア濃度が 0.1 mol%のとき、ガス側境膜物質移動容量係数 k_Ga [mol/(m^2･s･Pa)]、液側境膜物質移動容量係数 k_La [m/s]、液側総括物質移動容量係数 K_La [m/s]、ガス吸収速度 W_A [mol/s]を求めよ。ただし、充填物は 1 in 磁性ラシヒリング、水に対するアンモニアのモル分率基準のヘンリー定数は 0.75、空気中におけるアンモニアの気相拡散係数は 2.3×10^{-5} m^2/s、水中におけるアンモニアの液相拡散係数は 1.6×10^{-9} m^2/s である。

(3) **【充填塔】**0.04 mol%の二酸化炭素(分子量 44)を含む空気(分子量 28.8, 密度 1.2 kg/m^3, 粘度 18 μPa･s)を 3.0 kg/(m^2･s)で充填塔(層高 700 mm, 塔径 70 mm)の塔底より供給し、塔頂より水(密度 1000 kg/m^3, 粘度 1 mPa･s, 界面張力 72 mN/m)を液ガス比 2.5 で向流に流して空気中の二酸化炭素を 1 気圧 25℃の条件下で吸収させる。塔頂ガスの二酸化炭素濃度が 0.01 mol%のとき、ガス側境膜物質移動容量係数 k_Ga [mol/(m^2･s･Pa)]、液側境膜物質移動容量係数 k_La [m/s]、液側総括物質移動容量係数 K_La [m/s]、ガス吸収速度 W_A [mol/s]を求めよ。ただし、充填物は 1 in 磁性ベルルサドル、水に対する二酸化炭素のモル分率基準のヘンリー定数は 1640、空気中における二酸化炭素の気相拡散係数は 1.6×10^{-5} m^2/s、水中における二酸化炭素の液相拡散係数は 1.8×10^{-9} m^2/s である。

(4) **【気泡塔】**塔径 1000 mm の標準気泡塔に水(密度 1000 kg/m^3, 粘度 1 mPa･s, 界面張力 72 mN/m)を 4 m^3 仕込み、空気を 270 m^3/h で吹き込んで 1 気圧 25℃の条件下で酸素を回分吸収させる。液側総括物質移動容量係数 K_La [1/s]、最大酸素吸収速度 $W_{A,max}$ [mmol/s]を求めよ。ただし、水中における飽和酸素濃度は 0.263 mol/m^3、液相拡散係数は 2.1×10^{-9} m^2/s である。総括抵抗は、液相抵抗に近似できるものとする。

(5) **【気泡撹拌槽】**邪魔板付き平底円筒槽(槽径 300 mm)に水(密度 1000 kg/m^3, 粘度 1 mPa･s, 界面張力 72 mN/m)を槽径と同じ液深となるように仕込み、パドル翼による撹拌条件下(翼径 150 mm, 撹拌速度 240 rpm)、空気を 1 vvm で吹き込んで 1 気圧 25℃の条件下で酸素を回分吸収させる。液側総括物質移動容量係数 K_La [1/s]、最大酸素吸収速度 $W_{A,max}$ [mmol/s]を求めよ。ただし、水中における飽和酸素濃度は 0.263 mol/m^3、液相拡散係数は 2.1×10^{-9} m^2/s である。総括抵抗は、液相抵抗に近似できるものとする。

(6) **【スプレー塔】**10 mol%のジエチルアミン(分子量 73)を含む水(連続相; 密度 1000 kg/m^3、粘度 1 mPa･

s、流量 10 t/h)と純トルエン(分散相; 密度 875 kg/m^3、粘度 0.53 mPa･s、流量 20 t/h、分子量 92)をスプレー塔内(塔径 1000 mm、液高 10 m)で向流に流して水相からトルエン相へジエチルアミンを連続抽出させる。塔出口側の水中ジエチルアミン濃度が 1 mol%のとき、分散側境膜物質移動容量係数 $k_{\mathrm{D}}a$ [1/s]、連続相側境膜物質移動容量係数 $k_{\mathrm{C}}a$ [1/s]、連続相側総括物質移動容量係数 $K_{\mathrm{OC}}a$ [1/s]、液液抽出速度 W_{A} [mol/s]を求めよ。ただし、分散器のノズル孔径は 2.5 mm、抽剤相(E)濃度に対する抽料相(R)濃度の分配係数は 0.715、界面張力は 25 mN/m、水中におけるジエチルアミンの液相拡散係数は 1.0×10^{-9} m^2/s、トルエン中におけるジエチルアミンの液相拡散係数は 2.4×10^{-9} m^2/s である。

(7) **【抽出撹拌槽】**10 mol%のジエチルアミン(分子量 73)を含む水(連続相; 密度 1000 kg/m^3、粘度 1 mPa･s、流量 10 t/h)と純トルエン(分散相; 密度 875 kg/m^3、粘度 0.53 mPa･s、流量 10 t/h、分子量 92)を抽出撹拌槽(槽径 600 mm、液深 600 mm)で水相からトルエン相へジエチルアミンを連続抽出させる。装置出口側の水中ジエチルアミン濃度が 1 mol%のとき、分散側境膜物質移動容量係数 $k_{\mathrm{D}}a$ [1/s]、連続相側境膜物質移動容量係数 $k_{\mathrm{C}}a$ [1/s]、連続相側総括物質移動容量係数 $K_{\mathrm{OC}}a$ [1/s]、液液抽出速度 W_{A} [mol/s]を求めよ。ただし、撹拌翼はパドル翼(翼径 300 mm)、撹拌速度は 180 rpm、抽剤相(E)濃度に対する抽料相(R)濃度の分配係数は 0.715、界面張力は 25 mN/m、水中におけるジエチルアミンの液相拡散係数は 1.0×10^{-9} m^2/s、トルエン中におけるジエチルアミンの液相拡散係数は 2.4×10^{-9} m^2/s である。

(8) **【吸着塔】**20 ppm のトルエン(分子量 92)を含む空気(密度 1.2 kg/m^3, 粘度 18 μPa･s)を固定層型吸着塔内(層高 750 mm, 塔径 75 mm, 粒子層内空隙率 0.5)に空塔速度 0.1 m/s で流し、塔内の球状ゼオライト粒子(平均粒子径 4 mm, みかけの粒子密度 1500 kg/m^3)に 1 気圧 25℃の条件下で連続吸着させる。塔出口側のトルエン濃度が 1 ppm のとき、流体境膜物質移動容量係数 $k_{\mathrm{f}}a$ [1/s]、粒子内物質移動容量係数 $\beta k_{\mathrm{s}}a$[1/s]、総括物質移動容量係数 $K_{\mathrm{F}}a$ [1/s]、平均吸着速度 W_{A} [mol/s]を求めよ。ただし、吸着はマクロ孔内で起こるものとし(孔径 0.8 μm, 粒子内空隙率 0.4, 迷宮度 3.4)、表面拡散項は無視できるものとする。空気中におけるトルエンの液相拡散係数は 0.8×10^{-5} m^2/s である。

(9) **【晶析撹拌槽】**晶析撹拌槽(槽径 300 mm)に濃度 300 kg-溶質/kg-溶液の硫酸カリウム水溶液(密度 1100 kg/m^3、粘度 1 mPa･s)を平均粒径 100 μm の種晶(結晶密度 2660 kg/m^3、体積形状係数 1、表面積形状係数 6)とともに仕込み(懸濁液密度 2000 kg/m^3、液深 300 mm)、撹拌速度 600 rpm の下で回分冷却晶析した。操作後の硫酸カリウム濃度が 150 kg-溶質/kg-溶液のときの種晶の最大許容線成長速度 G_{max} [m/s]を求めよ。ただし、質量成長速度は過飽和度の 1 乗に比例するものと仮定する。また、撹拌翼形状はプロペラ翼(翼径 100 mm)、水中における硫酸カリウムの液相拡散係数は 1.3×10^{-9} m^2/s、温度補正項における物質移動の活性化エネルギー15000 J/mol、平均液温 40℃である。

解　答

(1)　$u=Q/S=Q/[\pi(D_T/2)^2]=(4/3600)/[\pi(0.020/2)^2]=3.5367$ m/s

$\nu_G=\mu_G/\rho_G=18\times10^{-6}/1.2=1.5\times10^{-5}$ m²/s

$Re_G=D_Tu\rho_G/\mu_G=D_Tu/\nu_G=(0.020)(3.5367)/(1.5\times10^{-5})=4715.6$

$Sc_G=\nu_G/\mathcal{D}_{AB}=1.5\times10^{-5}/2.4\times10^{-5}=0.625$

$Sh=0.023Re_G^{0.83}Sc_G^{\ 0.44}=(0.023)(4715.6)^{0.83}(0.625)^{0.44}=20.938$

$y_{A1}=n_{A1}/n_T=(pV_{A1}/RT)/(pV_T/RT)=V_{A1}/V_T=0.08$

$y_{A2}=n_{A2}/n_T=(pV_{A2}/RT)/(pV_T/RT)=V_{A2}/V_T=0.01$

$p_{A1}=P_Ty_{A1}=(1)^{\mathrm{atm}}(0.12)=0.12$ atm

$p_{A2}=P_Ty_{A2}=(1)^{\mathrm{atm}}(0.01)=0.01$ atm

$p_{B1}=P_T-p_{A1}=1-0.12=0.88$ atm

$p_{B2}=P_T-p_{A2}=1-0.01=0.99$ atm

$p_{B,\mathrm{lm}}=(p_{B1}-p_{B2})/\ln(p_{B1}/p_{B2})=(0.88-0.99)/\ln(0.88/0.99)=0.93392$

$k_C=Sh\mathcal{D}_{AB}P_T/(D_Tp_{B,\mathrm{lm}})=(20.938)(2.4\times10^{-5})(1)/[(0.020)(0.93392)]=0.026903$ m/s

$k_G=k_C/RT=(0.026903)/[(8.314)(293.15)]=1.1038\times10^{-5}$ mol/(m²・s・Pa)≒$\boxed{1.10\times10^{-5}\ \mathrm{mol/(m^2\cdot s\cdot Pa)}}$

$\Gamma=w\pi D_T=(180/3600)(0.020)\pi=0.001\pi$ kg/(m・s)

$Re_L=4\Gamma/\mu_L=(4)(0.001\pi/0.001)=12.566(<2000)$

$\nu_L=\mu_L/\rho_L=0.001/1000=10^{-6}$ m²/s

$Ga=\rho_L^2gZ^3/\mu_L^2=gZ^3/\nu_L^2=(9.81)(6.000)^3/(10^{-6})^2=2.1189\times10^{15}$

$Sc_L=\nu_L/\mathcal{D}_L=10^{-6}/2.3\times10^{-9}=434.78$

$(Re_L)_c=93.3Sc_L^{-0.24}Ga^{0.08}(\sigma/\sigma_w)^{0.30}=(93.3)(434.78)^{-0.24}(2.1189\times10^{15})^{0.08}(1)^{0.30}=365.41(>12.566)$

$H_L(\rho_Lg/\mu_L)^{1/3}=H_L(g/\nu_L)^{1/3}=22.8Re_L^{0.5}Sc_L^{0.38}Ga^{0.04}(\sigma/\sigma_w)^{0.15}=(22.8)(12.566)^{0.5}(434.78)^{0.38}(2.1189\times10^{15})^{0.04}(1)^{0.15}$
$=3335.1$

$H_L=(3335.1)(g/\nu_L)^{-1/3}=(3335.1)(9.81/10^{-6})^{-1/3}=15.579$ m

$k_L=\Gamma/(H_L\rho_L)=(0.001\pi)/[(15.579)(1000)]=2.0165\times10^{-7}$ m/s≒$\boxed{2.02\times10^{-7}\ \mathrm{m/s}}$

$1/K_L=1/k_L+1/Hk_G=(1/2.0165\times10^{-7})+1/[(1.4)(1.1038\times10^{-5})]=5.0237\times10^6$ s/m

$K_L=1/(1/K_L)=1/5.0237\times10^6=1.9905\times10^{-7}$ m/s≒$\boxed{1.99\times10^{-7}\ \mathrm{m/s}}$

$N_A=k_G(p_{A1}-p_{A2})=(1.1038\times10^{-5})(0.12-0.01)^{\mathrm{atm}}(101325)^{\mathrm{Pa/atm}}=0.12302$ mol/(m²・s)≒$\boxed{0.123\ \mathrm{mol/(m^2\cdot s)}}$

$A_T=2\pi(D_T/2)LN=2\pi(0.020/2)(6.000)(50)=6\pi$ m²

$W_A=N_AA_T=(0.12302)(6\pi)=2.3188$ mmol/s≒$\boxed{2.32\ \mathrm{mol/s}}$

(2)　(疋田式)$L=(L/G)G=(2.5)(1.5)=3.75$ kg/(m²・s)

$D_p=(1)^{\mathrm{in}}(2.54)^{\mathrm{cm/in}}(0.01)^{\mathrm{m/cm}}=0.0254$ m

$D_{pe}=1.40D_p=(1.40)(0.0254)=0.03556$ m

$n=-0.091D_p^{-0.48}=-(0.091)(0.0254)^{-0.48}=-0.53054$

$a/a_t=CL^{0.455}(1000\sigma)^n=(2.26)(3.75)^{0.455}[(1000)(0.072)]^{-0.53054}=0.42648$

$a=(a/a_t)a_t=(0.42648)(190)=81.031$ m²/m³

$Re_G=D_{pe}G/\mu_G(1-\varepsilon)=(0.03556)(1.5)/[(18\times10^{-6})(1-0.74)]=11397$

$Sc_G=\mu_G/\rho_G\mathfrak{D}_G=(18\times10^{-6})/[(1.2)(2.3\times10^{-5})]=0.65217$

$Sh_G(=k_Gp_{B,lm}/G_M)=1.02Re_G{}^{-0.35}Sc_G{}^{-2/3}=(1.02)(11397)^{-0.35}(0.65217)^{-2/3}=0.051580$

$y_{av}=(y_1+y_2)/2=(8+0.1)(10^{-2})/2=0.0405$

$M_{av}=M_Ay_{av}+M_B(1-y_{av})=(17)(0.0405)+(28.8)(1-0.0405)=28.322$ g/mol

$G_M=G/M_{av}=1.5^{\mathrm{kg/(m2\cdot s)}}/0.028322^{\mathrm{kg/mol}}=52.962$ mol/(m^2・s)

$p_{A1}=P_Ty_{A1}=(1)^{\mathrm{atm}}(0.08)=0.08$ atm

$p_{A2}=P_Ty_{A2}=(1)^{\mathrm{atm}}(0.001)=0.001$ atm

$p_{B1}=P_T-p_{A1}=1-0.08=0.92$ atm

$p_{B2}=P_T-p_{A2}=1-0.001=0.999$ atm

$p_{B,lm}=(p_{B1}-p_{B2})/\ln(p_{B1}/p_{B2})=(0.92-0.999)/\ln(0.92/0.999)=(0.95895)^{\mathrm{atm}}(101325)^{\mathrm{Pa/atm}}=97165$ Pa

$k_G=Sh_G(G_M/p_{B,lm})=(0.051580)(52.962/97165)=2.8114\times10^{-5}$ mol/(m^2・s・Pa)

$k_Ga=(2.8114\times10^{-5})(81.031)=2.2781\times10^{-3}$ mol/(m^3・s・Pa)≒$\boxed{2.28\times10^{-3}\ \mathrm{mol/(m^3\cdot s\cdot Pa)}}$

$Re_L=4L/a_t\mu_L=(4)(3.75)/[(190)(0.001)]=78.947$

$Sc_L=\mu_L/\rho_L\mathfrak{D}_L=(0.001)/[(1000)(1.6\times10^{-9})]=625$

$Ga=\rho_L{}^2gD_p{}^3/\mu_L{}^2=(1000)^2(9.81)(0.0254)^3/(0.001)^2=1.6075\times10^8$

$Sh_L=CRe_L{}^{0.45}Sc_L{}^{0.5}Ga^{1/6}=(0.31)(78.947)^{0.45}(625)^{0.5}(1.6075\times10^8)^{1/6}=1290.6$

$k_L=(Sh_L)(\mathfrak{D}_L/D_p)=(1290.6)(1.6\times10^{-9}/0.0254)=8.1297\times10^{-5}$ m/s

$k_La=(8.1297\times10^{-5})(81.031)=0.0065875$ 1/s≒$\boxed{6.59\times10^{-3}\ \mathrm{1/s}}$

$C_T(=C_{av})$≒$(\rho/M)_w=(1000/18\times10^{-3})=55555$ mol/m^3

$H=(P_T/C_T)m=(101325/55555)(0.75)=1.3679$ Pa/(mol/m^3)

$K_La=1/[(1/k_La)+(1/Hk_Ga)]=1/[(1/0.0065875)+(1/1.3679)(1/0.0022781)]=0.0021154$ 1/s≒$\boxed{2.12\times10^{-3}\ \mathrm{1/s}}$

$N_V=K_La(C_1-C_2)=K_LaC_T(x_1-x_2)=(0.0021154)(55555)(8-0.1)(10^{-2})=9.2841$ mol/(m^3・s)

$V_b=\pi(D_T/2)^2Z=\pi(0.07/2)^2(0.7)=0.0026939$ m^3

$W_A=N_VV_b=(9.2841)(0.0026939)=0.025010$ mol/s≒$\boxed{25.0\ \mathrm{mmol/s}}$

(恩田式)$L=(L/G)G=(2.5)(1.5)=3.75$ kg/(m^2・s)

$Re_L=L/a_t\mu_L=(3.75)/[(190)(0.001)]=19.736$

$Fr=a_tL^2/\rho_L{}^2g=(190)(3.75)^2/[(1000)^2(9.81)]=2.7236\times10^{-4}$

$We=L^2/\rho_L\sigma a_t=(3.75)^2/[(1000)(0.072)(190)]=0.0010279$

$a_w/a_t=1-\exp[-1.45Re_L{}^{0.1}Fr^{-0.05}We^{0.2}(\sigma_c/\sigma)^{0.75}]$

$=1-\exp[-(1.45)(19.736)^{0.1}(2.7236\times10^{-4})^{-0.05}(0.0010279)^{0.2}(0.061/0.072)^{0.75}]=0.48156$

$a_w=(a_w/a_t)a_t=(0.48156)(190)=91.496$ m^2/m^3

$Re_G=G/a_t\mu_G=(1.5)/[(190)(18\times10^{-6})]=438.59$

$Sc_G=\mu_G/\rho_G\mathfrak{D}_G=(18\times10^{-6})/[(1.2)(2.3\times10^{-5})]=0.65217$

$a_tD_p=(190)(1)^{\mathrm{in}}(2.54)^{\mathrm{cm/in}}(0.01)^{\mathrm{m/cm}}=4.8260$

$Sh_G(=k_GRT/a_t\mathfrak{D}_G)=5.23Re_G{}^{0.7}Sc_G{}^{1/3}(a_tD_p)^{-2.0}=(5.23)(438.59)^{0.7}(0.65217)^{1/3}(4.8260)^{-2.0}=13.768$

$k_G=Sh_G(a_t\mathfrak{D}_G/RT)=(13.768)(190)(2.3\times10^{-5})/[(8.314)(298.15)]=2.4272\times10^{-5}$ mol/(m^2・s・Pa)

$k_Ga=k_Ga_w=(2.4272\times10^{-5})(91.496)=0.0022207$ mol/(m^3・s・Pa)≒$\boxed{2.22\times10^{-3}\ \mathrm{mol/(m^3\cdot s\cdot Pa)}}$

$Sc_L=\mu_L/\rho_L\mathfrak{D}_L=(0.001)/[(1000)(1.6\times10^{-9})]=625$

$Sh_L(=k_L(\rho_L/\mu_L g)^{1/3})=0.0051Re_L^{2/3}Sc_L^{-1/2}(a_tD_p)^{0.4}=(0.0051)(19.736)^{2/3}(625)^{-1/2}(4.8260)^{0.4}=0.0027962$

$k_L=(Sh_L)(\rho_L/\mu_L g)^{-1/3}=(0.0027962)[1000/(0.001)(9.81)]^{-1/3}=5.9858\times10^{-5}$ m/s

$k_La=k_La_w=(5.9858\times10^{-5})(91.496)=0.0054767$ 1/s≒$\boxed{5.48\times10^{-3}\ 1/s}$

$C_T(=C_{av})$≒$(\rho/M)_w=(1000/18\times10^{-3})=55555$ mol/m^3

$H=(P_T/C_T)m=(101325/55555)(0.75)=1.3679$ Pa/(mol/m^3)

$K_La=1/[(1/k_La)+(1/Hk_Ga)]=1/[(1/0.0054767)+(1/1.3679)(1/0.0022207)]=0.0019539$ 1/s≒$\boxed{1.95\times10^{-3}\ 1/s}$

$N_V=K_La(C_1-C_2)=K_LaC_T(x_1-x_2)=(0.0019539)(55555)(8-0.1)(10^{-2})=8.5753$ mol/(m^3・s)

$V_b=\pi(D_T/2)^2Z=\pi(0.07/2)^2(0.7)=0.0026939$ m^3

$W_A=N_VV_b=(8.5753)(0.0026939)=0.023101$ mol/s≒$\boxed{23.1\ mmol/s}$

(3)　(疋田式)$L=(L/G)G=(2.5)(3.0)=7.5$ kg/(m^2・s)

$D_p=(1)^{in}(2.54)^{cm/in}(0.01)^{m/cm}=0.0254$ m

$D_{pe}=1.26D_p=(1.26)(0.0254)=0.032004$ m

$n=-0.00543D_p^{-0.98}=-(0.00543)(0.0254)^{-0.98}=-0.19863$

$a/a_t=CL^{0.455}(1000\sigma)^n=(0.768)(7.5)^{0.455}[(1000)(0.072)]^{-0.19863}=0.82147$

$a=(a/a_t)a_t=(0.82147)(249)=204.54$ m^2/m^3

$Re_G=D_{pe}G/\mu_G(1-\varepsilon)=(0.032004)(3.0)/[(18\times10^{-6})(1-0.68)]=16668$

$Sc_G=\mu_G/\rho_G\mathfrak{D}_G=(18\times10^{-6})/[(1.2)(1.6\times10^{-5})]=0.93750$

$Sh_G(=k_Gp_{B,lm}/G_M)=1.02Re_G^{-0.35}Sc_G^{-2/3}=(1.02)(16668)^{-0.35}(0.93750)^{-2/3}=0.035450$

$y_{av}=(y_1+y_2)/2=(0.04+0.01)(10^{-2})/2=0.00025$

$M_{av}=M_Ay_{av}+M_B(1-y_{av})=(44)(0.00025)+(28.8)(1-0.00025)=28.803$ g/mol

$G_M=G/M_{av}=3.0^{kg/(m2\cdot s)}/0.028803^{kg/mol}=104.15$ mol/(m^2・s)

$p_{A1}=P_Ty_{A1}=(1)^{atm}(0.0004)=0.0004$ atm

$p_{A2}=P_Ty_{A2}=(1)^{atm}(0.0001)=0.0001$ atm

$p_{B1}=P_T-p_{A1}=1-0.0004=0.9996$ atm

$p_{B2}=P_T-p_{A2}=1-0.0001=0.9999$ atm

$p_{B,lm}=(p_{B1}-p_{B2})/\ln(p_{B1}/p_{B2})=(0.9996-0.9999)/\ln(0.9996/0.9999)=(0.99974)^{atm}(101325)^{Pa/atm}=101298$ Pa

$k_G=Sh_G(G_M/p_{B,lm})=(0.035450)(104.15/101298)=3.6448\times10^{-5}$ mol/(m^2・s・Pa)

$k_Ga=(3.6448\times10^{-5})(204.54)=0.0074550$ mol/(m^3・s・Pa)≒$\boxed{7.46\times10^{-3}\ mol/(m^3\cdot s\cdot Pa)}$

$Re_L=4L/a_t\mu_L=(4)(7.5)/[(249)(0.001)]=120.48$

$Sc_L=\mu_L/\rho_L\mathfrak{D}_L=(0.001)/[(1000)(1.8\times10^{-9})]=555.55$

$Ga=\rho_L^2gD_p^3/\mu_L^2=(1000)^2(9.81)(0.0254)^3/(0.001)^2=1.6075\times10^8$

$Sh_L=CRe_L^{0.45}Sc_L^{0.5}Ga^{1/6}=(0.37)(120.48)^{0.45}(555.55)^{0.5}(1.6075\times10^8)^{1/6}=1756.5$

$k_L=(Sh_L)(\mathfrak{D}_L/D_p)=(1756.5)(1.8\times10^{-9}/0.0254)=1.2447\times10^{-4}$ m/s

$k_La=(1.2447\times10^{-4})(204.54)=0.025459$ 1/s≒$\boxed{2.54\times10^{-2}\ 1/s}$

$C_T(=C_{av})$≒$(\rho/M)_w=(1000/18\times10^{-3})=55555$ mol/m^3

$H=(P_T/C_T)m=(101325/55555)(1640)=2991.1$ Pa/(mol/m^3)

$K_La=1/[(1/k_La)+(1/Hk_Ga)]=1/[(1/0.025459)+(1/2991.1)(1/0.0074550)]=0.025429$ 1/s≒$\boxed{2.54\times10^{-2}\ 1/s}$

$N_V=K_La(C_1-C_2)=K_LaC_T(x_1-x_2)=(0.025429)(55555)(0.04-0.01)(10^{-2})=0.42381$ mol/(m^3・s)

$V_b=\pi(D_T/2)^2Z=\pi(0.07/2)^2(0.7)=0.0026939$ m^3

$W_A=N_VV_b=(0.42381)(0.0026939)=0.0011417$ mol/s≒$\boxed{1.14 \text{ mmol/s}}$

(恩田式)$L=(L/G)G=(2.5)(3.0)=7.5$ kg/(m^2・s)

$Re_L=L/a_t\mu_L=(7.5)/[(249)(0.001)]=30.120$

$Fr=a_tL^2/\rho_L{}^2g=(249)(7.5)^2/[(1000)^2(9.81)]=0.0014277$

$We=L^2/\rho_L\sigma a_t=(7.5)^2/[(1000)(0.072)(249)]=0.0031375$

$a_w/a_t=1-\exp[-1.45Re_L{}^{0.1}Fr^{-0.05}We^{0.2}(\sigma_c/\sigma)^{0.75}]$

$=1-\exp[-(1.45)(30.120)^{0.1}(0.0014277)^{-0.05}(0.0031375)^{0.2}(0.061/0.072)^{0.75}]=0.54550$

$a_w=(a_w/a_t)a_t=(0.54550)(249)=135.82$ m^2/m^3

$Re_G=G/a_t\mu_G=(3.0)/[(249)(18\times10^{-6})]=669.34$

$Sc_G=\mu_G/\rho_G\mathfrak{D}_G=(18\times10^{-6})/[(1.2)(1.6\times10^{-5})]=0.93750$

$a_tD_p=(249)(1)^{\text{in}}(2.54)^{\text{cm/in}}(0.01)^{\text{m/cm}}=6.3246$

$Sh_G(=k_GRT/a_t\mathfrak{D}_G)=5.23Re_G{}^{0.7}Sc_G{}^{1/3}(a_tD_p)^{-2.0}=(5.23)(669.34)^{0.7}(0.93750)^{1/3}(6.3246)^{-2.0}=12.542$

$k_G=Sh_G(a_t\mathfrak{D}_G/RT)=(12.542)(249)(1.6\times10^{-5})/[(8.314)(298.15)]=2.0157\times10^{-5}$ mol/(m^2・s・Pa)

$k_Ga=k_Ga_w=(2.0157\times10^{-5})(135.82)=0.0027377$ mol/(m^3・s・Pa)≒$\boxed{2.74\times10^{-3} \text{ mol/(m}^3\text{・s・Pa)}}$

$Sc_L=\mu_L/\rho_L\mathfrak{D}_L=(0.001)/[(1000)(1.8\times10^{-9})]=555.55$

$Sh_L(=k_L(\rho_L/\mu_Lg)^{1/3})=0.0051Re_L{}^{2/3}Sc_L{}^{-1/2}(a_tD_p)^{0.4}=(0.0051)(30.120)^{2/3}(555.55)^{-1/2}(6.3246)^{0.4}=0.0043805$

$k_L=(Sh_L)(\rho_L/\mu_Lg)^{-1/3}=(0.0043805)[1000/(0.001)(9.81)]^{-1/3}=9.3773\times10^{-5}$ m/s

$k_La=k_La_w=(9.3773\times10^{-5})(135.82)=0.012736$ 1/s≒$\boxed{1.27\times10^{-2} \text{ 1/s}}$

$C_T(=C_{av})$≒$(\rho/M)_w=(1000/18\times10^{-3})=55555$ mol/m^3

$H=(P_T/C_T)m=(101325/55555)(1640)=2991.1$ Pa/(mol/m^3)

$K_La=1/[(1/k_La)+(1/Hk_Ga)]=1/[(1/0.012736)+(1/2991.1)(1/0.0027377)]=0.012716$ 1/s≒$\boxed{1.27\times10^{-2} \text{ 1/s}}$

$N_V=K_La(C_1-C_2)=K_LaC_T(x_1-x_2)=(0.012716)(55555)(0.04-0.01)(10^{-2})=0.21193$ mol/(m^3・s)

$V_b=\pi(D_T/2)^2Z=\pi(0.07/2)^2(0.7)=0.0026939$ m^3

$W_A=N_VV_b=(0.21193)(0.0026939)=0.00057091$ mol/s≒$\boxed{0.571 \text{ mmol/s}}$

(4) $u_G=(270/3600)/[\pi(1/2)^2]=0.095492$ m/s

$\nu_L=\mu_L/\rho_L=0.001/1000=10^{-6}$ m^2/s

$Sc_L=\nu_L/\mathfrak{D}_L=10^{-6}/2.1\times10^{-9}=476.19$

$Bo=\rho_LgD_T{}^2/\sigma=(1000)(9.81)(1)^2/(0.072)=136250$

$Ga=\rho_LgD_T{}^3/\mu_L{}^2=gD_T{}^3/\nu_L{}^2=(9.81)(1)^3/(10^{-6})^2=9.8100\times10^{12}$

$Fr=u_G/(gD_T)^{1/2}=(0.095492)/[(9.81)(1)]^{1/2}=0.030488$

$\varepsilon_g/(1-\varepsilon_g)^4=0.2Bo^{1/8}Ga^{1/12}Fr=(0.2)(136250)^{1/8}(9.8100\times10^{12})^{1/12}(0.030488)=0.32328$

$\varepsilon_g=0.16054$(数値解)

$Sh=0.6Sc_L{}^{0.5}Bo^{0.62}Ga^{0.31}\varepsilon_g{}^{1.1}=(0.6)(476.19)^{0.5}(136250)^{0.62}(9.8100\times10^{12})^{0.31}(0.16054)^{1.1}=2.8437\times10^7$

K_La≒$k_La=ShD_L/D_T{}^2=(2.8437\times10^7)(2.1\times10^{-9})/(1)^2=0.059717$ s^{-1}≒$\boxed{0.0597 \text{ s}^{-1}}$

$N_{V,\max}=K_La(C^*-C)=(0.059717)(0.263-0)=0.015705$ mol/(m^3・s)

$V_M=V/(1-\varepsilon_g)=4/(1-0.16054)=4.7649$ m^3

$W_{A,\max}=N_{V,\max}V_M=(0.015705)(4.7649)=0.074832$ mol/s≒$\boxed{74.8 \text{ mmol/s}}$

(5)　(八木・吉田式)$S=\pi(D_T/2)^2=\pi(0.300/2)^2=0.070685$ m^2

$V=SH=(0.070685)(0.300)=0.021205$ m^3

$Q_g=(Q_g/V)^{\mathrm{vvm}}V^{\mathrm{m3}}=(1)^{1/\mathrm{min}}(0.021205)^{\mathrm{m3}}=(0.021205)^{\mathrm{m3/min}}(1/60)^{\mathrm{min/s}}=0.00035341$ m^3/s

$U_g=Q_g/S=0.00035341/0.070685=0.0049997$ m/s

$\nu_L=\mu_L/\rho_L=0.001/1000=10^{-6}$ m^2/s

$Re=\rho nd^2/\mu=nd^2/\nu=(240/60)(0.150)^2/(10^{-6})=90000$

$Sc_L=\nu_L/\mathscr{D}_L=10^{-6}/2.1\times10^{-9}=476.19$

$Fr=n^2d/g=(240/60)^2(0.150)/(9.81)=0.24464$

$We=\mu_L U_g/\sigma=(0.001)(0.0049997)/(0.072)=6.9440\times10^{-5}$

$nd/U_g=(240/60)(0.150)/(0.0049997)=120.00$

$Sh(=k_La d^2/\mathscr{D}_L)=0.060Re^{1.5}Sc_L^{0.5}Fr^{0.19}We^{0.6}(nd/U_g)^{0.32}$

$=(0.060)(90000)^{1.5}(476.19)^{0.5}(0.24464)^{0.19}(6.9440\times10^{-5})^{0.6}(120.00)^{0.32}=4.0043\times10^5$

$k_La=Sh(\mathscr{D}_L/d^2)=(4.0043\times10^5)(2.1\times10^{-9})/(0.150)^2=0.037373$ 1/s

$K_La\fallingdotseq k_La=0.037373$ s$^{-1}\fallingdotseq\boxed{0.0374\ \mathrm{s}^{-1}}$

$N_{V,max}=K_La(C^*-C)=(0.037373)(0.263-0)=0.0098290$ mol/(m^3・s)

$N_A=Q_g/nd^3=(0.00035341)/[(240/60)(0.150)^3]=0.026178$

$\varepsilon_g=0.105N_ARe^{0.1}Fr^{0.5}=(0.105)(0.026178)(90000)^{0.1}(0.24464)^{0.5}=0.0042541$ (タービン翼ではないが計算した)

$V_M=V/(1-\varepsilon_g)=0.021205/(1-0.0042541)=0.021295$ m^3

$W_{A,max}=N_{V,max}V_M=(0.0098290)(0.021295)=2.0930\times10^{-4}$ mol/s$\fallingdotseq\boxed{0.209\ \mathrm{mmol/s}}$

(Van't Riet 式)$S=\pi(D_T/2)^2=\pi(0.300/2)^2=0.070685$ m^2

$V=SH=(0.070685)(0.300)=0.021205$ m^3

$Q_g=(Q_g/V)^{\mathrm{vvm}}V^{\mathrm{m3}}=(1)^{1/\mathrm{min}}(0.021205)^{\mathrm{m3}}=(0.021205)^{\mathrm{m3/min}}(1/60)^{\mathrm{min/s}}=0.00035341$ m^3/s

$U_g=Q_g/S=0.00035341/0.070685=0.0049997$ m/s

$P=N_p\rho n^3d^5=(1.7)(1000)(240/60)^3(0.150)^5=8.2620$ W

$N_A=Q_g/nd^3=(0.00035341)/[(240/60)(0.150)^3]=0.026178(<0.035)$

$P_g/P=1-12.6N_A=1-(12.6)(0.026178)=0.67015$

$P_g=(P_g/P)P=(0.67015)(8.2620)=5.5367$ W

$P_g/V=5.5367/0.021205=261.10$ W/m^3

$k_La=0.026(P_g/V)^{0.4}U_g^{0.5}=(0.026)(261.10)^{0.4}(0.0049997)^{0.5}=0.017028$ s^{-1}

$K_La\fallingdotseq k_La=0.017028$ s$^{-1}\fallingdotseq\boxed{0.0170\ \mathrm{s}^{-1}}$

$N_{V,max}=K_La(C^*-C)=(0.017028)(0.263-0)=0.0044783$ mol/(m^3・s)

$Re=\rho nd^2/\mu=(1000)(240/60)(0.150)^2/(0.001)=90000$

$Fr=n^2d/g=(240/60)^2(0.150)/(9.81)=0.24464$

$\varepsilon_g=0.105N_ARe^{0.1}Fr^{0.5}=(0.105)(0.026178)(90000)^{0.1}(0.24464)^{0.5}=0.0042541$ (タービン翼ではないが計算した)

$V_M=V/(1-\varepsilon_g)=0.021205/(1-0.0042541)=0.021295$ m^3

$W_{A,max}=N_{V,max}V_M=(0.0044783)(0.021295)=9.5365\times10^{-5}$ mol/s$\fallingdotseq\boxed{0.0954\ \mathrm{mmol/s}}$

(6)　(d_p の計算)$\Delta\rho=1000-875=125$ kg/m^3

$Bo=\Delta\rho g d_N^2/\sigma=(125)(9.81)(0.0025)^2/(0.025)=0.30656(<0.616)$

$d_N/d_J=1+0.485Bo=1+(0.485)(0.30656)=1.1486$

$d_J=d_N/(d_N/d_J)=0.0025/1.1486=0.0021765$ m≒2.18 mm

$d_p=1.92d_J=(1.92)(0.0021765)=0.0041788$ m≒4.18 mm

(Re_C および u_t の計算)$P=\rho_C{}^2\sigma^3/(g\mu_C{}^4\Delta\rho)=(1000)^2(0.025)^3/[(9.81)(0.001)^4(125)]=1.2742\times10^{10}$

$d_{pc}=(7.19)(\sigma/g\Delta\rho P^{0.15})^{0.5}=(7.19)[(0.025)/(9.81)(125)(1.2742\times10^{10})^{0.15}]^{0.5}=0.0056691$ m(≒5.67 mm)(>d_p)

$C_DWeP^{0.15}=(4gd_p\Delta\rho/3u_t{}^2\rho_C)(d_pu_t{}^2\rho_C/\sigma)P^{0.15}=(4/3)(gd_p{}^2\Delta\rho/\sigma)P^{0.15}$

$=(4/3)[(9.81)(0.0041788)^2(125)/(0.025)](1.2742\times10^{10})^{0.15}=37.451$

$C_DWeP^{0.15}=0.045(Re_C/P^{0.15}+0.75)^{2.37}$

$Re_C=P^{0.15}[(C_DWeP^{0.15}/0.045)^{1/2.37}-0.75]=(1.2742\times10^{10})^{0.15}[(37.451/0.045)^{1/2.37}-0.75]=535.10$≒535

$v_C=\mu_C/\rho_C=0.001/1000=10^{-6}$ m²/s

$u_t=Re_C(v_C/d_p)=(535.10)(10^{-6}/4.1788\times10^{-3})=0.12805$ m/s≒0.128 m/s

(V_0 の計算)$u_N(=u_M)=2.69(d_J/d_N)^2[(\sigma/d_J)/(0.5137\rho_D+0.4719\rho_C)]^{0.5}$

$=(2.69)(1/1.1486)^2[(0.025/0.0021765)/\{(0.5137)(875)+(0.4719)(1000)\}]^{0.5}=0.22765$ m/s

$V_0=0.0268d_p{}^2\Delta\rho gu_N{}^{0.64}/(\mu_C{}^{0.19}\ d_N{}^{0.74})$

$=(0.0268)(0.0041788)^2(125)(9.81)(0.22765)^{0.64}/[(0.001)^{0.19}(0.0025)^{0.74}]=0.069661$ m/s≒0.0697 m/s

(ϕ_D および a の計算)$u_D/\phi_D+u_C/(1-\phi_D)=V_0(1-\phi_D)$

$u_DS/\phi_D+u_CS/(1-\phi_D)=V_0S(1-\phi_D)$

$Q_D/\phi_D+Q_C/(1-\phi_D)=V_0S(1-\phi_D)$

$(w_D/\rho_D)/\phi_D+(w_C/\rho_C)/(1-\phi_D)=V_0S(1-\phi_D)$

$[(20000/3600)/875]/\phi_D+[(10000/3600)/1000]/(1-\phi_D)=(0.069661\pi)(1/2)^2(1-\phi_D)$

$(2/375)/\phi_D+(1/360)/(1-\phi_D)=(0.054711)(1-\phi_D)$

$\phi_D=0.11828$≒0.118(数値解)

$a=6\phi_D/d_p=(6)(0.11828/0.0041788)=169.82$ m²/m³≒170 m²/m³

(k_Da の計算)$V_T=SZ=\pi(1/2)^2(10)=7.8539$ m³

$\tau=V_T\phi_D/Q_D=(V_T\phi_D)/(w_D/\rho_D)=(7.8539)(0.11828)/[(20000/3600)/875]=146.31$ s

$Pe_D=d_pu_t/\mathfrak{D}_D=(0.0041788)(0.12805)/(2.4\times10^{-9})=222956$

$P=\rho_C{}^2\sigma^3/(g\mu_C{}^4\Delta\rho)=(1000)^2(0.025)^3/[(9.81)(0.001)^4(125)]=1.2742\times10^{10}$

$Sh_D=0.264(Pe_D/\tau)^{0.14}Re_C{}^{0.68}P^{0.10}=(0.264)(222956/146.31)^{0.14}(535.10)^{0.68}(1.2742\times10^{10})^{0.10}=540.84$

$k_D=Sh_D(\mathfrak{D}_D/d_p)=(540.84)(2.4\times10^{-9}/0.0041788)=3.1061\times10^{-4}$ m/s≒3.11×10^{-4} m/s

$k_Da=(3.1061\times10^{-4})(169.82)=0.052747$ 1/s≒$\boxed{0.0527\ \text{1/s}}$

(k_Ca の計算)$Sc_C=v_C/\mathfrak{D}_C=10^{-6}/1.0\times10^{-9}=1000$

$Sh_C=-126+1.8Re_C{}^{1/2}Sc_C{}^{0.42}=-126+(1.8)(535.10)^{1/2}(1000)^{0.42}=631.68$

$k_C=Sh_C(\mathfrak{D}_C/d_p)=(631.68)(1.0\times10^{-9}/0.0041788)=1.5116\times10^{-4}$ m/s

$k_Ca=(1.5116\times10^{-4})(169.82)=0.025669$ 1/s≒$\boxed{0.0257\ \text{1/s}}$

($K_{OC}a$ の計算)$1/K_{OC}a=1/k_Ca+m/k_Da=(1/0.025669)+(0.715/0.052747)=52.512$ s

$K_{OC}a=0.019043$ 1/s≒$\boxed{0.0190\ \text{1/s}}$

(W_A の計算)$M_{av,1}=(0.10)(73)+(0.90)(18)=23.5$

$M_{av,2}=(0.01)(73)+(0.99)(18)=18.55$

$C_{av}=\rho_C/M_{av}=[(\rho_C/M_{av,1})+(\rho_C/M_{av,2})]/2=[(1000/0.0235)+(1000/0.01855)]/2=48230$ mol/m^3

$N_V=K_{OC}a(C_C-C_C^*)=K_{OC}aC_{av}(x_C-x_C^*)=(0.019043)(48230)(0.10-0.01)=82.659$ mol/(m^3・s)

$V_M=SH=\pi(1/2)^2(10)=7.8539$ m^3

$W_A=N_VV_M=(82.659)(7.8539)=649.19$ mol/s≒$\boxed{649\ \mathrm{mol/s}}$(値が大き過ぎるため条件変更を要する)

(7) (ϕ_Dの計算)$Q_C=(10000/3600)/1000=0.0027777$ m^3/s

$Q_D=(10000/3600)/875=0.0031746$ m^3/s

$\phi_D=Q_D/(Q_C+Q_D)=0.0031746/(0.0027777+0.0031746)=0.53334$≒0.533

$\rho_M=\rho_C(1-\phi_D)+\rho_D\phi_D=(1000)(1-0.53334)+(875)(0.53334)=933.33$ kg/m^3≒933 kg/m^3

$P=N_p\rho_Mn^3d^5=(1.7)(933.33)(180/60)^3(0.300)^5=104.10$ W

$P/[g(Q_C+Q_D)]=104.10/[(9.81)(0.0027777+0.0031746)]=1782$ kg/m^2(>1000)

(aおよびd_pの計算)$We=\rho_Cn^2d^3/\sigma=(1000)(180/60)^2(0.300)^3/(0.025)=9720$

$a=25.4\phi_D^{0.5}We^{0.6}/d=(25.4)(0.53334)^{0.5}(9720)^{0.6}/(0.300)=15269$ m^2/m^3≒15300 m^2/m^3

$d_p=6\phi_D/a=(6)(0.53334)/(15269)=0.00020957$ m≒0.210 mm

(Re_Cの計算)$\Delta\rho=1000-875=125$ kg/m^3

$P=\rho_C^2\sigma^3/(g\mu_C^4\Delta\rho)=(1000)^2(0.025)^3/[(9.81)(0.001)^4(125)]=1.2742\times10^{10}$

$d_{pc}=(7.19)(\sigma/g\Delta\rho P^{0.15})^{0.5}=(7.19)[(0.025)/(9.81)(125)(1.2742\times10^{10})^{0.15}]^{0.5}=0.0056691$ m(≒5.67 mm)(>d_p)

$C_DWeP^{0.15}=(4gd_p\Delta\rho/3u_t^2\rho_C)(d_pu_t^2\rho_C/\sigma)P^{0.15}=(4/3)(gd_p^2\Delta\rho/\sigma)P^{0.15}$

$=(4/3)[(9.81)(0.00020957)^2(125)/(0.025)](1.2742\times10^{10})^{0.15}=0.094193$

$C_DWeP^{0.15}=0.045(Re_C/P^{0.15}+0.75)^{2.37}$

$Re_C=P^{0.15}[(C_DWeP^{0.15}/0.045)^{1/2.37}-0.75]=(1.2742\times10^{10})^{0.15}[(0.094193/0.045)^{1/2.37}-0.75]=20.191$≒20.2

(k_Daの計算)Sh_D≒6.6 (十分な時間経過後を仮定)

$k_D=Sh_D(\mathscr{D}_D/d_p)=(6.6)(2.4\times10^{-9}/2.0957\times10^{-4})=0.75583\times10^{-6}$ m/s≒0.756×10^{-6} m/s

$k_Da=(0.75583\times10^{-6})(15269)=0.011540$ 1/s≒$\boxed{0.0115\ \mathrm{1/s}}$

(k_Caの計算)$\nu_C=\mu_C/\rho_C=0.001/1000=10^{-6}$ m^2/s

$Re_C=\rho_Cnd^2/\mu_C=nd^2/\nu_C=(180/60)(0.300)^2/10^{-6}=270000$

$Sc_C=\nu_C/\mathscr{D}_C=10^{-6}/1.0\times10^{-9}=1000$

$Fr=n^2d/g=(180/60)^2(0.300)/(9.81)=0.27522$

$Bo=\rho_Dgd_p^2/\sigma=(875)(9.81)(0.00020957)^2/(0.025)=0.015079$

$d/d_p=0.300/0.00020957=1431.5$

$d_p/D_T=0.00020957/0.600=3.4928\times10^{-4}$

$Sh_C=1.237\times10^{-5}Re_C^{2/3}Sc_C^{1/3}Fr^{5/12}Bo^{5/4}(d/d_p)^2(d_p/D_T)^{1/2}\phi_D^{-1/2}$

$=1.237\times10^{-5}(270000)^{2/3}(1000)^{1/3}(0.27522)^{5/12}(0.015079)^{5/4}(1431.5)^2(3.4928\times10^{-4})^{1/2}(0.53334)^{-1/2}=83.646$

$k_C=Sh_C(\mathscr{D}_C/d_p)=(83.646)(1.0\times10^{-9}/0.00020957)=0.00039913$ m/s

$k_Ca=(0.00039913)(15269)=6.0943$ 1/s≒$\boxed{6.09\ \mathrm{1/s}}$

($K_{OC}a$の計算)$1/K_{OC}a=1/k_Ca+m/k_Da=(1/6.0943)+(0.715/0.011540)=62.122$ s

$K_{OC}a=0.016097$ 1/s≒$\boxed{0.0161\ \mathrm{1/s}}$

(W_Aの計算)$M_{av,1}=(0.10)(73)+(0.90)(18)=23.5$

$M_{av,2}=(0.01)(73)+(0.99)(18)=18.55$

$C_{av}=\rho_C/M_{av}=[(\rho_C/M_{av,1})+(\rho_C/M_{av,2})]/2=[(1000/0.0235)+(1000/0.01855)]/2=48230$ mol/m^3

$N_V=K_{OC}a(C_C-C_C^*)=K_{OC}aC_{av}(x_C-x_C^*)=(0.016097)(48230)(0.10-0.01)=69.872$ mol/(m^3･s)

$V_M=\pi D_T^2H/4=\pi(0.600)^2(0.600)/4=0.16964$ m^3

$W_A=N_VV_M=(69.872)(0.16964)=11.853$ mol/s≒$\boxed{11.9\ \mathrm{mol/s}}$

(8) (βk_sa の計算)$D_K=97.0r_e(T/M_A)^{0.5}=(97.0)(0.8\times10^{-6}/2)(298.15/92)^{0.5}=6.9848\times10^{-5}$ m^2/s

$1/D_N=1/D_K+1/D_M=1/6.9848\times10^{-5}+1/0.8\times10^{-5}=1.3931\times10^5$ s/m^2

$D_N=1/1.3931\times10^5=7.1782\times10^{-6}$ m^2/s

$D_e=(\varepsilon_p/\tau)D_N=(0.4/3.4)(7.1782\times10^{-6})=8.4449\times10^{-7}$ m^2/s

$D_i=D_e+D_s\rho_p\beta$≒$D_e=8.4449\times10^{-7}$ m^2/s

$\beta k_sa=39.5D_i(1-\varepsilon)/(\rho_pd_p^2)=(39.5)(8.4449\times10^{-7})(1-0.5)/[(1500)(0.004)^2]=0.00069494$ 1/s≒$\boxed{0.000695\ \mathrm{1/s}}$

(k_fa の計算)$\nu=\mu/\rho=18\times10^{-6}/1.2=1.5\times10^{-5}$

$Sc=\mu/\rho\mathfrak{D}=\nu/\mathfrak{D}=1.5\times10^{-5}/0.8\times10^{-5}=1.875$

$Re=d_pG/\mu(1-\varepsilon)=d_pu\rho/\mu(1-\varepsilon)=d_pu/\nu(1-\varepsilon)=(0.004)(0.1)/[(1.5\times10^{-5})(1-0.5)]=53.333$

$J=1.77Re^{-0.44}=(1.77)(53.333)^{-0.44}=0.30767$

$Sh=JReSc^{1/3}=(0.30767)(53.333)(1.875)^{1/3}=20.233$

$k_f=Sh(\mathfrak{D}/d_p)=(20.233)(0.8\times10^{-5}/0.004)=0.040466$ m/s

$a=6(1-\varepsilon)/\phi_Cd_p=(6)(1-0.5)/[(1)(0.004)]=750$ m^2/m^3

$k_fa=(0.040466)(750)=30.349$ 1/s

(K_Fa の計算)$1/K_Fa=1/k_fa+1/\beta k_sa\rho_p=1/30.349+1/(0.00069494)(1500)=0.99226$ s

$K_Fa=1/0.99226=1.0078$ 1/s≒$\boxed{1.01\ \mathrm{1/s}}$

(W_A の計算)$C=(20^{\mathrm{mg/L}}/92000^{\mathrm{mg/mol}})(1000)^{\mathrm{L/m3}}=0.21739$ mol/m^3

$C^*=(1^{\mathrm{mg/L}}/92000^{\mathrm{mg/mol}})(1000)^{\mathrm{L/m3}}=0.010869$ mol/m^3

$N_V=K_Fa(C-C^*)=(2.6415)(0.21739-0.010869)=0.54552$ mol/(m^3･s)

$V_T=\pi(D_T/2)^2Z=\pi(0.1/2)^2(1)=0.0078539$ m^3

$W_A=N_VV_T=(0.54552)(0.0078539)=0.0042844$ mol/s≒$\boxed{4.28\ \mathrm{mmol/s}}$

(9) (Levins & Glastonbury 式)$P=N_p\rho_{sl}n^3d^5=(0.32)(2000)(600/60)^3(0.100)^5=6.4$ W

$V=\pi D_T^2H/4=\pi(0.300)^2(0.300)/4=0.021205$ m^3

$\varepsilon_T=P/(\rho_{sl}V)=6.4/[(2000)(0.021205)]=0.15090$ W/kg

$L_{av}=(L_s+L_p)/2=(0.0001+0.001)/2=5.5\times10^{-4}$ m

$\nu=\mu/\rho=0.001/1100=9.0909\times10^{-7}$ m^2/s

$Re=\varepsilon_T^{1/3}L_{av}^{4/3}/\nu=(0.15090)^{1/3}(5.5\times10^{-4})^{4/3}/(9.0909\times10^{-7})=26.390$

$Sc=\nu/\mathfrak{D}=(9.0909\times10^{-7})/(1.3\times10^{-9})=699.3$

$Sh=2+0.5Re^{0.62}Sc^{1/3}=2+(0.5)(26.390)^{0.62}(699.3)^{1/3}=35.766$

$k_{d0}=(Sh)(\mathfrak{D}/L_{av})=(35.766)(1.3\times10^{-9}/5.5\times10^{-4})=8.4537\times10^{-5}$ m/s

$k_d=k_{d0}\exp[-\Delta E_d/(RT_{av})]=(8.4537\times10^{-5})\exp[-(15000)/\{(8.314)(313.15)\}]=2.6601\times10^{-7}$ m/s≒2.66×10^{-7} m/s

$k_r=1.24\times10^{11}\exp(-17.2\times10^3/RT)=1.24\times10^{11}\exp[(-17.2\times10^3)/(1.987)(313.15))]=0.12257$ m/s≒0.122 m/s

$1/K_G=1/k_d+1/k_r=1/2.6601\times10^{-7}+1/0.12257=3.7592\times10^6$ s/m

$K_G=2.6601\times10^{-7}$ m/s≒2.66×10^{-7} m/s

$R_{m,max}=K_G(C-C^*)^g=(2.6601\times10^{-7})(300-150)^1=3.9901\times10^{-5}$ kg/(m^2・s)≒3.99×10^{-5} kg/(m^2・s)

$G_{max}=R_{m,max}/[3\rho_c(\phi_V/\phi_S)]=(3.9901\times10^{-5})/[(3)(2660)(1/6)]=3.0000\times10^{-8}$ m/s≒$\boxed{3.00\times10^{-8}\ \mathrm{m/s}}$

(石井・藤田式)$L_{av}=(L_s+L_p)/2=(0.0001+0.001)/2=5.5\times10^{-4}$ m

$v=\mu/\rho=0.001/1100=9.0909\times10^{-7}$ m^2/s

$Re_0=N_p^{1/3}nd^{5/3}L_{av}^{4/3}/(D_Tv)=(0.32)^{1/3}(600/60)(0.100)^{5/3}(5.5\times10^{-4})^{4/3}/[(1)(9.0909\times10^{-7})]=7.3045(<100)$

$Sc=v/\mathcal{D}=9.0909\times10^{-7}/1.3\times10^{-9}=699.3$

$Sh=0.100Re_0^{0.690}Sc^{0.5}=(0.100)(7.3045)^{0.690}(699.3)^{0.5}=10.428$

$k_{d0}=(Sh)(\mathcal{D}/L_{av})=(10.428)(1.3\times10^{-9}/5.5\times10^{-4})=2.4648\times10^{-5}$ m/s

$k_d=k_{d0}\exp[-\Delta E_d/(RT_{av})]=(2.4648\times10^{-5})\exp[-15000/(8.314)(313.15)]=7.7559\times10^{-8}$ m/s≒7.76×10^{-8} m/s

$k_r=1.24\times10^{11}\exp(-17.2\times10^3/RT)=1.24\times10^{11}\exp[(-17.2\times10^3)/(1.987)(313.15))]=0.12257$ m/s≒0.122 m/s

$1/K_G=1/k_d+1/k_r=1/7.7559\times10^{-8}+1/0.12257=1.2893\times10^7$ s/m

$K_G=7.7561\times10^{-8}$ m/s≒7.76×10^{-8} m/s

$R_{m,max}=K_G(C-C^*)^g=(7.7561\times10^{-8})(300-150)^1=1.1634\times10^{-5}$ kg/(m^2・s)≒1.16×10^{-5} kg/(m^2・s)

$G_{max}=R_{m,max}/[3\rho_c(\phi_V/\phi_S)]=(1.1634\times10^{-5})/[(3)(2660)(1/6)]=0.87473\times10^{-8}$ m/s≒$\boxed{0.875\times10^{-8}\ \mathrm{m/s}}$

令和 4 年 10 月 23 日作成