

粉 砕

固体粒子に圧縮やせん断などの機械的な衝撃を与えて細分化する単位操作を**粉砕**(size reduction, comminution)という。原料である砕料を細分化することで表面積を大きく取れることから、反応や物質移動の速度が増大する。また、有用金属が含まれる鉱石を破砕する場合は、製品である砕成物中に有用金属が濃縮されることから、分離操作としての側面もある。なお、同じ粉砕でもセンチ～ミリサイズに細分化される場合は**破砕**(crushing)、ミリ～マイクロンサイズに細分化される場合は**粉砕**または**微粉砕**(grinding)と呼ばれる。

1. 破壊現象

1. 1 理論強度

欠陥をまったく含まない完全固体の破壊は、原子間または分子間結合の切断に相当する。いま、隣接する原子どうしは互いに引力と斥力を及ぼし合っており、格子定数 a [m]の距離で平衡に保たれているものとする。合力としての原子間相互作用力 σ [N/m²]は、近似的に次の正弦曲線式で表される。[文献 1-4]

$$\sigma = \sigma_{th} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \quad \cdots(1.1.1)$$

ただし、 λ は波長[m]、 σ_{th} は理論的破壊強度[N/m²]。

単位面積あたりの結合分離エネルギー W [J/m²]は、合力曲線と横軸で囲まれる面積に相当する。

$$W = \int_0^{\lambda/2} \sigma_{th} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} dx \quad \cdots(1.1.2)$$

$$W = -\sigma_{th} \frac{\lambda}{2\pi} \left[\cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right]_0^{\lambda/2} \quad \cdots(1.1.3)$$

$$W = -\sigma_{th} \frac{\lambda}{2\pi} (\cos \pi - \cos 0) \quad \cdots(1.1.4)$$

$$W = -\sigma_{th} \frac{\lambda}{2\pi} (-1 - 1) \quad \cdots(1.1.5)$$

$$\boxed{W = \frac{\lambda \sigma_{th}}{\pi}} \quad \cdots(1.1.6)$$

上式は、結合分離によって新たな面を生成するのに必要となる界面エネルギー 2γ [J/m²]に等しい(2の倍数は生成した一対の面を表す)。波長 λ [m]は、次式のように導かれる。

$$2\gamma = \frac{\lambda \sigma_{th}}{\pi} \quad \cdots(1.1.7)$$

$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi\gamma}{\sigma_{th}}} \quad \cdots(1.1.8)$$

原子間相互作用力 σ [N/m²]は、原点近傍では次式のように近似される。

$$\sigma \approx \sigma_{th} \frac{2\pi x}{\lambda} \quad \cdots(1.1.9)$$

$$\boxed{\sigma = \frac{\sigma_{th}^2 x}{\gamma}} \quad \left[\lambda \equiv \frac{2\pi\gamma}{\sigma_{th}} \right] \quad \cdots(1.1.10)$$

原子間に引張荷重 P [N]が作用したとき、原子間距離が x [m]だけ変位した(伸びた)とする。このときのひずみ ε [-]は、次式で表される。

$$\varepsilon = \frac{x}{a} \quad \cdots(1.1.11)$$

変位量 x は、フックの法則より引張荷重 P [N]に比例する。

$$P = kx \quad \cdots(1.1.12)$$

$$P = k\varepsilon a \quad \left[\varepsilon \equiv \frac{x}{a} \right] \quad \cdots(1.1.13)$$

原子間相互作用力 σ [N/m²]は、次式のように導かれる。

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \cdots(1.1.14)$$

$$\sigma = \frac{k\varepsilon a}{A} \quad [P \equiv k\varepsilon a] \quad \cdots(1.1.15)$$

$$\sigma = E\varepsilon \quad \left[E \equiv \frac{ka}{A} \right] \quad \cdots(1.1.16)$$

ただし、 E はヤング率[N/m²]。

原点近傍における原子間相互作用力 σ と等置すると、理論的破壊強度 σ_{th} [N/m²]が導かれる。

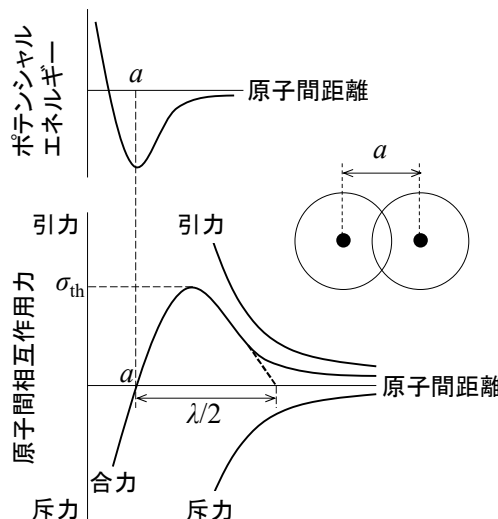
$$\frac{\sigma_{th}^2 x}{\gamma} = E\varepsilon \quad \cdots(1.1.17)$$

$$\sigma_{th} = \sqrt{\frac{E\gamma\varepsilon}{x}} \quad \cdots(1.1.18)$$

$$\boxed{\sigma_{th} = \sqrt{\frac{E\gamma}{a}}} \quad \left[\varepsilon \equiv \frac{x}{a} \right] \quad \cdots(1.1.19)$$

多くの場合、ひずみ ε が 10~20%に達したときに結合分離に伴う破壊が起こることから、上式は経験的に次式で近似される。

$$\sigma_{th} \approx 0.1E \quad \cdots(1.1.20)$$



1. 2 実際強度

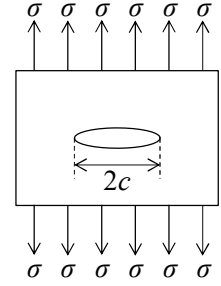
実際の材料は完全な固体ではなく欠陥が存在するため、理論的破壊強度は実測の値と合致しない。Griffith は材料内部に微小なき裂を仮定し(グリフィスクラック)、き裂の進展に伴う弾性ひずみエネルギーの解放と表面エネルギー増大の均衡を考察することで、実際材料の破壊強度を導いた。いま、幅 $2c$ [m] のき裂を含む脆性材料(長さ L [m]、断面積 A [m²])が引張荷重 P [N]を受けて x [m]だけ伸びているとき、材料に蓄えられている体積当たりの弾性ひずみエネルギー U_V [J/m³]は次式のように導かれる。[文献 3-7]

$$U = \frac{1}{2} Px \quad \cdots(1.2.1)$$

$$U = \frac{1}{2}(\sigma A)(\varepsilon L) \quad \left[\sigma = \frac{P}{A}, \varepsilon = \frac{x}{a} \right] \quad \cdots(1.2.2)$$

$$U = \frac{\sigma^2 AL}{2E} \quad [\sigma = E\varepsilon] \quad \cdots(1.2.3)$$

$$\boxed{U_v = \frac{\sigma^2}{2E}} \quad \cdots(1.2.4)$$



実際には、この2倍になることが知られている。

き裂がもつ長さ当たりの表面エネルギー W [J/m] は、次式で表される。

$$W = 2(2c\gamma) = 4c\gamma \quad \cdots(1.2.5)$$

ただし、 γ はき裂がもつ面積当たりの表面エネルギー [J/m²]。

き裂が進展すると、弾性ひずみエネルギーは減少し、表面エネルギーは増大する ($dU_v/dc < 0$, $dW/dc > 0$)。き裂進展前後のエネルギー変化 ΔG [J/m] は、これらの和で表される。

$$\Delta G = -(2U_v)\pi c^2 + W \quad \cdots(1.2.6)$$

$$\Delta G = -\frac{\pi\sigma^2 c^2}{E} + 4c\gamma \quad \cdots(1.2.7)$$

き裂の進展 (材料の破壊) が開始される条件を用いると、破壊強度 σ [N/m²] は次式のように導かれる。

$$\frac{d(\Delta G)}{dc} = 0 \quad \cdots(1.2.8)$$

$$\frac{d}{dc} \left(-\frac{\pi\sigma^2 c^2}{E} + 4c\gamma \right) = 0 \quad \cdots(1.2.9)$$

$$-\frac{2\pi\sigma^2 c}{E} + 4\gamma = 0 \quad \cdots(1.2.10)$$

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi c}}} \quad \cdots(1.2.11)$$

2. 単一粒子の破砕

2. 1 圧縮変形

互いに接触した 2 個の同一球形粒子 (半径 R_1 [mm], R_2 [mm]) に圧縮荷重 P [N] が作用しているとき、接触平面円の半径 a [mm] は次式で表される (ヘルツの弾性接触理論)。[文献 8-11]

$$a = \sqrt[3]{\frac{3P}{4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)} \quad \cdots(2.1.1)$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{3PR_{eq}}{4E_{eq}}} \left[\frac{1}{R_{eq}} \equiv \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \frac{1}{E_{eq}} \equiv \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right] \quad \dots(2.1.2)$$

ただし、 E_{eq} は相当ヤング率[MPa]、 R_{eq} は相当半径[mm]、 ν はポアソン比[-]。
 圧縮時の粒子重心間距離 δ [mm] は、次式のように導かれる。

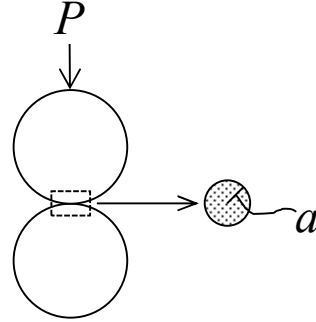
$$\delta = \frac{a^2}{R_{eq}} \quad \dots(2.1.3)$$

$$\delta = \left(\frac{1}{R_{eq}^{3/2}} \frac{3PR_{eq}}{4E_{eq}} \right)^{2/3} \quad \dots(2.1.4)$$

$$\delta = \left(\frac{1}{R_{eq}^{1/2}} \frac{3P}{4E_{eq}} \right)^{2/3} \quad \dots(2.1.5)$$

$$\delta = \left(\frac{9}{16} \frac{1}{R_{eq}} \frac{1}{E_{eq}^2} P^2 \right)^{1/3} \quad \dots(2.1.6)$$

$$\delta = \left[\frac{9}{16} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^2 P^2 \right]^{1/3} \quad \dots(2.1.7)$$



球粒子-平板間で接触している場合は、一方の球粒子を平板とみなす($R_2 = \infty$)。

$$\delta = \left[\frac{9}{16} \frac{(R_1/R_2) + (R_2/R_2)}{R_1 R_2 / R_2} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^2 P^2 \right]^{1/3} \quad \dots(2.1.8)$$

$$\delta = \left[\frac{9}{16} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^2 \frac{P^2}{R_1} \right]^{1/3} \quad \dots(2.1.9)$$

球粒子が上下2枚の平板から圧縮荷重を受ける場合の球重心の変位量(圧縮時の粒子変形量に相当) x [m] は、上の2倍になる。

$$x = 2 \left[\frac{9}{16} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^2 \frac{P^2}{R} \right]^{1/3} \quad \dots(2.1.10)$$

ただし、 E はヤング率[Pa]、 R は球半径[m]、 ν はポアソン比[-]。

2. 2 破砕強度

固体粒子に圧縮やせん断などの機械的な衝撃が加わると、粒子内部でひずみエネルギーが蓄積される。このひずみエネルギーは、粒子破砕が進むことで解放される。破砕機構は、外力によるものと粒子自身の慣性力によるものとに大別され、圧縮・せん断・衝撃・摩擦などに分類される [文献 12]。いま、粒子

半径 R [m]の単一球形粒子に圧縮荷重 P [N]が加えられたとする。加えられた圧縮荷重は粒子内部で引張荷重に変換され、粒子破碎は引張荷重に粒子破碎が起こる。引張強度(破碎時の引張応力)に相当する球圧壊強度 S_t [Pa]は、平松らの式より求める。[文献 13]

$$S_t = \frac{0.7P}{\pi R^2} \quad \dots(2.2.1)$$

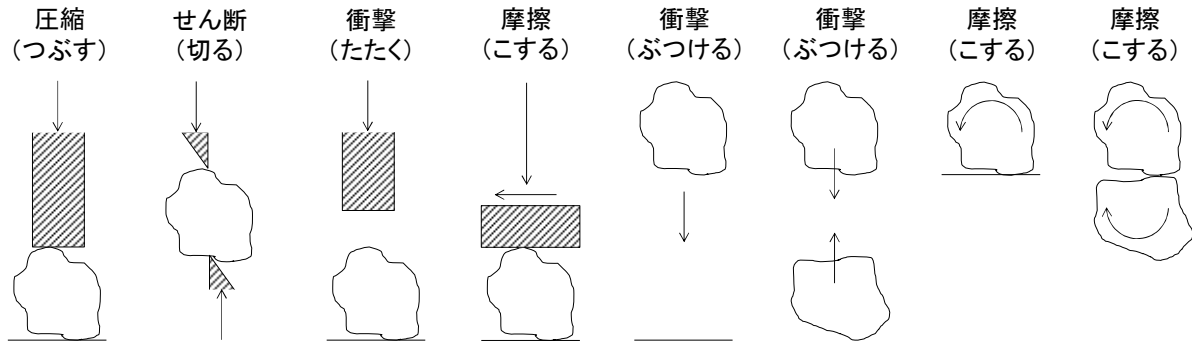


図 2.2.1 破碎のメカニズム [文献 12]

(最初の 4 例が外力によるもの、残りの 4 例が粒子自身の慣性力によるもの)

2. 3 破碎エネルギー

単一球形粒子が上下 2 枚の平板から圧縮荷重 P [N]を受ける場合の破碎エネルギー E_c [J]は、圧縮により粒子に蓄積される弾性ひずみエネルギーに等しく、 $P-x$ 曲線で囲まれる面積で表される。

$$E_c = \int_0^x P dx \quad \dots(2.3.1)$$

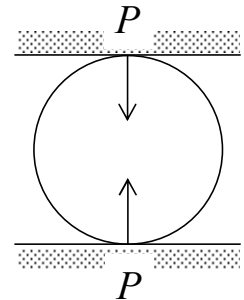
$$E_c = \int_0^P P \frac{dx}{dP} dP \quad \dots(2.3.2)$$

$$E_c = \int_0^P P \frac{d}{dP} \left[2 \left\{ \frac{9}{16} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^2 \frac{P^2}{R} \right\}^{1/3} \right] dP \quad \dots(2.3.3)$$

$$E_c = \int_0^P P \frac{d}{dP} \left[2 \left(\frac{9}{16} \right)^{1/3} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{R} \right)^{1/3} P^{2/3} \right] dP \quad \dots(2.3.4)$$

$$E_c = 2 \left(\frac{9}{16} \right)^{1/3} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{R} \right)^{1/3} \int_0^P P \left(\frac{2}{3} P^{-1/3} \right) dP \quad \dots(2.3.5)$$

$$E_c = \frac{4}{3} \left(\frac{9}{16} \right)^{1/3} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} \left[\left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{4\pi R^3/3} \right)^{1/3} \right] \int_0^P P^{2/3} dP \quad \dots(2.3.6)$$



$$E_c = \frac{4}{3} \left(\frac{9}{16} \right)^{1/3} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/9} \left(\frac{1}{V_p} \right)^{1/9} \frac{P^{5/3}}{5/3} \quad \dots(2.3.7)$$

$$E_c = \frac{4}{5} \left(\frac{9}{16} \right)^{1/3} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/9} V_p^{-1/9} P^{5/3} \quad \dots(2.3.8)$$

$$E_c = 0.774 \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} V_p^{-1/9} P^{5/3} \quad \dots(2.3.9)$$

ただし、 V_p は粒子体積[m³]。

平松らの式を用いて圧縮荷重の項を消去すると、粒子質量あたりの破砕エネルギー E_c/M_p [J/kg]に関する神田らの式が導かれる。[文献 14, 15]

$$E_c = 0.774 \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} V_p^{-1/9} \left[\left(\frac{\pi}{0.7} \right)^{5/3} (R^2)^{5/3} S_t^{5/3} \right] \quad \dots(2.3.10)$$

$$E_c = 0.774 \left(\frac{\pi}{0.7} \right)^{5/3} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} V_p^{-1/9} \left[\left(\frac{3}{4\pi} \right)^{2/3} \left(\frac{4\pi R^3}{3} \right)^{2/3} \right]^{5/3} S_t^{5/3} \quad \dots(2.3.11)$$

$$E_c = 0.774 \left(\frac{\pi}{0.7} \right)^{5/3} \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{10/9} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} V_p^{-1/9} V_p^{10/9} S_t^{5/3} \quad \dots(2.3.12)$$

$$E_c = 1.92 \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} V_p S_t^{5/3} \quad \dots(2.3.13)$$

$$\frac{E_c}{M_p} = 1.92 \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} V_p S_t^{5/3} / (\rho_p V_p) \quad \dots(2.3.14)$$

$$\boxed{\frac{E_c}{M_p} = \frac{1.92}{\rho_p} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{2/3} S_t^{5/3}} \quad \dots(2.3.15)$$

ただし、 E はヤング率[Pa]、 M_p は粒子質量[kg]、 R は粒子半径[m]、 ρ_p は粒子密度[kg/m³]。

表 2.3.1 おもな材質のヤング率とポアソン比 [文献 15, 16]

材質	ヤング率 E [GPa]	ポアソン比 ν [-]	材質	ヤング率 E [GPa]	ポアソン比 ν [-]
石灰石	68.0	0.32	ステンレス鋼	197	0.30
大理石	53.4	0.30	炭素鋼	206	0.29
長石	58.7	0.26	銅	123	0.34
滑石	15.0	0.33	黄銅	100	0.35
石英	87.1	0.16	アルミニウム	73	0.34

セッコウ	37.8	0.32	ガラス	71	0.35
------	------	------	-----	----	------

【計算例】単一粒子の破砕

石灰石からなる単一球形粒子(粒子径 1 cm, 粒子密度 2660 kg/m³)をステンレス鋼製の平板にはさんで垂直に圧縮したところ、圧縮荷重 650 N で破砕した。球圧壊強度 S_t [MPa]、破砕エネルギー E_c [J]、重心の変位量 x [mm]を求めよ。($S_t=5.79$ MPa, $E_c=0.0128$ J, $x=0.0494$ mm)

$$R=D_p/2=0.01/2=0.005 \text{ m}$$

$$S_t=0.7P/(\pi R^2)=(0.7)(650)/[\pi(0.005)^2]=5.7932 \times 10^6 \text{ Pa} \doteq \boxed{5.79 \text{ MPa}}$$

$$E_c/M_p=(1.92/\rho_p)[(1-\nu_1^2)/E_1+(1-\nu_2^2)/E_2]^{2/3}S_t^{5/3}$$

$$=(1.92/2660)[(1-0.32^2)/(68.0 \times 10^9)+(1-0.30^2)/(197 \times 10^9)]^{2/3}(5.7932 \times 10^6)^{5/3}=9.2018 \text{ J/kg}$$

$$M_p=(\pi/6)D_p^3\rho_p=(\pi/6)(0.01)^3(2660)=0.0013927 \text{ kg}$$

$$E_c=(E_c/M_p)M_p=(9.2018)(0.0013927)=0.012815 \text{ J} \doteq \boxed{0.0128 \text{ J}}$$

$$x=(2)[(9/16)\{(1-\nu_1^2)/E_1+(1-\nu_2^2)/E_2\}^2(P^2/R)]^{1/3}$$

$$=(2)[(9/16)\{(1-0.32^2)/(68.0 \times 10^9)+(1-0.30^2)/(197 \times 10^9)\}^2\{(650)^2/0.005\}]^{1/3}=4.9425 \times 10^{-5} \text{ m} \doteq \boxed{0.0494 \text{ mm}}$$

【問題】単一粒子の破砕

- (1) 石英からなる単一球形粒子(粒子径 1 cm, 粒子密度 2650 kg/m³)をステンレス鋼製の平板にはさんで垂直に圧縮したところ、圧縮荷重 1900 N で破砕した。球圧壊強度 S_t [MPa]、破砕エネルギー E_c [J]、重心の変位量 x [mm]を求めよ。($S_t=16.9$ MPa, $E_c=0.0707$ J, $x=0.0933$ mm)
- (2) 石英からなる単一球形粒子(粒子径 3 cm, 粒子密度 2650 kg/m³)をステンレス鋼製の平板にはさんで垂直に圧縮したところ、圧縮荷重 6600 N で破砕した。球圧壊強度 S_t [MPa]、破砕エネルギー E_c [J]、重心の変位量 x [mm]を求めよ。($S_t=6.54$ MPa, $E_c=0.390$ J, $x=0.148$ mm)

3. 粉砕所要動力

処理能力 Q [t/h]の粉砕機を用いるときの粉砕所要動力 P [kW]は、粉砕仕事量 W [kWh/t]を用いて次式で表される。

$$P=WQ \quad \cdots(3.1)$$

粉砕仕事量 W [kWh/t]は、下記の各法則に基づく。

3. 1 Rittinger の法則

Rittinger(リッティンガー)によれば、粉砕の仕事量 W [kWh/t](= P^{kW}/Q^{th})は、粉砕前後における比表面積 S_w [m²/kg]の増分に比例する【文献 17】。

$$W = K_{R0}(S_{wp} - S_{wf}) \quad \cdots(3.1.1)$$

$$W = K_{R0} \left(\frac{S_p}{W_p} - \frac{S_f}{W_f} \right) \quad \cdots(3.1.2)$$

$$W = K_{R0} \left(\frac{N\phi_s D_p^2}{N\phi_v \rho_p D_p^3} - \frac{N\phi_s D_f^2}{N\phi_v \rho_p D_f^3} \right) \quad \cdots(3.1.3)$$

$$W = K_{R0} \left(\frac{\phi}{\rho_p D_{ps,p}} - \frac{\phi}{\rho_p D_{ps,f}} \right) \left[\phi \equiv \frac{\phi_s}{\phi_v} \right] \quad \cdots(3.1.4)$$

$$\boxed{W = K_R \left(\frac{1}{D_{ps,p}} - \frac{1}{D_{ps,f}} \right)} \left[K_R \equiv \frac{K_{R0}\phi}{\rho_p} \right] \quad \cdots(3.1.5)$$

ただし、 K_R は定数[kWh・m/t]、 N は粒子数[-]、 D_{ps} は比表面積径[m]、添え字 f は砕料、 p は砕製物。Rittinger の法則は、表面積変化が支配的となる小粒径領域(微粉砕)に適用される。

3. 2 Kick の法則

Kick によれば、粉砕の仕事量 W [kWh/t]は、粉砕前後における粒径比の対数に比例する[文献 18]。いま、粒子径 D_f の砕料を n 回粉砕して得られる砕製物の粒子径が D_p のとき、総括の粉砕比 R [-]は次式で表される。

$$R \equiv \frac{D_f}{D_p} \quad \cdots(3.2.1)$$

各粉砕回の粉砕比を r [-](=各粉砕回における粉砕前粒径÷粉砕後粒径)とすると、粉砕回数 n [-]は次式のように導かれる。

$$R = r^n \quad \cdots(3.2.2)$$

$$n = \frac{\ln R}{\ln r} \quad \cdots(3.2.3)$$

各粉砕回の仕事量を W_n [kWh/t]とすると、砕料 1 t あたりの仕事量 W [kWh/t]は次式のように導かれる。

$$W = nW_n \quad \cdots(3.2.4)$$

$$W = W_n \frac{\ln R}{\ln r} \quad \cdots(3.2.5)$$

$$W = K_K \ln R \quad \cdots(3.2.6)$$

$$\boxed{W = K_K \ln \frac{D_f}{D_p}} \left[K_K \equiv \frac{W_n}{\ln r} \right] \quad \cdots(3.2.7)$$

ただし、 K_K は定数[kWh/t]。

Kick の法則は、体積変化が支配的となる大粒径領域(粗粉砕)に適用される。

3. 3 Bond の法則

Rittinger の法則(微粉砕域)と Kick の法則(粗粉砕域)の両方の概念を取り入れた中間法則(中砕域)に相当する。Bond によれば、粉体粒子 1 個が機械的に圧縮される時、粒子内部にひずみエネルギーが蓄積される[文献 19]。その大きさは、粒子体積、すなわち粒子径の 3 乗に比例する(Kick 則に相当)。やがて

粒子内部に亀裂が生じると、蓄積されていたひずみエネルギーは新しい表面の生成、すなわち粒子の破砕に消費されるようになる。その大きさは、粒子表面積、すなわち粒子径の 2 乗に比例する (Rittinger 則に相当)。亀裂の発生から破砕までを総括すると、べき乗の中間をとって粒子径の 2.5 乗に比例する。これを砕料体積あたりで考えると、粒子径の 3 乗に反比例するので、結局のところ、粉砕の仕事量は $D^{2.5}/D^3=D^{-0.5}$ に比例する。

$$W = K_B \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \quad \dots(3.3.1)$$

$$\boxed{W = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)} \quad \left[W_i \equiv K_B \left(\frac{1}{\sqrt{100}} - \frac{1}{\sqrt{\infty}} \right) = \frac{K_B}{10} \right] \quad \dots(3.3.2)$$

ただし、 W_i は粉砕仕事指数 (work index) [kWh/t] であり、粒子径無限大の砕料を 100 μm まで粉砕するのに必要となる仕事量。粉砕抵抗を表しており、値が大きいほど粉砕しにくい。 F_{80} は砕料 (原料) の 80% 通過粒子径 [μm] (質量分率 80% が通過するふるいの目開き)、 P_{80} は砕製物 (製品) の 80% 通過粒子径 [μm]。

表 3.3.1 粉砕仕事指数 [文献 20]

砕料	比重	仕事指数 W_i [kWh/t]	砕料	比重	仕事指数 W_i [kWh/t]
石炭	1.40	14.30	磁鉄鉱	3.88	10.97
石灰岩	2.66	14.01	マンガン鉱	3.53	13.42
石英岩	2.65	14.93	ニッケル鉱	3.28	15.02
花崗岩	2.66	16.64	セッコウ	2.69	6.73
安山岩	2.84	20.06	ガラス	2.58	12.31
玄武岩	2.91	18.81	セメントクリンカー	3.15	17.80
赤鉄鉱	3.53	14.12	コークス	1.31	16.64

3.4 Lewis の法則

Rittinger、Kick、Bond の各式は、次の Lewis 式で整理される。 [文献 21]

$$\frac{dD_p}{dW} = -K_L D_p^n \quad \dots(3.4.1)$$

$n=2$ のとき、Rittinger の式が導かれる。

$$\int_0^W dW = -\frac{1}{K_L} \int_{D_f}^{D_p} D_p^{-2} dD_p \quad \dots(3.4.2)$$

$$W = -K_R \left[\frac{D_p^{-2+1}}{-2+1} \right]_{D_f}^{D_p} \quad \left[K_R \equiv \frac{1}{K_L} \right] \quad \dots(3.4.3)$$

$$\boxed{W = K_R \left(\frac{1}{D_p} - \frac{1}{D_f} \right)} \quad (\text{Rittinger, } n=2) \quad \dots(3.4.4)$$

ただし、粒子径には比表面積径を用いる。

$n=1$ のとき、Kick の式が導かれる。

$$\int_0^W dW = -\frac{1}{K_L} \int_{D_f}^{D_p} D_p^{-1} dD_p \quad \cdots(3.4.5)$$

$$W = -K_K \left[\ln D_p \right]_{D_f}^{D_p} \left[K_K \equiv \frac{1}{K_L} \right] \quad \cdots(3.4.6)$$

$$\boxed{W = K_K \ln \frac{D_f}{D_p}} \quad (\text{Kick}, n=1) \quad \cdots(3.4.7)$$

$n=1.5$ のとき、Bond の式が導かれる。

$$\int_0^W dW = -\frac{1}{K_L} \int_{D_f}^{D_p} D_p^{-1.5} dD_p \quad \cdots(3.4.8)$$

$$W = -\frac{K_B}{2} \left[\frac{D_p^{-1.5+1}}{-1.5+1} \right]_{D_f}^{D_p} \left[K_B \equiv \frac{2}{K_L} \right] \quad \cdots(3.4.9)$$

$$\boxed{W = K_B \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)} \quad (\text{Bond}, n=1.5) \quad \cdots(3.4.10)$$

3. 5 粉砕限界説

微粉砕の場合、粉砕媒体への付着や粒子内の亀裂存在割合の減少によって粉砕効率が低下する。田中は、粉砕によって増大する比表面積にはある限界値が存在することを考慮して次式を導いた。[文献 22]

$$\ln \frac{S_\infty - S_0}{S_\infty - S} = K_T W \quad \cdots(3.5.1)$$

$$\frac{S_\infty}{S_\infty - S} = \exp(K_T W) \quad [S_\infty - S_0 \approx S_\infty] \quad \cdots(3.5.2)$$

$$-\frac{S_\infty}{S - S_\infty} = \exp(K_T W) \quad \cdots(3.5.3)$$

$$S - S_\infty = -S_\infty \exp(-K_T W) \quad \cdots(3.5.4)$$

$$\boxed{S = S_\infty [1 - \exp(-K_T W)]} \quad \cdots(3.5.5)$$

ただし、 K_T は定数[t/kWh]、 S_0 は砕料の初期比表面積[m²/kg]、 S_∞ は限界比表面積[m²/kg]。

粉砕仕事量 W [kWh/t] の式に直すと、次式のようにになる。

$$\exp(-K_T W) = 1 - \frac{S}{S_\infty} \quad \cdots(3.5.6)$$

$$-K_T W = \ln \left(1 - \frac{S}{S_\infty} \right) \quad \cdots(3.5.7)$$

$$\boxed{W = -\frac{1}{K_T} \ln \left(1 - \frac{S}{S_\infty} \right)} \quad \cdots(3.5.8)$$

$$W = -\frac{1}{K_T} \ln \left[1 - \left(\frac{\phi_s D_{ps}^2}{\rho_p \phi_v D_{ps}^3} / \frac{\phi_s D_{ps,\infty}^2}{\rho_p \phi_v D_{ps,\infty}^3} \right) \right] \quad \dots(3.5.9)$$

$$W = -\frac{1}{K_T} \ln \left(1 - \frac{D_{ps,\infty}}{D_{ps}} \right) \quad \dots(3.5.10)$$

【計算例】 粉碎所要動力

- (1) 処理能力 20 t/h の粉碎機を用いて砕料を 500 mm から 100 mm まで粉碎したときの所要動力は 40 kW であった。これと同形式の粉碎機を処理能力 500 t/h にスケールアップして上と同じ砕料を 1000 mm から 500 mm まで粉碎するときの所要動力 W [kW] を①Rittinger 則、②Kick 則、③Bond 則にしたがって求めよ。(①125 kW, ②431 kW, ③237 kW)

$$W_1 = P_1 / Q_1 = 40 / 20 = 2 \text{ kWh/t}$$

$$\textcircled{1} K_R = W_1 / [(1/D_{p1}) - (1/D_{f1})] = 2 / [(1/0.100) - (1/0.500)] = 0.250$$

$$W_2 = K_R [(1/D_{p2}) - (1/D_{f2})] = (0.250) [(1/0.500) - (1/1.00)] = 0.250 \text{ kWh/t}$$

$$P_2 = W_2 Q_2 = (0.250)(500) = 125 \text{ kW} \approx \boxed{125 \text{ kW}} \text{ (Rittinger)}$$

$$\textcircled{2} K_K = W_1 / \ln(D_{f1}/D_{p1}) = 2 / \ln(500/100) = 1.2426$$

$$W_2 = K_K \ln(D_{f2}/D_{p2}) = (1.2426) \ln(1000/500) = 0.86130 \text{ kWh/t}$$

$$P_2 = W_2 Q_2 = (0.86130)(500) = 430.65 \text{ kW} \approx \boxed{431 \text{ kW}} \text{ (Kick)}$$

$$\textcircled{3} K_B = W_1 / [(1/D_{p1}^{0.5}) - (1/D_{f1}^{0.5})] = 2 / [(1/0.100^{0.5}) - (1/0.500^{0.5})] = 1.1441$$

$$W_2 = K_B [(1/D_{p2}^{0.5}) - (1/D_{f2}^{0.5})] = (1.1441) [(1/0.500^{0.5}) - (1/1.00^{0.5})] = 0.47390 \text{ kWh/t}$$

$$P_2 = W_2 Q_2 = (0.47390)(500) = 236.95 \text{ kW} \approx \boxed{237 \text{ kW}} \text{ (Bond)}$$

- (2) 処理能力 5 t/h の粉碎機を用いて 80% 砕料径 10 mm のニッケル鉱を 80% 砕製径 0.1 mm まで粉碎する。Bond の法則が成り立つときの粉碎所要動力 P [kW] を求めよ。(67.6 kW)

$$W = 10 W_i [(1/P_{80}^{0.5}) - (1/F_{80}^{0.5})] = (10)(15.02) [(1/100^{0.5}) - (1/10000^{0.5})] = 13.518 \text{ kWh/t}$$

$$P = W Q = (13.518)(5) = 67.590 \text{ kW} \approx \boxed{67.6 \text{ kW}}$$

- (3) 処理能力 0.5 t/h の粉碎機を用いて積算ふるい上分布 $R = \exp(-D_p/10)^{1.8}$ の石炭を粉碎したところ、 $R = \exp(-D_p/0.10)^{1.8}$ の砕製物が得られた。Bond の法則が成り立つときの粉碎所要動力 P [kW] を求めよ。分布式中の粒子径 D_p の単位は [mm] である。(5.64 kW)

$$U = 1 - R = 1 - \exp(-D_p/D_{pc})^n$$

$$0.80 = 1 - \exp(-F_{80}/10)^{1.8}$$

$$\ln 0.20 = (-F_{80}/10)^{1.8}$$

$$(\ln 0.20)^{1/1.8} = -F_{80}/10$$

$$F_{80} = -(10)(\ln 0.20)^{1/1.8} = 13.026 \text{ mm} = 13026 \mu\text{m}$$

$$0.80 = 1 - \exp(-P_{80}/0.10)^{1.8}$$

$$\ln 0.20 = (-P_{80}/0.10)^{1.8}$$

$$(\ln 0.20)^{1/1.8} = -P_{80}/0.10$$

$$P_{80} = -(0.10)(\ln 0.20)^{1/1.8} = 0.13026 \text{ mm} = 130.26 \mu\text{m}$$

$$W=10W_i[(1/P_{80}^{0.5})-(1/F_{80}^{0.5})]=(10)(14.30)[(1/130.26^{0.5})-(1/13026^{0.5})]=11.276 \text{ kWh/t}$$

$$P=WQ=(11.276)(0.5)=5.638 \text{ kW} \approx \boxed{5.64 \text{ kW}}$$

【問題】粉砕所要動力

- (1) 処理能力 10 t/h の粉砕機を用いて砕料を 100 mm から 10 mm まで粉砕したときの所要動力は 20 kW であった。これと同形式の粉砕機を処理能力 200 t/h にスケールアップして上と同じ砕料を 500 mm から 100 mm まで粉砕するときの所要動力 W [kW] を①Rittinger 則、②Kick 則、③Bond 則にしたがって求めよ。(①35.6 kW, ②280 kW, ③102 kW)
- (2) 処理能力 5 t/h の粉砕機を用いて砕料を 100 mm から 10 mm まで粉砕したときの所要動力は 10 kW であった。これと同じ粉砕機を用いて上と同じ砕料を 80 mm から 20 mm まで粉砕するときの所要動力 W [kW] を①Rittinger 則、②Kick 則、③Bond 則にしたがって求めよ。(①4.17 kW, ②6.02 kW, ③5.17 kW)
- (3) 処理能力 20 t/h の粉砕機を用いて 80% 砕料径 1000 mm の石英岩を 80% 砕製径 10 mm まで粉砕する。Bond の法則が成り立つときの粉砕所要動力 P [kW] を求めよ。(26.9 kW)
- (4) 処理能力 10 t/h の粉砕機を用いて 80% 砕料径 1000 mm の石灰岩を 80% 砕製径 100 mm まで粉砕する。Bond の法則が成り立つときの粉砕所要動力 P [kW] を求めよ。(3.03 kW)
- (5) 処理能力 20 t/h の粉砕機を用いて積算ふるい上分布 $R=\exp(-D_p/1000)^{2.4}$ の石灰炭を粉砕したところ、 $R=\exp(-D_p/10)^{2.4}$ の砕製物が得られた。Bond の法則が成り立つときの粉砕所要動力 P [kW] を求めよ。分布式中の粒子径 D_p の単位は [mm] である。(22.8 kW)
- (6) 処理能力 10 t/h の粉砕機を用いて積算ふるい上分布 $R=\exp(-D_p/100)^{2.0}$ のマンガン鉱を粉砕したところ、 $R=\exp(-D_p/1)^{2.0}$ の砕製物が得られた。Bond の法則が成り立つときの粉砕所要動力 P [kW] を求めよ。分布式中の粒子径 D_p の単位は [mm] である。(33.9 kW)

4. 粉砕機

粉砕機には、ジョークラッシャーやジャイレトリークラッシャーなどの**破砕機**(数十センチ～数ミリ)、ロールクラッシャーやハンマーミルなどの**中砕機**(数ミリ～数百マイクロン)、ボールミルやロッドミルなどの**微粉砕機**(数十マイクロン～数マイクロン)がある。**ジョークラッシャー**は、二つの顎板の間に砕料を噛み込ませて、圧縮力と衝撃力による破砕を行う。選鉱場や採石場における鉱石や岩石の一次粉砕によく用いられる。**ジャイレトリークラッシャー**は、偏心運動する粉砕頭と装置壁の間に砕料を噛み込ませて、圧縮力と衝撃力による粉砕を行う。選鉱場や採石場における鉱石や岩石の一次または二次粉砕によく用いられる。**ロールクラッシャー**は、並列に置かれた互いに逆向きに回転する二つ以上のローラー間に砕料を噛み込ませて、圧縮力・衝撃力・せん断力・摩擦力による粉砕を行う。**ボールミル**は、円筒状の容器内にボールやペブルなどの粉砕媒体とともに砕料を閉じ込めて容器を回転させることで衝撃力・せん断力・摩擦力による粉砕を行う。選鉱場、セメント工場、セラミックス製造などで用いられる。

5. 破砕機的设计

5. 1 ジョークラッシャー [文献 23, 24]

①構造設計 ジョープレート(顎板)の幅 W_j [m]と深さ Z [m]は、粉砕室の入口幅 G [m]に対する次の寸法比で与えられる。

$$W_j/G = 1.3 \sim 3.0 \quad \cdots(5.1.1)$$

$$Z/G = 2 \quad \cdots(5.1.2)$$

粉砕室の入口幅 G [m]は、経験的に砕料の最大径 F_{\max} [m]の 1.1 倍とする。

$$G = 1.1F_{\max} \quad \cdots(5.1.3)$$

②臨界回転速度 偏心軸の回転速度 N [rpm]は、ジョープレートが水平方向に半分だけストロークするのにかかる往路の時間 t [s]の内に砕料粒子が粉砕室出口からの高さ h [m]だけ自由落下するものとして、次式のように導かれる。

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{60}{2N}\right)^2 = \frac{450g}{N^2} \quad \cdots(5.1.4)$$

$$N = \sqrt{\frac{450g}{h}} \quad \cdots(5.1.5)$$

ただし、 g は重力加速度[m/s²]。

粉砕室出口からの高さ h は、固定ジョープレートと可動ジョープレートの挟み角 θ [rad]の正接を消去して導かれる。

$$\tan \theta = \frac{L_s}{h} = \frac{G - L_{\max}}{Z} \quad \cdots(5.1.6)$$

$$\frac{L_s}{h} = \frac{G - L_{\max}}{Z} \quad \cdots(5.1.7)$$

$$h = \frac{2L_s G}{G - L_{\max}} \quad [Z/G = 2] \quad \cdots(5.1.8)$$

ただし、 L_{\max} は粉砕室の最大出口幅[m]、 L_s は可動ジョープレートのストローク長(水平方向の往復幅) [m]。
 N の式に代入すると、偏心軸の臨界回転速度 N_c [rpm]が導かれる。

$$N_c = \sqrt{\frac{450g}{2L_s G / (G - L_{\max})}} \quad \cdots(5.1.9)$$

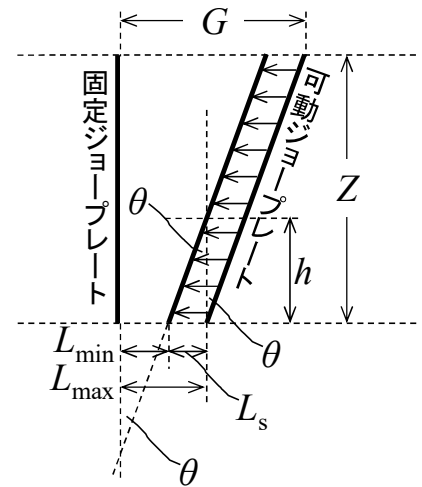
$$N_c \approx 47 \sqrt{\frac{G - L_{\max}}{L_s G}} \quad \cdots(5.1.10)$$

$$N_c = \frac{47}{\sqrt{L_s}} \sqrt{\frac{G - L_{\min} - L_s}{G}} \quad [L_{\max} = L_{\min} + L_s] \quad \cdots(5.1.11)$$

$$N_c = \frac{47}{\sqrt{L_s}} \sqrt{\frac{(G/L_{\min}) - 1 - (L_s/L_{\min})}{(G/L_{\min})}} \quad \cdots(5.1.12)$$

$$N_c = \frac{47}{\sqrt{L_s}} \sqrt{\frac{R-1}{R} - \frac{L_s}{RL_{\min}}} \quad \left[R \equiv \frac{G}{L_{\min}} \right] \quad \cdots(5.1.13)$$

$$\boxed{N_c = \frac{47}{\sqrt{L_s}} \sqrt{\frac{R-1}{R}}} \quad \left[\frac{L_s}{RL_{\min}} \approx 0 \right] \quad \cdots(5.1.14)$$



この値よりも回転数が小さくなると、ジョープレートが砕料を噛み込むよりも前に砕料が粉砕室から排

出されてしまうことから、実際の操作ではこの値以上にする必要がある。採用すべき最適回転数 N_{opt} [rpm] として次式が知られている。

$$N_{opt} = 280 \exp(-0.212G^3) \quad \cdots(5.1.15)$$

③処理能力 ジョークラッシャーの処理能力 Q [t/h]については、Rose(ローズ) & English の式が知られている。**[文献 23]**

$$Q = 60L_sNW_J(L_{max} + L_{min})\frac{R}{R-1}\rho_p f(\sigma)f(\gamma)S_c \quad \cdots(5.1.16)$$

ただし、 L_{max} は粉碎室の最大出口幅[m]、 L_{min} は粉碎室の最小出口幅[m]、 L_s は可動ジョープレーートのストローク長(水平方向の往復幅)[m]、 R は粉碎比[-]、 S_c は粒子表面特性因子[-]、 W_J はジョープレーートの幅[m]、 γ は構造特性因子[-]、 σ は充填特性因子[-]、 ρ_p は砕料密度[t/m³]、 N は偏心軸の回転速度[rpm]。粉碎室の最大出口幅 L_{max} は、最小出口幅 L_{min} と可動ジョープレーートのストローク長 L_s の和で与えられる。

$$L_{max} = L_{min} + L_s \quad \cdots(5.1.17)$$

粉碎比 R は砕料と砕製物の粒子径比で定義され(Kick の法則)、もとの何分の一にまで粒子径を減少させるかを表す。粒子径の取り方は複数考えられるが、ここでは砕料の最大径 F_{max} と最小出口幅を通過した砕製物の最大径 P_{max} の比で定義することで、設計上は粉碎室の入口幅 G と最小出口幅 L_{min} の比に近似される。

$$R \left(\equiv \frac{F_{max}}{P_{max}} \right) \approx \frac{G}{L_{min}} \quad (R=4\sim 10) \quad \cdots(5.1.18)$$

粉碎室の最小出口幅 L_{min} は、上式より求める。

$$L_{min} = \frac{G}{R} \quad \cdots(5.1.19)$$

可動ジョープレーートのストローク長 L_s [m]は、経験的に次式を用いる。

$$L_s = 0.0502G^{0.85} \quad \cdots(5.1.20)$$

充填特性因子 σ は、砕料の粒子径分布に関する因子として次式で定義される。

$$\sigma = \frac{F_{max} - F_{min}}{F_{50}} \quad \cdots(5.1.21)$$

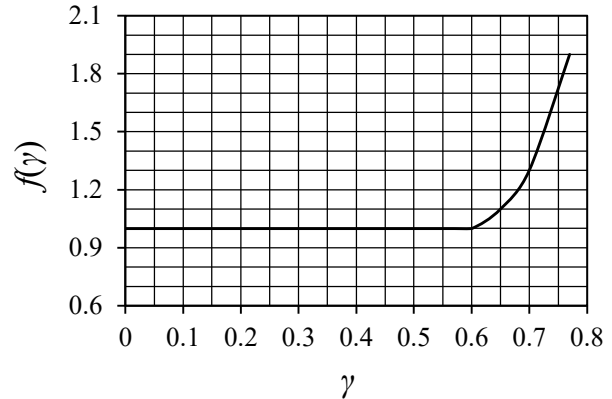
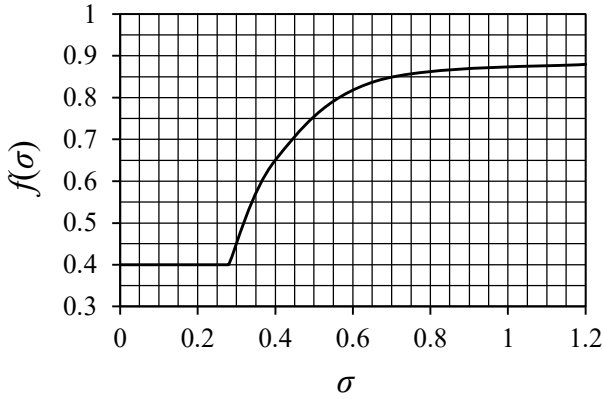
ただし、 F_{50} は砕料の平均粒子径[m]、 F_{max} は砕料の最大粒子径[m]、 F_{min} は砕料の最小粒子径[m]。

構造特性因子 γ は、粉碎室の平均出口幅と砕料平均径の比で定義される。

$$\gamma = \frac{L_{av}}{F_{50}} \quad \cdots(5.1.22)$$

$$\gamma = \frac{L_{min} + L_{max}}{2F_{50}} \quad \left[L_{av} \equiv \frac{L_{min} + L_{max}}{2} \right] \quad \cdots(5.1.23)$$

$f(\sigma)$ 値と $f(\gamma)$ 値は、図上で推定する。



④粉砕所要動力 連続式ジョークラッシャーの粉砕所要動力 P [kW]は、次式より求める。

$$P = WQ \quad \cdots(5.1.24)$$

$$W = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \text{ [kWh/t]} \quad \cdots(5.1.25)$$

ただし、 Q は処理能力[t/h]、 W は粉砕仕事量[kWh/t]、 W_i は粉砕仕事指数[kWh/t]。

砕料の 80%通過粒子径 F_{80} [μm]は、砕料の最大粒子径 F_{\max} [μm]の 0.7 倍を見積もる。

$$F_{80} = 0.7F_{\max} \quad \cdots(5.1.26)$$

砕製物の 80%通過粒子径 P_{80} [μm]は、粉砕室の最大出口幅 L_{\max} [μm]の 0.7 倍を見積もる。

$$P_{80} = 0.7L_{\max} \quad \cdots(5.1.27)$$

【問題】 ジョークラッシャーの設計

石灰岩をジョークラッシャーで連続粉砕する。①粉砕室の入口幅 G [mm]、②ジョープレートの幅 W_j [mm]、③ジョープレートの深さ Z [mm]、④挟み角 θ [deg.]、⑤偏心軸の回転速度 N [rpm] (臨界回転数 N_c 以上であることを確認せよ)、⑥処理能力 Q [t/h]、⑦粉砕仕事量 W [kWh/t]、⑧粉砕所要動力 P [kW]を求めよ。(① 1320 mm, ② 1980 mm, ③ 2640 mm, ④ 19.3°, ⑤ 172 rpm, ⑥ 2915 t/h, ⑦ 0.114 kWh/t, ⑧ 332 kW)

砕料	石灰岩	粉砕比 R	4
砕料密度 ρ_p	2.66 t/m ³	ジョープレート幅－粉砕室入口幅比 W_j/G	1.5
砕料の平均粒子径 F_{50}	750 mm	粒子表面特性因子 S_c	1
砕料の最小粒子径 F_{\min}	330 mm	偏心軸の回転速度 N	最適回転数 N_{opt}
砕料の最大粒子径 F_{\max}	1200 mm	重力加速度 g	9.81 m/s ²

5. 2 ジャイレトリークラッシャー [文献 25]

①構造設計 粉砕頭の直径 D_M [m]、粉砕頭の深さ Z [m]、粉砕機の周長 C [m]、粉砕室の直径 D_c [m]は、粉砕室の入口幅 G [m]に対する次の寸法比で与えられる。

$$D_M/G = 1.3 \sim 1.7 \quad \cdots(5.2.1)$$

$$Z/G = 2 \quad \cdots(5.2.2)$$

$$C/G = 6.5 \sim 10 \quad \cdots(5.2.3)$$

$$D_c/G = 2.1 \sim 3.2 \quad [C \approx \pi D_c] \quad \dots(5.2.4)$$

粉砕室の入口幅 G [m]は、砕料の最大粒子径 F_{\max} [m]の 1.1 倍とする。

$$G = 1.1F_{\max} \quad \dots(5.2.5)$$

②**臨界旋動速度** 粉砕頭の最大臨界旋動速度 $N_{c,\max}$ [rpm]は、次式で与えられる。

$$N_{c,\max} = \frac{66.6}{\sqrt{L_s/\tan \theta}} \quad \dots(5.2.6)$$

ただし、 L_s はストローク長[m]、 θ は挟み角[deg.](大型機の場合 21~24°、粉砕面が曲面の場合 27~30°)。この値よりも回転数が大きくなると、自由落下する砕料が粉砕頭に噛み込まれるよりも前に粉砕頭が戻ってきてしまうことから、実際の操作ではこの値以下にする必要がある。

粉砕頭のストローク長 L_s [m]と挟み角 θ [deg.]は、近似的にジョークラッシャーの式を用いる。

$$L_s = 0.0502G^{0.85} \quad \dots(5.2.7)$$

$$\tan \theta = \frac{G - L_{\max}}{Z} \quad \dots(5.2.8)$$

粉砕室の最大出口幅 L_{\max} は、最小出口幅と粉砕頭のストローク長 L_s の和で与えられる。

$$L_{\max} = L_{\min} + L_s \quad \dots(5.2.9)$$

粉砕室の最小出口幅 L_{\min} は、粉砕比の近似式より求める。

$$R \left(\equiv \frac{F_{\max}}{P_{\max}} \right) \approx \frac{G}{L_{\min}} \quad \dots(5.2.10)$$

$$L_{\min} = \frac{G}{R} \quad (R=3 \sim 10) \quad \dots(5.2.11)$$

粉砕頭の最小臨界旋動速度 $N_{c,\min}$ [rpm]は、次式で与えられる。

$$N_{c,\min} = \frac{66.5(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\sqrt{P_{\max}}} \quad \dots(5.2.12)$$

ただし、 P_{\max} は最小出口幅を通過した砕製物の最大粒子径[m]($\approx L_{\min}$)、 α は粉砕頭の傾斜角[deg.]、 μ は摩擦係数[-]。

砕製物の粒子径を P_{\max} 以下とするには、旋動速度をこの値以上にする必要がある。

③**処理能力** ジャイレトリークラッシャーの処理能力 Q [t/h]を与える推算式として、Broman の式がある。

[文献 26]

$$Q = \frac{60K\pi(D_M - L_{\max})L_{\max}L_sN\rho_p}{\tan \theta} \quad \dots(5.2.13)$$

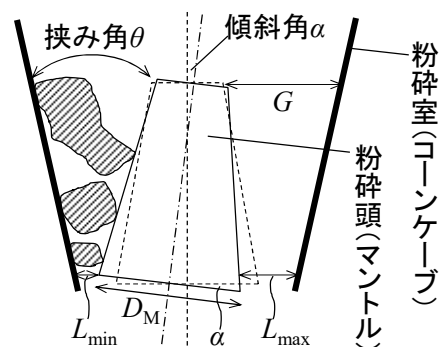
ただし、 D_M は粉砕頭の直径[m]、 K は定数(2~3の間)、 L_{\max} は粉砕室の最大出口幅[m]、 L_s は粉砕頭のストローク長[m]、 N は粉砕頭の旋動速度[rpm]、 θ は挟み角[deg.]、 ρ_p は砕料密度[t/m³]。

④**粉砕所要動力** 連続式ジャイレトリークラッシャーの粉砕所要動力 P [kW]は、次式より求める。

$$P = WQ \quad \dots(5.2.14)$$

$$W = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \quad \dots(5.2.15)$$

ただし、 Q は処理能力[t/h]、 W は粉砕仕事量[kWh/t]、 W_i は粉砕仕事指数[kWh/t]



砕料の 80%通過粒子径 F_{80} [μm]は、砕料の最大粒子径 F_{max} [μm]の 0.7 倍を見積もる。

$$F_{80} = 0.7F_{\text{max}} \quad \dots(5.2.16)$$

砕製物の 80%通過粒子径 P_{80} [μm]は、粉砕室の最大出口幅 L_{max} [μm]の 0.7 倍を見積もる。

$$P_{80} = 0.7L_{\text{max}} \quad \dots(5.2.17)$$

【問題】 ジャイロトリークラッシャーの設計

花崗岩をジャイロトリークラッシャーで連続粉砕する。①粉砕室の入口幅 G [mm]、②粉砕頭の直径 D_M [mm]、③粉砕頭の深さ Z [mm]、④粉砕機の周長 C [mm]、⑤粉砕室の直径 D_c [mm]、⑥挟み角 θ [deg.]、⑦粉砕頭の回転速度 N [rpm](最小臨界回転速度 $N_{c,\text{min}}$ 以上かつ最大臨界回転速度 $N_{c,\text{man}}$ 以下であることを確認せよ)、⑧粉砕仕事量 W [kWh/t]、⑨粉砕所要動力 P [kW]を求めよ。(①1320 mm, ②2244 mm, ③2640 mm, ④13200 mm, ⑤3300 mm, ⑥23.0°, ⑦112 rpm, ⑧0.268 kWh/t, ⑨1341 kW)

砕料	花崗岩	粉砕頭径－粉砕室入口幅比 D_M/G	1.3
砕料密度 ρ_p	2.66 t/m ³	粉砕機周長－粉砕室入口幅比 C/G	10
砕料の最大粒子径 F_{max}	1200 mm	粉砕室径－粉砕室入口幅比 D_c/G	2.5
砕料の摩擦係数 μ	0.2	粉砕頭の傾斜角 α	30°
処理能力 Q	5000 t/h	K 値	2
粉砕比 R	10	重力加速度 g	9.81 m/s ²

5. 3 ロールクラッシャー [文献 27, 28]

①構造設計 ロールクラッシャーのロール径 D_R [m]は、ロールと砕料粒子の位置関係より次式のように導かれる。

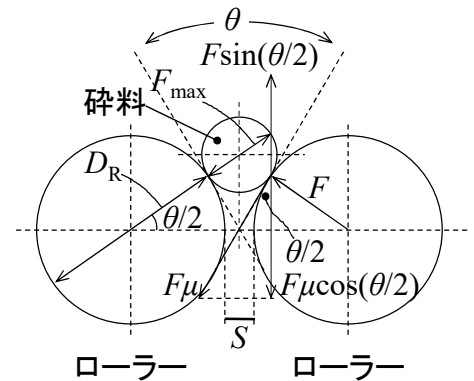
$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{(D_R/2) + (S/2)}{(D_R/2) + (F_{\text{max}}/2)} \quad \dots(5.3.1)$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{D_R + S}{D_R + F_{\text{max}}} \quad \dots(5.3.2)$$

$$D_R \cos(\theta/2) + F_{\text{max}} \cos(\theta/2) = D_R + S \quad \dots(5.3.3)$$

$$D_R [\cos(\theta/2) - 1] = S - F_{\text{max}} \cos(\theta/2) \quad \dots(5.3.4)$$

$$D_R = \frac{F_{\text{max}} \cos(\theta/2) - S}{1 - \cos(\theta/2)} \quad \dots(5.3.5)$$



ただし、 F_{max} は砕料の最大粒子径[m]、 S はロール間隔[m]、 θ は挟み角[deg.]。

ロール幅 W_R [m]については、次式が知られている。[文献 29, 30]

$$W_R = \frac{D_R}{3} + 0.25 \quad \dots(5.3.6)$$

ロール間隔 S [m]は、砕製物の最大粒子径 P_{max} [m]と等置する。

$$S (\approx P_{\text{max}}) = \frac{F_{\text{max}}}{R} \left[R \equiv \frac{F_{\text{max}}}{P_{\text{max}}} \right] \quad \dots(5.3.7)$$

挟み角 θ [deg.]は、ロールと砕料粒子間の力のつり合い式より導かれる。

$$F \sin(\theta/2) = F \mu \cos(\theta/2) \quad \cdots(5.3.8)$$

$$\tan(\theta/2) = \mu \quad \cdots(5.3.9)$$

$$\theta = 2 \tan^{-1} \mu \quad \cdots(5.3.10)$$

ただし、 F はロールの圧縮力[N]、 μ は摩擦係数[-](一般に $\mu=0.2\sim0.3$)。

②処理能力 ロールクラッシャーの処理能力 Q [t/h]は、次式のように導かれる。

$$Q = 2W_R(S/2)(3600u)\rho_b\eta \quad \cdots(5.3.11)$$

$$Q = 2W_R(S/2)[3600\pi D_R(N/60)]\rho_b\eta \quad \cdots(5.3.12)$$

$$Q = 60\pi D_R W_R S N \rho_b \eta \quad \cdots(5.3.13)$$

ただし、 D_R はロール径[m]、 N はロールの回転速度[rpm]、 S はロール間隔[m]、 u はロールの周速[m/s](= 周長 πD_R /周期 N^{-1})、 W_R はロール幅[m]、 ρ_b は砕料かさ密度[t/m³]、 η は効率[-](0.1~0.3)。

③粉砕所要動力 連続式ロールクラッシャーの粉砕所要動力 P [kW]は、次式より求める。

$$P = WQ \quad \cdots(5.3.14)$$

$$W = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \quad \cdots(5.3.15)$$

ただし、 Q は処理能力[t/h]、 W は粉砕仕事量[kWh/t]、 W_i は粉砕仕事指数[kWh/t]

砕料の 80%通過粒子径 F_{80} [μm]は、砕料の最大粒子径 F_{max} [μm]の 0.7 倍を見積もる。

$$F_{80} = 0.7F_{\text{max}} \quad \cdots(5.3.16)$$

砕製物の 80%通過粒子径 P_{80} [μm]は、ロール間隔 S [μm]の 0.7 倍を見積もる。

$$P_{80} = 0.7S \quad \cdots(5.3.17)$$

【問題】 ロールクラッシャーの設計

石英岩をロールクラッシャーで連続粉砕する。①ロール間隔 S [mm]、②挟み角 θ [deg.]、③ロール径 D_R [mm]、④ロール幅 W_R [mm]、⑤ロール回転速度 N [rpm]、⑥粉砕仕事量 W [kWh/t]、⑦粉砕所要動力 P [kW] を求めよ。(①10 mm, ②22.6°, ③2013 mm, ④921 mm, ⑤191 rpm, ⑥0.986 kWh/t, ⑦197 kW)

砕料	石英岩	処理能力 Q	200 t/h
砕料のかさ密度 ρ_b	1.5 t/m ³	粉砕比 R	5
砕料の最大粒子径 F_{max}	50 mm	効率 η	20%
砕料の摩擦係数 μ	0.2		

6. 微粉砕機の設計

6. 1 ボールミル [文献 31-40]

①構造設計 ボールミルの長さ L_G [m]は、ボールミルの直径 D_G [m]に対する次の寸法比で与えられる。

$$L_G/D_G = 0.5\sim3.5 \quad \cdots(6.1.1)$$

ボールミル本体の容積 V_G [m³]は、砕料体積 V [m³]の 4~5 倍を取る。

$$V_G/V = 4\sim5 \quad \cdots(6.1.2)$$

$$V_G = (V_G/V)V \quad \cdots(6.1.3)$$

$$\boxed{V_G = \frac{(V_G/V)M}{\rho_p}} \quad \cdots(6.1.4)$$

ただし、 M は砕料の仕込み量[kg]、 ρ_p は砕料密度[kg/m³]。

ボールミルの形状を円柱とみなすと、ボールミルの直径 D_G [m]は次式のように導かれる。

$$V_G = \pi \left(\frac{D_G}{2} \right)^2 L_G \quad \cdots(6.1.5)$$

$$V_G = \pi \left(\frac{D_G}{2} \right)^2 \left(\frac{L_G}{D_G} \right) D_G \quad \cdots(6.1.6)$$

$$V_G = \frac{\pi D_G^3}{4} \left(\frac{L_G}{D_G} \right) \quad \cdots(6.1.7)$$

$$\boxed{D_G = \sqrt[3]{\frac{4V_G}{\pi(L_G/D_G)}}} \quad \cdots(6.1.8)$$

粉碎媒体(ボール)密度 ρ_B [t/m³]は、Rose & Sullivan の式を用いる。[文献 33, 34]

$$\rho_B = \sqrt{0.016\rho_p^2 + 20\rho_p} - 0.4\rho_p \quad \cdots(6.1.9)$$

ただし、 ρ_p は砕料密度[t/m³]。

粉碎媒体(ボール)径 d_B [mm]は、Bond の式を用いる。[文献 31, 32]

$$d_B = 25.4 \sqrt{\frac{F_{80}}{K} \left[\frac{\rho_p W_i}{(100N/N_c)\sqrt{3.281D_G}} \right]^{-1/3}} \quad \cdots(6.1.10)$$

ただし、 D_G はミル径[m]、 F_{80} は砕料の 80%通過粒子径[μ m]、 K は操作条件に関する定数(乾式粉碎のとき 335、湿式粉碎のとき 350)、 W_i は仕事指数[kWh/t]、 N はミル回転速度[rpm]、 N_c は臨界回転速度[rpm]、 ρ_p は砕料密度[t/m³]。

②臨界回転速度 質量 M_{B0} [kg]の単一粉碎媒体(ボール)が有効半径 R [m](=ミル半径-ボール半径)のミル本体の回転によって持ち上げられているとき、粉碎媒体にかかる遠心力と重力はつり合っている。

$$\frac{M_{B0}v^2}{R} = M_{B0}g \cos \theta \quad \cdots(6.1.11)$$

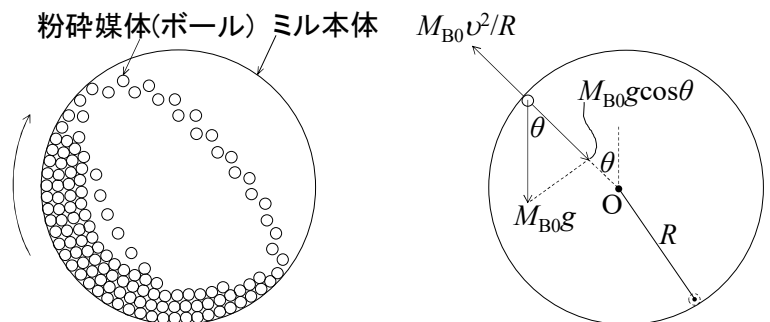
$$\frac{(R\omega)^2}{R} = g \cos \theta \quad \cdots(6.1.12)$$

$$\frac{R^2 [2\pi(N/60)]^2}{R} = g \cos \theta \quad \cdots(6.1.13)$$

$$\left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 RN^2 = g \cos \theta \quad \cdots(6.1.14)$$

$$N = \sqrt{\frac{g \cos \theta}{(2\pi/60)^2 (D_G - d_B)/2}} \quad \left[R \equiv \frac{D_G}{2} - \frac{d_B}{2} \right] \quad \cdots(6.1.15)$$

$$N = 42.3 \sqrt{\frac{\cos \theta}{D_G - d_B}} \quad \cdots(6.1.16)$$



粉碎媒体がミルの頂点($\theta=90^\circ$)でミル本体から離れるときの回転速度が臨界回転速度 N_c [rpm]となる。

$$N_c = \frac{42.3}{\sqrt{D_G - d_B}} \quad \dots(6.1.17)$$

この値よりも大きいと粉砕媒体はミル本体と一体となって回転するため、ほとんど粉砕が起らない。実際の回転速度 N [rpm] は、上式の 60~80% に設定する。

③処理能力 ボールミルの処理能力 Q [t/h] は、粉砕所要動力の式より導く。

$$P = \frac{WM}{\tau} \quad [\text{kW}] \quad \dots(6.1.18)$$

$$Q \left(\equiv \frac{M}{\tau} \right) = \frac{P}{W} \quad [\text{t/h}] \quad \dots(6.1.19)$$

$$W = 10W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) C \quad \dots(6.1.20)$$

ただし、 C は補正係数[-]、 M は碎料の仕込み量[t]、 Q は処理能力[t/h]、 W は粉砕仕事量[kWh/t]、 W_i は粉砕仕事指数[kWh/t]、 τ は回分時間[h] (連続の場合は $M/\tau=Q$ とおく)。

補正係数 C は、次の方法で求める。[文献 41-47]

$$C = C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4 \times C_5 \times C_6 \times C_7 \times C_8 \quad \dots(6.1.21)$$

C_1 は粉砕条件に関する補正因子であり、乾式粉砕の場合は 1.3、湿式粉砕の場合は 1。

C_2 は粉砕条件と粉砕回路に関する補正因子であり、乾式粉砕の場合は 1、湿式閉回路粉砕の場合は 1、湿式開回路粉砕の場合は図上で推定する。

C_3 はミル径 D_G [m] に関する補正因子であり、次式で求める。

$$(D_G < 3.81 \text{ m}) \quad C_3 = \left(\frac{2.44}{D_G} \right)^{0.2} \quad \dots(6.1.22)$$

$$(D_G \geq 3.81 \text{ m}) \quad C_3 = 0.914 \quad \dots(6.1.23)$$

C_4 は碎料粒子径 F_{80} [μm] に関する補正因子であり、次式で求める。

$$(F_{80} \geq F_{\text{opt}}) \quad C_4 = 1 + \frac{1}{R_{80}} \left(\frac{W_i}{1.1} - 7 \right) \left(\frac{F_{80}}{F_{\text{opt}}} - 1 \right) \quad \dots(6.1.24)$$

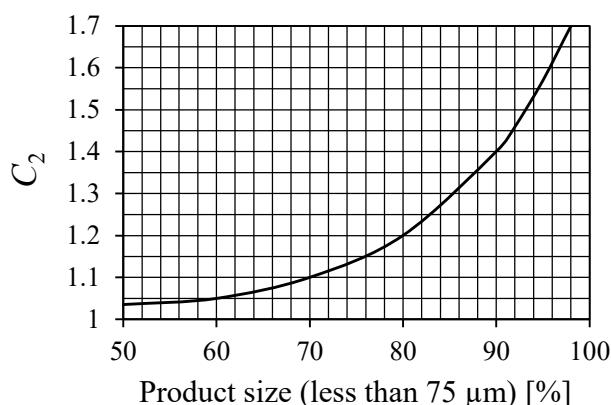
$$\left[R_{80} \equiv \frac{F_{80}}{P_{80}}, (\text{ball mill}) F_{\text{opt}} \equiv 4000 \sqrt{\frac{14.3}{W_i}}, (\text{rod mill}) F_{\text{opt}} \equiv 16000 \sqrt{\frac{14.3}{W_i}} \right]$$

$$(F_{80} < F_{\text{opt}}) \quad C_4 = 1 \quad \dots(6.1.25)$$

ただし、 F_{opt} は碎料の最適粒子径 [μm]、 F_{80} は碎料の 80% 通過粒子径 [μm]、 R_{80} は粉砕比 [-] (20~200)。

C_5 は碎製物粒子径 P_{80} [μm] (微粉砕の影響) に関する補正因子であり、次式で求める。

$$(P_{80} < 75 \mu\text{m}) \quad C_5 = \frac{P_{80} + 10.3}{1.145 P_{80}} \quad \dots(6.1.26)$$



$$(P_{80} \geq 75 \mu\text{m}) \quad C_5 = 1 \quad \dots(6.1.27)$$

ただし、 P_{80} は碎製物の 80%通過粒子径[μm]。

C_6 は粉砕比 R [-]に関する補正因子であり、次式で求める。

$$(R - R^* \leq -2) \quad C_6 = 1 + \frac{(R - R^*)^2}{150} \quad [R^* \equiv 8 + 5(L_G/D_G)] \quad \dots(6.1.28)$$

$$(-2 < R - R^* < 2) \quad C_6 = 1 \quad \dots(6.1.29)$$

$$(2 \leq R - R^*) \quad C_6 = 1 + \frac{(R - R^*)^2}{150} \quad [R^* \equiv 8 + 5(L_G/D_G)] \quad \dots(6.1.30)$$

C_7 はボールミル粉砕比 R [-]に関する補正因子であり、次式で求める。

$$(R < 6) \quad C_7 = 1 + \frac{0.13}{R - 1.35} \quad \dots(6.1.31)$$

$$(R \geq 6) \quad C_7 = 1 \quad \dots(6.1.32)$$

C_8 はロッドミルの碎料条件に関する補正因子であり、開回路粉砕の場合は 1.4、閉回路粉砕の場合は 1.2、ボールミルの場合は 1。

④粉砕所要動力 次元解析に基づく Rose & Sullivan の式を用いる。[文献 33, 34]

$$\frac{P}{D_G^5 N^3 \rho_B} = K \left(1 + \frac{0.4 \rho_p}{\rho_B} \right) \left(\frac{L_G}{D_G} \right) \left(\frac{N_c}{N} \right)^2 f(J_B) \quad \dots(6.1.33)$$

ただし、 D_G はミル径[m]、 $f(J_B)$ は充填率関数、 J_B はミル内における粉砕媒体のホールドアップ(空隙部を含めた体積分率) [-]、 K は装置条件に関する定数(約 3.40)、 L_G はボールミル長[m]、 N はミル回転速度[1/s]、 N_c は臨界回転速度[1/s]、 P は粉砕所要動力[W]、 ρ_B は粉砕媒体(ボール)密度[kg/m^3]、 ρ_p は碎料密度[kg/m^3]。

充填率関数 $f(J_B)$ は、図上で推定する。粉砕媒体のホールドアップ J_B [-] は、次式のように導かれる。

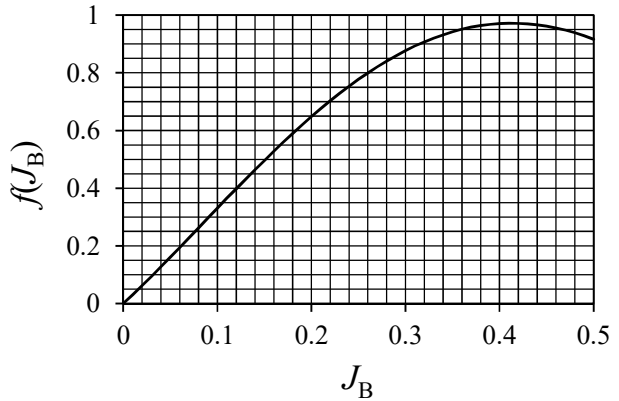
$$J_B = \frac{V_B + V_e}{V_G} \quad \dots(6.1.34)$$

$$J_B = \frac{(M_B/\rho_B) + (M_B/\rho_B)[\varepsilon/(1-\varepsilon)]}{V_G} \quad \dots(6.1.35)$$

$$J_B = \frac{(M_B/\rho_B)[1 + \{\varepsilon/(1-\varepsilon)\}]}{V_G} \quad \dots(6.1.36)$$

$$J_B = \frac{(M_B/\rho_B)[1/(1-\varepsilon)]}{V_G} \quad \dots(6.1.37)$$

$$J_B = \frac{M_B}{\rho_B V_G (1-\varepsilon)} \quad \dots(6.1.38)$$



ただし、 M_B は粉砕媒体(ボール)の充填量[kg]、 V_B は粉砕媒体の体積[m^3]、 V_e は空隙部の体積[m^3]、 V_G はミル容積[m^3]、 ε は媒体間空隙率[-]。

空隙率 ε について、Rose & Sullivan は 0.4 を仮定して粉砕動力式を導いているので、この値を用いる。

【問題】 ボールミルの設計

石灰岩を転動ボールミルで回分粉砕する。①ミル容積 V_G [m^3]、②ミル径 D_G [mm]、③ミル長 L_G [mm]、④粉砕媒体密度 ρ_B [kg/m^3]、⑤粉砕媒体径 d_B [mm]、⑥ミル回転速度 N [rpm]、⑦粉砕仕事量 W [kWh/t]、

⑧粉砕所要動力 P [kW]、⑨処理能力 Q [t/h] を求めよ。(①22.6 m³, ②2431 mm, ③4861 mm, ④6238 kg/m³, ⑤76.1 mm, ⑥22 rpm, ⑦9.24 kWh/t, ⑧311 kW, ⑨33.7 t/h)

砕料	石灰岩	ミル長—ミル径比 L_G/D_G	2
砕料密度 ρ_p	2.66 t/m ³	ミル容積 V_G	砕料体積の 5 倍
砕料の仕込み量 M	12 t	粉砕媒体	ボール
砕料の 80%通過粒子径 F_{80}	10 mm	粉砕媒体の充填量 M_B	30 t
粉砕方式	乾式	ミル回転速度 N	臨界値の 80%
粉砕回路	閉回路	粉砕比 R_{80}	20

6. 2 ロッドミル

ロッド径 d_B [mm] は、Bond の式を用いる。[文献 31, 32, 48]

$$d_B = 25.4 \left(\frac{F_{80}^{0.75}}{160} \right) \sqrt{\frac{\rho_p W_i}{(100N/N_c) \sqrt{3.281 D_G}}} \quad \dots(6.2.1)$$

ただし、 D_G はミル径[m]、 F_{80} は砕料の 80%通過粒子径[μm]、 W_i は仕事指数[kWh/t]、 N はミル回転速度[rpm]、 N_c は臨界回転速度[rpm]、 ρ_p は砕料密度[t/m³]。

処理能力 Q [t/h] は、ボールミルと同様の手順にしたがう。

7. 粉砕プロセス

7. 1 開回路粉砕

粉砕機から出た砕料をリサイクルしない場合に相当する。いま、粉砕機 1 に砕料 $F=100$ t/h が入り、目的成分である微粉が 60% ($x_U=0.6$) 含まれる状態で分級機 (効率 $\eta=0.8$) に入る。そこからふるい上流れ O [t/h] とふるい下流れ U [t/h] に分かれる。ふるい上流れは粉砕機 2 に入ってさらに粉砕され、ふるい下流れと合流して砕製物 $P=100$ t/h を製造している。このときのふるい上流れ O [t/h] とふるい下流れ U [t/h] を求める。ただし、ふるい上基準の分級機効率 η は、分級機へ入る砕料流れ中のふるい上成分量とふるい上流れの比で定義する。[文献 49]

$$\text{(全物質収支)} \quad F=O+U$$

$$\text{(ふるい上成分収支)} \quad F(1-x_U)=O\eta$$

ふるい上成分収支より

$$O=F(1-x_U)/\eta=(100)(1-0.6)/0.8=\boxed{50 \text{ t/h}}$$

全物質収支より

$$U=F-O=100-50=\boxed{50 \text{ t/h}}$$

7. 2 閉回路粉砕

粉碎機から出た砕料をリサイクルする場合に相当する。粉碎機内の滞留時間を短くして過粉碎を抑制できる点、目的粒径の砕製物を効率良く製造できる点で有利である。いま、粉碎機に砕料 $F=100$ t/h とリサイクル流れ R [t/h]が入り、目的成分である微粉が 40% ($x_U=0.4$) 含まれる状態で分級機(効率 $\eta=0.9$)に入る。そこから循環流量比 CI (サーキュレーションローディングという)でリサイクル流れ(ふるい上流れ) R [t/h]とふるい下流れに分かれ、砕製物(ふるい下流れ) $P=100$ t/h を製造している。このときの循環流量比 CI [-]とリサイクル流れ R [t/h]を求める。ただし、ふるい上基準の分級機効率 η は、分級機へ入る砕料流れ中のふるい上成分量とふるい上流れの比で定義する。【文献 49】

(全物質収支) $F=P$

(ふるい上成分収支) $(F+R)(1-x_U)=R\eta$

(循環流量比) $CI=R/F$

ふるい上成分収支より

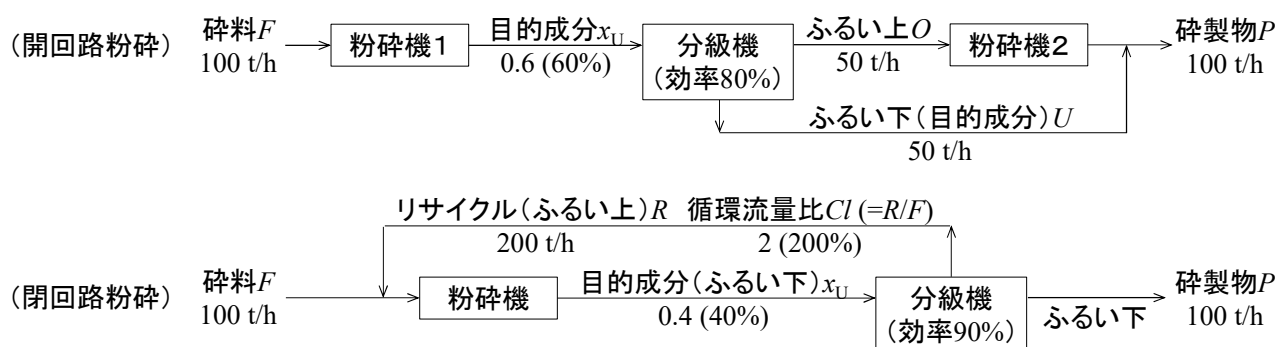
$$R=(F+R)(1-x_U)/\eta$$

$$1=(F/R+1)(1-x_U)/\eta=[1/(R/F)+1](1-x_U)/\eta=[(1/CI)+1](1-x_U)/\eta$$

$$1/CI=[\eta/(1-x_U)]-1$$

$$CI=1/[\{\eta/(1-x_U)\}-1]=1/[\{(0.9)/(1-0.4)\}-1]=2$$

$$R=F \cdot CI=(100)(2)=200 \text{ t/h}$$



※分級機効率(ふるい上基準)=分級機に入る砕料流れ中のふるい上成分量/ふるい上流れ

図 7.1 粉碎プロセスの計算例

【問題】 粉碎プロセス

閉回路の粉碎機に砕料 $F=100$ t/h とリサイクル流れ R [t/h]が入り、目的成分である微粉が 20% ($x_U=0.2$) 含まれる状態で分級機に入る。そこから循環流量比 $CI=20$ でリサイクル流れ(ふるい上) R [t/h]とふるい下流れに分かれ、砕製物(ふるい下) $P=100$ t/h を製造している。このときのふるい上基準分級機効率 η [%]を求めよ。(84%)

参考文献

[1] 横堀武夫; 材料強度学, 岩波全書(1964)1.2 章
 [2] 小林英男; 破壊力学, 共立出版(1993)1 章

- [3] T.L. Anderson(著), 栗飯原周二(監訳), 金田重裕(訳), 吉成仁志(訳); 破壊力学 第3版, 森北出版(2011)2章
- [4] 八嶋三郎(編); 粉砕と粉体物性, 培風館(1986)1章
- [5] A.A. Griffith; *Phyl. Trans. Roy. Soc.*, **221**(1920)163
- [6] 横堀武夫; 材料強度学, 岩波全書(1964)5章
- [7] 小林英男; 破壊力学, 共立出版(1993)3.3章
- [8] H. Hertz; *J. reine und angewandte Mathematik*, **92**(1882)156-171
- [9] S.P. Timoshenko(著), J.N. Goodier(著), 金多潔(監訳), 荒川宗夫(訳), 坂口昇(訳), 森哲郎(訳); 弾性論, コロナ社(1973)pp.423-434
- [10] K.L. Johnson; *Contact Mechanics*. Cambridge University Press(1985)Chapter 4
- [11] J. Halling(編), 松本有史(訳), 佐々木貞夫(訳), 河内康伸(訳), 東条徹(訳), 杉原和佳(訳); トライボロジ, 近代科学社(1984)3章
- [12] H. Rumpf; *Chem. Ing. Tech.*, **31**(1959)323
- [13] 平松良雄, 岡行俊, 木山英郎; 日本鉱業会誌, **81**(1965)1024-1030
- [14] 神田良照, 佐野茂, 斉藤文良, 八嶋三郎; 化学工学論文集, **10**(1984)108-112
- [15] 八嶋三郎(編); 粉砕と粉体物性, 培風館(1986)pp.55-62
- [16] 有光 隆; これならわかる図解でやさしい入門材料力学 第2版, 技術評論社(2020)
- [17] P.R. Ritinger; *Lehrbuch der Aufbereitungskunde*, Berlin(1867)
- [18] F. Kick; *Das Gesetz der proportionalen Widerstände und seine Anwendungen*, Leipzig(1885)
- [19] F.C. Bond, *Trans. AIME*, **193**(1952)484-494
- [20] F.C. Bond, *Trans. AIME*, **196**(1953)315
- [21] W.H. Walker, W.K. Lewis, W.H. McAdams, E.R. Gilliland; *Principles of Chemical Engineering*, 3rd Ed. McGrawHill(1937)
- [22] 田中達夫; 化学工学, **18**(1954)160-171
- [23] H.E. Rose and J.E. English; *Trans. IMM*, **76**(1967)C32-C43
- [24] A. Gupta and D. Yan; *Mineral processing design and operations* 2nd Ed., Elsevier (2016)Chapter 4
- [25] A. Gupta and D. Yan; *Mineral processing design and operations* 2nd Ed., Elsevier (2016)Chapter 5
- [26] J. Broman; *Eng. Mining J.*, **185**(1984)69-71
- [27] A. Gupta and D. Yan; *Mineral processing design and operations* 2nd Ed., Elsevier (2016)Chapter 6
- [28] V. Rao, S. Patel, A. Lele; *Mineral Processing* (2019)Chapter 4.3
- [29] Wertheim; *Z. d. Osterr. Ing. Vereins S.* (1862) p.17
- [30] 亀井三郎; 増補 粉砕, 産業図書(1943) p.115
- [31] F.C. Bond; *British. Chem. Eng.*, **6**(1961)378-385
- [32] F.C. Bond; *British. Chem. Eng.*, **6**(1961)543-548
- [33] H.E. Rose and R.M.E. Sullivan; *Treatise on the Internal Mechanization of Ball, Tube and Rod Mills*, Constable (1958)
- [34] H.E. Rose and R.M.E. Sullivan; *Vibration Mills and Vibration Milling*, Constable (1961)
- [35] C.A. Rowland and D.M. Kjos In: L.M. Mular, R.B. Bhappu Eds.; *Mineral processing plant design*, SME/AIME (1980)
- [36] S.K. Jain; *Mineral Processing* 2nd Ed., CBS (2001)Chapter 6
- [37] A. Gupta and D. Yan; *Mineral processing design and operations* 2nd Ed., Elsevier (2016)Chapter 7,8
- [38] B.A. Wills, J.A. Finch; *Mineral Processing Technology* 8th Ed., Elsevier (2016)Chapter 7
- [39] V. Rao, S. Patel, A. Lele; *Mineral Processing* (2019)Chapter 5
- [40] 藤田 重文, 東畑平一郎(編); 化学工学II 第2版「機械的操作」, 東京化学同人(1972)6.2章
- [41] F.C. Bond; *AIME.Trans.*, **211**(1958)592-595
- [42] C.A. Rowland and D.M. Kjos In: L.M. Mular, R.B. Bhappu Eds.; *Mineral processing plant design*, SME/AIME (1980) p.239-278
- [43] L.G. Austin, R.R. Klimpel, P.T. Luckie; *Process engineering of size reduction: ball milling*, SME/AIME (1984)
- [44] A. Gupta and D. Yan; *Mineral processing design and operations* 2nd Ed., Elsevier (2016) pp.251-254
- [45] C.L. Prasher; *Crushing and Grinding Process Handbook*, John Wiley & Sons Ltd. (1987) pp.220-222
- [46] 伊藤光弘; 粉体機器・装置ハンドブック, 日刊工業新聞社(1995)3.1章
- [47] 坂下 攝; 粉体プロセス設計ー演習ノートー 月刊「化学装置」別冊, 工業調査会(1999) pp.56-57
- [48] F.C. Bond; *Eng. Mining J.*, **161**(1960)82-85
- [49] D.V. Subba Rao; *Minerals and Coal Process Calculations*, CRC Press(2016)Chapter10.3

教科書

(下線は推薦図書)

- [1] 横堀武夫; 材料強度学, 岩波全書(1964)
- [2] S.P. Timoshenko(著), J.N. Goodier(著), 金多潔(監訳), 荒川宗夫(訳), 坂口昇(訳), 森哲郎(訳); 弾性論, コロナ社(1973)
- [3] 八嶋三郎(編); 粉碎と粉体物性, 培風館(1986)
- [4] 小林英男; 破壊力学, 共立出版(1993)
- [5] T.L. Anderson(著), 栗飯原周二(監訳), 金田重裕(訳), 吉成仁志(訳); 破壊力学 第3版, 森北出版(2011)
- [6] A.F. Taggart; Handbook of Mineral Dressing, John Wiley & Sons Inc (1945)
- [7] H.E. Rose and R.M.E. Sullivan; Treatise on the Internal Mechanization of Ball, Tube and Rod Mills, Constable (1958)
- [8] H.E. Rose and R.M.E. Sullivan; Vibration Mills and Vibration Milling, Constable (1961)
- [9] F.C. Bond; *British. Chem. Eng.*, 6(1961)378-385
- [10] F.C. Bond; *British. Chem. Eng.*, 6(1961)543-548
- [11] H.E. Rose and J.E. English; *Trans. IMM*, 76(1967)C32-C43
- [12] C.A. Rowland and D.M. Kjos In: L.M. Mular, R.B. Bhappu Eds.; Mineral processing plant design, SME/AIME (1980)
- [13] L.G. Austin, R.R. Klimpel, P.T. Luckie; Process engineering of size reduction: ball milling, SME/AIME (1984)
- [14] C.L. Prasher; Crushing and Grinding Process Handbook, John Wiley & Sons Ltd. (1987)
- [15] K.S. Kawatra; Comminution Practices, Society for Mining Metallurgy (1997)
- [16] S.K. Jain; Mineral Processing 2nd Ed., CBS (2001)
- [17] D.V. Subba Rao; Minerals and Coal Process Calculations, CRC Press(2016)
- [18] A. Gupta and D. Yan; Mineral processing design and operations 2nd Ed., Elsevier (2016) ※推奨
- [19] B.A. Wills, J.A. Finch; Mineral Processing Technology 8th Ed., Elsevier (2016)
- [20] K.D. Patil; Mechanical Operations, Nirali Prakashan(2018)
- [21] V. Rao, S. Patel, A. Lele; Mineral Processing (2019)
- [22] 亀井三郎; 増補 粉碎, 産業図書(1943)
- [23] 高桑健; 選鉱工学, 共立出版(1944)
- [24] 中野実(監修), 下村弥太郎(監修), 斎藤平吉(監修), 伏見弘(著); 鉱山読本 第5巻(選鉱編) 第26集, 技術書院(1961)
- [25] 藤田重文, 東畑平一郎(編); 化学工学II 第2版「機械的操作」, 東京化学同人(1972)
- [26] 亀井三郎(編); 化学機械の理論と計算 第2版, 産業図書(1975)
- [27] 井伊谷鋼一(編); 粉体工学ハンドブック, 朝倉書店(1965)
- [28] 粉体工学会(編); 粉体工学便覧, 日刊工業新聞社(1986)
- [29] 化学工学協会(編); 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978)
- [30] 化学工学協会(編); 化学工学便覧 改訂五版, 丸善(1988)
- [31] 伊藤光弘; 粉体機器・装置ハンドブック, 日刊工業新聞社(1995)
- [32] 林 恒美; 粉体技術ポケットブック, 工業調査会(1996)
- [33] 坂下 攝; 粉体プロセス設計ー演習ノートー 月刊「化学装置」別冊, 工業調査会(1999)

令和5年04月28日作成

令和5年05月15日改訂

令和5年05月30日改訂

令和5年06月04日改訂

令和6年05月20日改訂