

## 攪拌槽工学Ⅲ

## [伝熱編]

## 5. 伝熱計算

## 5. 1 伝熱時間[文献3, 27-29]

## 5.1.1 伝熱媒体の出口温度が操作中に変化しない場合

スチームの潜熱で加熱する場合、外気にさらして冷却する場合、恒温槽を用いる場合、伝熱媒体の温度変化が小さく無視できる場合などがこれにあたる。

加熱時の伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = MC_p \frac{dT}{dt} = UA(T^* - T) \quad [T^* > T] \quad \cdots(5.1.1.1)$$

ただし、 $A$ は伝熱面積[m<sup>2</sup>]、 $C_p$ は攪拌液の平均比熱容量[J/(kg・K)]、 $M$ は液重量[kg]、 $T$ は時間 $t$ における攪拌液温度[K]、 $T^*$ は平衡温度(スチームの凝縮温度や恒温槽温度)[K]、 $U$ は総括伝熱係数[W/(m<sup>2</sup>・K)]。

攪拌液温度 $T_0$ から $T_f$ ( $T_0 < T_f$ )までの加熱時間 $\tau_H$ [s]は、加熱時の伝熱速度式を用いて求めることができる。

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{dT}{T^* - T} = \frac{UA}{MC_p} \int_0^{\tau_H} dt \quad \cdots(5.1.1.2)$$

$$\ln \frac{T^* - T_0}{T^* - T_f} = \frac{UA}{MC_p} \tau_H \quad \cdots(5.1.1.3)$$

$$\tau_H = \ln \frac{T^* - T_0}{T^* - T_f} \left/ \left( \frac{UA}{MC_p} \right) \right. \quad \cdots(5.1.1.4)$$

伝熱量 $Q$ [W]は、次式より求められる。

$$Q = \frac{MC_p(T_f - T_0)}{\tau_H} \quad \cdots(5.1.1.5)$$

冷却時の伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = -MC_p \frac{dT}{dt} = UA(T - T^*) \quad [T > T^*] \quad \cdots(5.1.1.6)$$

ただし、 $T^*$ は平衡温度(外気温や恒温槽温度)[K]

攪拌液温度 $T_0$ から $T_f$ ( $T_0 > T_f$ )までの冷却時間 $\tau_C$ [s]は、冷却時の伝熱速度式を用いて求めることができる。

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{-dT}{T - T^*} = \frac{UA}{MC_p} \int_0^{\tau_C} dt \quad \cdots(5.1.1.7)$$

$$\ln \frac{T_0 - T^*}{T_f - T^*} = \frac{UA}{MC_p} \tau_C \quad \cdots(5.1.1.8)$$

$$\tau_C = \ln \frac{T_0 - T^*}{T_f - T^*} \left/ \left( \frac{UA}{MC_p} \right) \right. \quad \cdots(5.1.1.9)$$

伝熱量  $Q$  [W]は、次式より求められる。

$$Q = \frac{MC_p(T_0 - T_f)}{\tau_c} \quad \cdots(5.1.1.10)$$

### 5.1.2 伝熱媒体の出口温度が操作中に変化する場合

加熱油や冷却水を伝熱媒体に用いる場合がこれにあたる。ただし、伝熱媒体の温度変化が小さく無視できる場合や、出入口での温度差を平均値で用いる場合は、上で導いた式を用いることもできる。

加熱時の伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = MC_p \frac{dT}{dt} = UA\Delta T_{lm} \quad \cdots(5.1.2.1)$$

ただし、 $\Delta T_{lm}$ は対数平均温度差[K]であり、次式で表される。

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_{in} - T) - (T_{out} - T)}{\ln \frac{T_{in} - T}{T_{out} - T}} \quad \cdots(5.1.2.2)$$

ただし、 $T_{in}$ は熱媒の入口側温度、 $T_{out}$ は熱媒の出口側温度、 $T$ は時間  $t$ における攪拌液温度[K]。(攪拌液の加熱速度)=(熱媒の冷却速度)が成り立つことから、次式が導かれる。

$$UA\Delta T_{lm} = WC_{pw}(T_{in} - T_{out}) [=Q] \quad \cdots(5.1.2.3)$$

ただし、 $C_{pw}$ は熱媒の平均比熱容量[J/(kg·K)]、 $W$ は熱媒の質量流量[kg/s]。 $T_{out}$ について解く。

$$UA \frac{(T_{in} - T) - (T_{out} - T)}{\ln \frac{T_{in} - T}{T_{out} - T}} = WC_{pw}(T_{in} - T_{out}) \quad \cdots(5.1.2.4)$$

$$UA \frac{T_{in} - T_{out}}{\ln \frac{T_{in} - T}{T_{out} - T}} = WC_{pw}(T_{in} - T_{out}) \quad \cdots(5.1.2.5)$$

$$UA \frac{1}{\ln \frac{T_{in} - T}{T_{out} - T}} = WC_{pw} \quad \cdots(5.1.2.6)$$

$$\ln \frac{T_{in} - T}{T_{out} - T} = \frac{UA}{WC_{pw}} \quad \cdots(5.1.2.7)$$

$$\frac{T_{in} - T}{T_{out} - T} = \exp \frac{UA}{WC_{pw}} \quad \cdots(5.1.2.8)$$

$$\frac{T_{in} - T}{T_{out} - T} = K \quad \cdots(5.1.2.9)$$

$$T_{out} - T = \frac{T_{in} - T}{K} \quad \cdots(5.1.2.10)$$

$$\boxed{T_{\text{out}} = T + \frac{T_{\text{in}} - T}{K}} \quad \left[ K \equiv \exp \frac{UA}{WC_{\text{pw}}} \right] \quad \cdots(5.1.2.11)$$

$UA\Delta T_{\text{lm}}$ の式の右辺に代入して  $T_{\text{out}}$  を消去した式をはじめの  $Q$  の式の右辺に代入する。

$$MC_p \frac{dT}{dt} = WC_{\text{pw}} \left[ T_{\text{in}} - \left( T + \frac{T_{\text{in}} - T}{K} \right) \right] \quad \cdots(5.1.2.12)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{WC_{\text{pw}}}{MC_p} \left[ (T_{\text{in}} - T) - \frac{(T_{\text{in}} - T)}{K} \right] \quad \cdots(5.1.2.13)$$

$$\frac{dT}{T_{\text{in}} - T} = \frac{WC_{\text{pw}}}{MC_p} \left( 1 - \frac{1}{K} \right) dt \quad \cdots(5.1.2.14)$$

$T_0$  から  $T_f$  までの加熱時間  $\tau_{\text{H}}$  [s] は、上式を積分して求めることができる。

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{dT}{T_{\text{in}} - T} = \frac{WC_{\text{pw}}}{MC_p} \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \int_0^{\tau_{\text{H}}} dt \quad \cdots(5.1.2.15)$$

$$\ln \frac{T_{\text{in}} - T_0}{T_{\text{in}} - T_f} = \frac{WC_{\text{pw}}}{MC_p} \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \tau_{\text{H}} \quad \cdots(5.1.2.16)$$

$$\boxed{\tau_{\text{H}} = \ln \frac{T_{\text{in}} - T_0}{T_{\text{in}} - T_f} \left/ \left[ \frac{WC_{\text{pw}}}{MC_p} \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \right] \right.} \quad \left[ K \equiv \exp \frac{UA}{WC_{\text{pw}}} \right] \quad \cdots(5.1.2.17)$$

冷却時の伝熱速度式は、次式で表される。

$$Q = -MC_p \frac{dT}{dt} = UA\Delta T_{\text{lm}} \quad \cdots(5.1.2.18)$$

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{(T - T_{\text{in}}) - (T - T_{\text{out}})}{\ln \frac{T - T_{\text{in}}}{T - T_{\text{out}}}} \quad \cdots(5.1.2.19)$$

ただし、 $T_{\text{in}}$  は冷媒の入口側温度、 $T_{\text{out}}$  は冷媒の出口側温度。

(攪拌液の冷却速度)=(冷却水の加熱速度) が成り立つことから、次式が導かれる。

$$UA\Delta T_{\text{lm}} = wc_{\text{pw}}(T_{\text{out}} - T_{\text{in}}) [= Q] \quad \cdots(5.1.2.20)$$

ただし、 $c_{\text{pw}}$  は冷媒の平均比熱容量[J/(kg・K)]、 $w$  は冷媒の質量流量[kg/s]。

$T_{\text{out}}$  について解く。

$$\frac{(T - T_{\text{in}}) - (T - T_{\text{out}})}{\ln \frac{T - T_{\text{in}}}{T - T_{\text{out}}}} = wc_{\text{pw}}(T_{\text{out}} - T_{\text{in}}) \quad \cdots(5.1.2.21)$$

$$UA \frac{T_{\text{out}} - T_{\text{in}}}{\ln \frac{T - T_{\text{in}}}{T - T_{\text{out}}}} = wc_{\text{pw}}(T_{\text{out}} - T_{\text{in}}) \quad \cdots(5.1.2.22)$$

$$UA \frac{1}{\ln \frac{T - T_{\text{in}}}{T - T_{\text{out}}}} = wc_{\text{pw}} \quad \cdots(5.1.2.23)$$

$$\ln \frac{T - T_{\text{in}}}{T - T_{\text{out}}} = \frac{UA}{wc_{\text{pw}}} \quad \cdots(5.1.2.24)$$

$$\frac{T_{\text{in}} - T}{T_{\text{out}} - T} = \exp \frac{UA}{wc_{\text{pw}}} \quad \cdots(5.1.2.25)$$

$$\frac{T_{\text{in}} - T}{T_{\text{out}} - T} = \kappa \quad \cdots(5.1.2.26)$$

$$T_{\text{out}} - T = \frac{T_{\text{in}} - T}{\kappa} \quad \cdots(5.1.2.27)$$

$$\boxed{T_{\text{out}} = T + \frac{T_{\text{in}} - T}{\kappa}} \quad \left[ \kappa \equiv \exp \frac{UA}{wc_{\text{pw}}} \right] \quad \cdots(5.1.2.28)$$

$UA\Delta T_{\text{lm}}$ の式の右辺に代入して変数  $T_{\text{out}}$  を消去した式をはじめの  $Q$  の式の右辺に代入する。

$$-MC_p \frac{dT}{dt} = wc_{\text{pw}} \left[ \left( T + \frac{T_{\text{in}} - T}{\kappa} \right) - T_{\text{in}} \right] \quad \cdots(5.1.2.29)$$

$$-\frac{dT}{dt} = \frac{wc_{\text{pw}}}{MC_p} \left[ (T - T_{\text{in}}) - \frac{T - T_{\text{in}}}{\kappa} \right] \quad \cdots(5.1.2.30)$$

$$-\frac{dT}{T - T_{\text{in}}} = \frac{wc_{\text{pw}}}{MC_p} \left( 1 - \frac{1}{\kappa} \right) dt \quad \cdots(5.1.2.31)$$

$T_0$  から  $T_f$  までの冷却時間  $\tau_c$  [s] は、上式を積分して求めることができる。

$$\int_{T_0}^{T_f} \frac{-dT}{T - T_{\text{in}}} = \frac{wc_{\text{pw}}}{MC_p} \left( 1 - \frac{1}{\kappa} \right) \int_0^{\tau_c} dt \quad \cdots(5.1.2.32)$$

$$\ln \frac{T_0 - T_{\text{in}}}{T_f - T_{\text{in}}} = \frac{wc_{\text{pw}}}{MC_p} \left( 1 - \frac{1}{\kappa} \right) \tau_c \quad \cdots(5.1.2.33)$$

$$\boxed{\tau_c = \ln \frac{T_0 - T_{\text{in}}}{T_f - T_{\text{in}}} / \left[ \frac{wc_{\text{pw}}}{MC_p} \left( 1 - \frac{1}{\kappa} \right) \right]} \quad \left[ \kappa \equiv \exp \frac{UA}{wc_{\text{pw}}} \right] \quad \cdots(5.1.2.34)$$

## 5. 2 総括伝熱係数

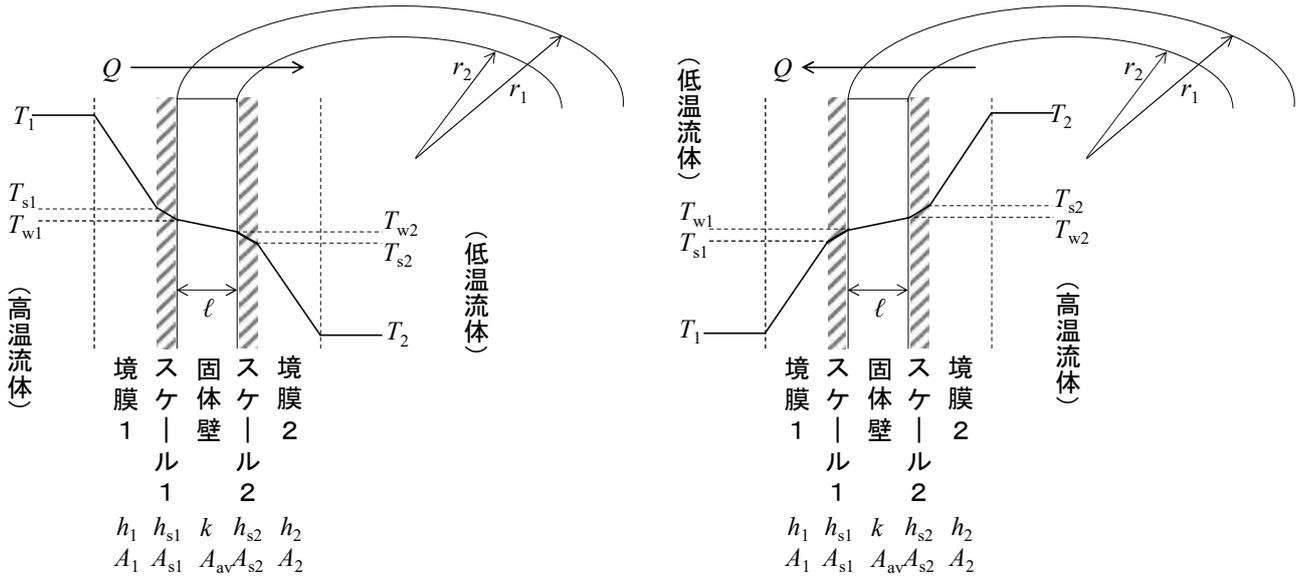


図 5.2.1 固体壁周りの温度分布  
(左：加熱時、右：冷却時)

各部位での対流伝熱速度  $Q$  [W]は、各部位の温度差を考慮して次のように表される。

$$\text{(境界膜 1)} \quad T_1 - T_{s1} = \frac{Q}{h_1 A_1} \quad \cdots(5.2.1)$$

$$\text{(スケール 1)} \quad T_{s1} - T_{w1} = \frac{Q}{h_{s1} A_{s1}} \quad \cdots(5.2.2)$$

$$\text{(固体壁)} \quad T_{w1} - T_{w2} = \frac{Q}{(k/l) A_{av}} \quad \cdots(5.2.3)$$

$$\text{(スケール 2)} \quad T_{w2} - T_{s2} = \frac{Q}{h_{s2} A_{s2}} \quad \cdots(5.2.4)$$

$$\text{(境界膜 2)} \quad T_{s2} - T_2 = \frac{Q}{h_2 A_2} \quad \cdots(5.2.5)$$

ただし、 $h$  は境界膜伝熱係数[W/(m<sup>2</sup>・K)]、 $h_s$  は汚れ係数[W/(m<sup>2</sup>・K)]、 $k$  は熱伝導度[W/(m・K)]、 $l$  は円管厚み[m]、 $A$  は伝熱面積[m<sup>2</sup>]、添え字  $s$  はスケール、添え字  $w$  は固体壁。

上式を辺々加えると、基準 1 の総括伝熱係数  $U_1$  [W/(m<sup>2</sup>・K)]が導かれる。

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A_1} + \frac{1}{h_{s1} A_{s1}} + \frac{\ell}{k A_{av}} + \frac{1}{h_{s2} A_{s2}} + \frac{1}{h_2 A_2}} \quad \cdots(5.2.6)$$

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{A_1} \left[ \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} \left( \frac{A_1}{A_{s1}} \right) + \frac{\ell}{k} \left( \frac{A_1}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} \left( \frac{A_1}{A_{s2}} \right) + \frac{1}{h_2} \left( \frac{A_1}{A_2} \right) \right]} \quad [ \equiv U_1 A_1 \Delta T ] \quad \cdots(5.2.7)$$

$$Q = U_1 A_1 \Delta T \quad [ \Delta T = T_1 - T_2 ] \quad \cdots(5.2.8)$$

スケール面積  $A_{s1}$  と  $A_{s2}$  がそれぞれ伝熱面積  $A_1$  と  $A_2$  に等置されるとき、上式は次式のようになる。

$$\frac{1}{U_1} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell}{k} \left( \frac{A_1}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2} \left( \frac{A_1}{A_2} \right) \quad [A_1 = A_{s1}, A_1 = A_{s2}] \quad \cdots(5.2.9)$$

伝熱面積  $A$  について、次式が成り立つ。

$$A_2 = 2\pi r_2 = \pi D_2 \quad \cdots(5.2.10)$$

$$A_1 = 2\pi r_1 = \pi D_1 \quad \cdots(5.2.11)$$

$$A_{av} = 2\pi r_{av} = \pi D_{av} \quad \cdots(5.2.12)$$

ただし、 $r$  は攪拌槽半径またはコイルを直円管と見なした場合の管半径[m]、 $D$  は攪拌槽径またはコイルを直円管と見なした場合の管径  $d_{co}$  [m]。

$A$  の式を代入すると、寸法比表示の総括伝熱係数  $U_1$  [W/(m<sup>2</sup>・K)]を得る。

$$\frac{1}{U_1} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell}{k} \left( \frac{D_1}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s2}} \left( \frac{D_1}{D_2} \right) + \frac{1}{h_2} \left( \frac{D_1}{D_2} \right) \quad \left[ D_{av} = \frac{D_1 + D_2}{2} \right] \quad \cdots(5.2.13)$$

寸法比を 1 に近似する場合は、次式が導かれる。

$$\boxed{\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell}{k} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2}} \quad [U = U_1, D_1/D_{av} \approx 1, D_1/D_2 \approx 1] \quad \cdots(5.2.14)$$

同様に、基準 2 の総括伝熱係数  $U_2$  [W/(m<sup>2</sup>・K)]が導かれる。

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A_1} + \frac{1}{h_{s1} A_{s1}} + \frac{\ell}{k A_{av}} + \frac{1}{h_{s2} A_{s2}} + \frac{1}{h_2 A_2}} \quad \cdots(5.2.15)$$

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{A_2} \left[ \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} \left( \frac{A_2}{A_{s2}} \right) + \frac{\ell}{k} \left( \frac{A_2}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} \left( \frac{A_2}{A_{s1}} \right) + \frac{1}{h_o} \left( \frac{A_2}{A_1} \right) \right]} \quad [ \equiv U_2 A_2 \Delta T ] \quad \cdots(5.2.16)$$

$$Q = U_2 A_2 \Delta T \quad [\Delta T = T_1 - T_2] \quad \cdots(5.2.17)$$

$$\frac{1}{U_2} = \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} \left( \frac{A_2}{A_{s2}} \right) + \frac{\ell}{k} \left( \frac{A_2}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} \left( \frac{A_2}{A_{s1}} \right) + \frac{1}{h_o} \left( \frac{A_2}{A_1} \right) \quad \cdots(5.2.18)$$

$$\frac{1}{U_2} = \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell}{k} \left( \frac{A_2}{A_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} \left( \frac{A_2}{A_1} \right) + \frac{1}{h_1} \left( \frac{A_2}{A_1} \right) \quad [A_2 = A_{s2}, A_2 = A_{s1}] \quad \cdots(5.2.19)$$

面積比を寸法比に置き換える場合は、装置長  $L$  [m]を用いて次式のようなになる。

$$\frac{1}{U_2} = \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell}{k} \left( \frac{\pi D_2 L}{\pi D_{av} L} \right) + \frac{1}{h_{s1}} \left( \frac{\pi D_2 L}{\pi D_1 L} \right) + \frac{1}{h_1} \left( \frac{\pi D_2 L}{\pi D_1 L} \right) \quad \cdots(5.2.20)$$

$$\frac{1}{U_2} = \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{\ell}{k} \left( \frac{D_2}{D_{av}} \right) + \frac{1}{h_{s1}} \left( \frac{D_2}{D_1} \right) + \frac{1}{h_1} \left( \frac{D_2}{D_1} \right) \quad \left[ D_{av} = \frac{D_1 + D_2}{2} \right] \quad \cdots(5.2.21)$$

寸法比を 1 に近似する場合は、基準 1 と同様の式を得る。

$$\boxed{\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_{s1}} + \frac{\ell}{k} + \frac{1}{h_{s2}} + \frac{1}{h_2}} \quad [U = U_2, D_2/D_{av} \approx 1, D_2/D_1 \approx 1] \quad \cdots(5.2.22)$$

## 5. 3 境膜伝熱係数

### 5.3.1 攪拌液側

攪拌液側の境膜伝熱係数に関する一般的な推算式は、次式で表される。

$$\frac{hD}{k} = K \left( \frac{\rho n d^2}{\mu} \right)^\alpha \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^\beta \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^\gamma f \quad \dots(5.3.1.1)$$

ただし、 $h$  は攪拌液側の境膜伝熱係数[W/(m<sup>2</sup>・K)](ジャケットの場合は  $h=h_j$ 、コイルの場合は  $h=h_c$ )、 $d$  は翼径[m]、 $D$  は槽径[m]、 $n$  は攪拌回転数[1/s]、 $C_p$  は攪拌液の比熱容量[J/(kg・K)]、 $k$  は攪拌液の熱伝導度[W/(m・K)]、 $\rho$  は攪拌液密度[kg/m<sup>3</sup>]、 $\mu$  は攪拌液粘度[Pa・s]、 $\mu_w$  は槽壁温度における攪拌液粘度[Pa・s]、 $f$  は装置形状に関する因子。

表 5.3.1.1 攪拌槽伝熱式の定数項 [文献 2, 30-35]

攪拌翼	伝熱面	邪魔板	$K$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$f$	備考
パドル	ジャケット	併用可	0.36	2/3	1/3	0.14	1	
	コイル	(不明)	0.87	0.62	1/3	0.14	1	
タービン	ジャケット	無し	0.54	2/3	1/3	0.14	1	
		有り	0.74	2/3	1/3	0.14	1	
	コイル	(不明)	1.50	2/3	1/3	0.14	1	
プロペラ	ジャケット	無し	0.37	2/3	1/3	0.14	1	
		有り	0.5	2/3	1/3	0.14	1	
	コイル	(不明)	0.83	2/3	1/3	0.14	1	
アンカー	ジャケット	無し	1.0	2/3	1/3	0.14	1	30<Re<300
			0.38	2/3	1/3	0.14	1	300<Re<4000
			0.55	2/3	1/4	0.14	1	4000<Re

J.R. Couper, W.R. Penny, J.R. Fair; Chemical Process Equipment 3<sup>rd</sup> Ed., Butterworth-Heinemann(2012), Chapter10  
 W.R. Penney (G.F. Hewitt Eds.); Heat Exchanger Design Handbook, Hemisphere Publishing(1983), Chapter 3.14 Agitated vessels  
 N.P. Chopey; Handbook of Chemical Engineering Calculations 3<sup>rd</sup> Ed., McGraw-Hill Inc.(2003), Section 7.16  
 A.K. Coker; Ludwig's Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 3 (4<sup>th</sup> Ed.), Gulf Professional Publishing (2015), Chapter 15 (Table 15-98)  
 S. Nagata; Mixing, John Wiley & Sons Inc. (1975), Chapter 2 Heat transfer in agitated vessels  
 藤田重文, 田原浩一, 吉田五一編; 化学装置・機械ハンドブック, 朝倉書店(1967), 9章 攪拌装置  
 化学工学会編; 実用化学装置設計ガイド, 工業調査会(1991), 11.攪拌装置

永田らは、種々の攪拌槽形状を含む推算式を次式で整理している。 [文献 18, 32]

$$\frac{hD}{k} = \alpha \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \left( \frac{\rho n d^2}{\mu} \right)^{\beta_1} \left( \frac{d}{D} \right)^{\beta_2} \left( \frac{\sum C_N}{NH} \right)^{\beta_3} \left( \frac{\sum b_N}{D} \right)^{\beta_4} (n_p)^{\beta_5} (\sin \theta)^{\beta_6} \left( \frac{H}{D} \right)^{\beta_7} \quad \dots(5.3.1.2)$$

ただし、 $h$  は攪拌液側の境膜伝熱係数[W/(m<sup>2</sup>・K)](ジャケットの場合は  $h=h_j$ 、コイルの場合は  $h=h_c$ )、 $N$  は翼段数[-](原報では記号  $i$ )、 $\sum b_N$  は攪拌翼  $N$  段分の翼幅の総和[m] (原報では記号  $\sum b_i$ )、 $\sum C_N$  は攪拌翼  $N$  段分の取付け高さの総和[m] (原報では記号  $\sum C_i$ )、 $n_p$  は羽根枚数[-]、 $d$  は翼径[m]、 $D$  は槽径[m]、 $H$  は液深[m]、 $n$  は攪拌回転数[1/s]、 $C_p$  は攪拌液の比熱容量[J/(kg・K)]、 $k$  は攪拌液の熱伝導度[W/(m・K)]、 $\rho$  は攪拌液密度[kg/m<sup>3</sup>]、 $\mu$  は攪拌液粘度[Pa・s]、 $\mu_w$  は槽壁温度における攪拌液粘度[Pa・s]、 $\theta$  は攪拌羽根の傾斜角[rad]、 $\alpha$  および  $\beta_1 \sim 7$  は定数[-]。

右辺第 1～3 項が流体に関する因子、第 4 項( $d/D$ )以降が攪拌槽形状に関する因子である。上式の定数項を下表に整理する。

表 5.3.1.2 攪拌槽伝熱に関する永田式の定数項 [文献 18, 33-35]

攪拌翼	伝熱方式	邪魔板	コイル類	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	備考
パドル 傾斜パドル タービン	ジャケット	なし	あり	0.54	2/3	-0.25	0.15	0.15	0.15	0.5	0	$Re > 100$
			なし	0.51	2/3	-0.25	0.15	0.15	0.15	0.5	0	
	コイル	なし	あり、なし 共通	1.40	2/3	-0.3	0.2	0.45	0.2	0.5	-0.6	$Re > 100$
			翼はコイル 内側に設置	0.825	0.56	-0.25	0	0.15	0.15	0	-0.3	① $H/D$ 項を $d_{co}/D$ に変更 ② $Re > 100$
			翼はコイル 下側に設置	1.05	0.62	-0.25		0.15	0.15	0	1.0	① $H/D$ 項を $D_c/D$ に変更 ② $Re > 100$
		あり	翼の設置箇 所関係なし	2.68	0.56	-0.3	0.15	0.3	0.2	0.5	-0.5	$Re > 100$
プロペラ	ジャケット	-	-	0.33	2/3	-0.25	0.15					$\Sigma C/iH$ 項を $C/Z$ に変更
	コイル	-	-	1.31	0.56	-0.25	0.15					

※定数項の空欄部は、その項自体が推算式から省かれていることを表す。

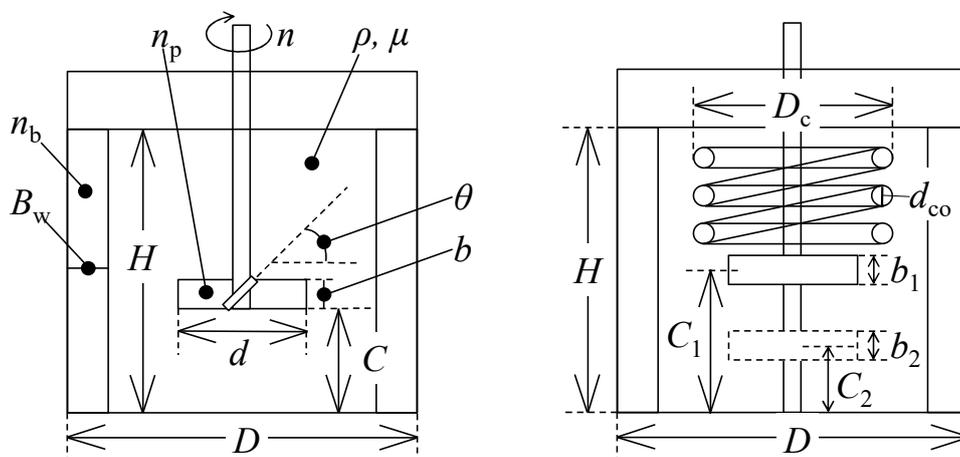


図 5.3.1.1 攪拌槽の形状因子

### 5.3.2 伝熱媒体側

①相変化が起こらない場合 コイルの場合は、直円管対流伝熱の補正式を用いる。 [文献 36]

$$(コイル) \quad \frac{h_{ci} d_{ci}}{k} = 0.023 \left( \frac{d_{ci} u_c \rho}{\mu} \right)^{0.8} \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^{0.33} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \left( 1 + 3.5 \frac{d_{ci}}{D_c} \right) \quad \dots(5.3.2.1)$$

ただし、 $C_p$  は伝熱媒体の平均比熱容量[J/(kg・K)]、 $d_{ci}$  はコイル管内径[m]、 $D_c$  はコイル中心径[m]、 $g$  は重力加速度[m/s<sup>2</sup>]、 $h_{ci}$  は伝熱媒体側(コイル管内側)の境膜伝熱係数[W/(m<sup>2</sup>・K)]、 $k$  は伝熱媒体の熱伝導度[W/(m・K)]、 $u_c$  はコイル管内の平均流速[m/s]、 $\mu$  は流体本体温度における伝熱媒体の粘度[Pa・s]、 $\mu_w$  はコイル管内壁温度における伝熱媒体の粘度[Pa・s]。

ジャケットの場合も直円管対流伝熱の式を用いる。ただし、ジャケット内の流路は、直円管ではないため、相当直径に換算したものを計算に用いる。相当直径  $D_{eq}$  [m]は、流体と接している壁面周辺の長さ、すなわちぬれ辺長  $l_{wet}$  [m]と流路断面積  $A_{wet}$  [m<sup>2</sup>]の比で表される動水半径  $r_H$  [m]の4倍で定義される。

$$D_{eq} = 4r_H \quad \dots(5.3.2.2)$$

$$D_{\text{eq}} = \frac{4A_{\text{wet}}}{l_{\text{wet}}} \quad \dots(5.3.2.3)$$

4倍の理由は、次式のように、円管における相当直径  $D_{\text{eq}}$  を円管径  $D$  と一致させるためである。

$$D_{\text{eq}} = \frac{4\pi(D/2)^2}{\pi D} = D \quad \dots(5.3.2.4)$$

相当直径  $D_{\text{eq}}$  は、ジャケット入口側ノズルの取付位置が半径方向か接線方向かによって異なる。半径方向の場合は底面からの上昇流れ、接線方向の場合はジャケットの隙間からの接線流れに基づく。【文献 37】

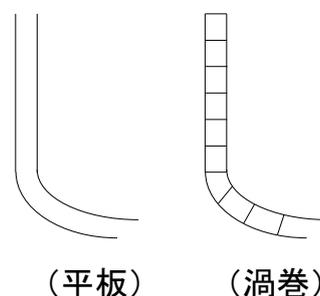
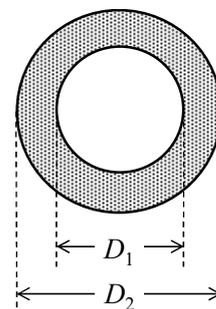
$$\text{(半径方向)} \quad D_{\text{eq}} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{2\pi(D_2/2 + D_1/2)} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{D_2 + D_1} = D_2 - D_1 \quad \dots(5.3.2.5)$$

$$\text{(接線方向)} \quad \frac{1}{D_{\text{eq}}} = \frac{2(L_j/\delta_j) + 2(D_2 - D_1)/2}{4(L_j/\delta_j)(D_2 - D_1)/2} = \frac{2(L_j/\delta_j) + (D_2 - D_1)}{2(L_j/\delta_j)(D_2 - D_1)} = \frac{1}{D_2 - D_1} + \frac{1}{2(L_j/\delta_j)} \quad \dots(5.3.2.6)$$

ただし、 $D_2$  はジャケット外径[m]、 $D_1$  はジャケット内径[m]、 $L_j$  はジャケット高さ(胴長と下部鏡板高さの和)[m]、 $\delta_j$  は渦巻ジャケット(スパイラルジャケット)の邪魔板間隔数[-](邪魔板無しの通常の平板ジャケットの場合は、 $\delta_j = 1$ )。ジャケット内流速  $u_j$  [m/s] は、ジャケット内流体の質量流量  $W$  [kg/s] を用いて次式で表される。

$$\text{(半径方向)} \quad u_j = \frac{W}{A_{\text{wet}}\rho} = \frac{W}{\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]\rho} \quad \dots(5.3.2.7)$$

$$\text{(接線方向)} \quad u_j = \frac{W}{A_{\text{wet}}\rho} = \frac{W}{\frac{L_j}{\delta_j} \left( \frac{D_2 - D_1}{2} \right) \rho} \quad \dots(5.3.2.8)$$



(ア)乱流の場合( $Re > 10000$ )は、Sieder-Tate(シーダー・テート)の式を用いる。【文献 38】

$$\frac{hD}{k} = 0.023 \left( \frac{DG}{\mu} \right)^{0.8} \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(5.3.2.9)$$

ただし、 $C_p$  は比熱容量[J/(kg·K)]、 $D$  は管径[m]、 $G$  は質量流束[kg/(m<sup>2</sup>·s)](= $\rho u$ )、 $k$  は熱伝導度[W/(m·K)]、 $\mu$  は粘度[Pa·s]、 $\mu_w$  は壁面温度における粘度[Pa·s]。それ以外の各物性値は、境膜温度に対応した値を用いる。なお、Sieder-Tate 式の指数 0.023 は原報【文献 38】では 0.027 であったが、その後 0.023 に修正された。

(イ)層流の場合( $Re < 2100$ )は、Sieder-Tate の修正式を用いる。

$$\frac{hD}{k} = 1.86 \left( \frac{DG}{\mu} \right)^{1/3} \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left( \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(5.3.2.10)$$

層流の場合は、装置形状( $D$  と  $L$ )の影響が大きくなる。

(ウ)遷移流の場合( $2100 < Re < 10000$ )は、Hausen(ハウゼン)の式を用いる。【文献 39】

$$\frac{hD}{k} = 0.116 \left[ \left( \frac{DG}{\mu} \right)^{2/3} - 125 \right] \left( \frac{C_p \mu}{k} \right)^{1/3} \left[ 1 + \left( \frac{D}{L} \right)^{2/3} \right] \left( \frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \dots(5.3.2.11)$$

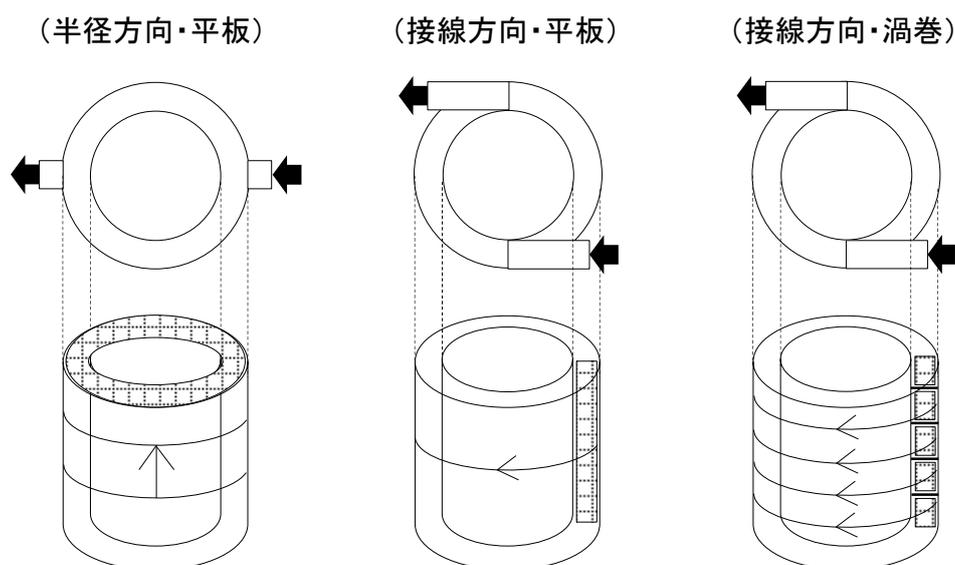


図 5.3.2.1 ジャケットノズルの取付方向とジャケット内部の相当流路断面積

(渦巻きジャケットの場合、ジャケット内側の壁面に円盤状のバフが複数枚取り付けられており、流路断面積が絞られている。そのため、ジャケット流体の線速が大きくなり、境膜厚みを薄くできる。すなわち、平板ジャケットよりも境膜伝熱係数を大きく取れる。[文献 37, 40])

②相変化が起こる場合 単一飽和蒸気の膜状凝縮伝熱式を用いる。熱媒にスチームを用いる場合は、飽和状態の凝縮水が伝熱面の外側または内側を膜状に濡らして熱を伝えるものとする。

ジャケットまたはコイルの相当直径  $D_{eq}$  [m] は、ぬれ辺長  $l_{wet}$  [m] と流路断面積  $A_{wet}$  [m<sup>2</sup>] の比の 4 倍で定義される。

$$D_{eq} = \frac{4A_{wet}}{l_{wet}} \quad \dots(5.3.2.11)$$

凝縮液膜のレイノルズ数  $Re_f$  は、次式で表される。

$$Re_f = \frac{D_{eq}(W_{cl}/A_{wet})}{\mu_{cl}} = \frac{(4A_{wet}/l_{wet})(W_{cl}/A_{wet})}{\mu_{cl}} = \frac{4W_{cl}/l_{wet}}{\mu_{cl}} = \frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \quad \dots(5.3.2.12)$$

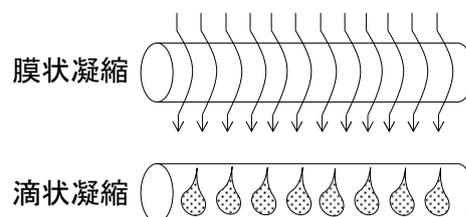
$$\text{(ジャケット)} \quad \Gamma = \frac{W_{cl}}{\pi D_{To}} \quad \dots(5.3.2.13)$$

$$\text{(コイル)} \quad \Gamma = \frac{W_{cl}}{L_c} \quad \dots(5.3.2.14)$$

ただし、 $D_{To}$  は槽外径(=槽内径  $D_T$  と板厚  $t_T$  の和)、 $L_c$  はコイル管長[m]、 $W_{cl}$  は凝縮量[kg/s]、 $\Gamma$ (ガンマ)はぬれ辺長あたりの凝縮液膜の質量流量[kg/(m·s)]、 $\mu_{cl}$  は凝縮液粘度[Pa·s]。

ジャケットの場合は垂直管外の凝縮伝熱式、コイルの場合は水平管内の凝縮伝熱式を用いる。[文献 40, 41]

$$\text{(ジャケット, } Re < 2100) \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[ \frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 1.88 \left( \frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \quad \dots(5.3.2.15)$$



$$\text{(ジャケット, } Re > 2100) \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[ \frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 0.0077 \left( \frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{0.4} \quad \dots(5.3.2.16)$$

$$\text{(コイル)} \quad \frac{h}{k_{cl}} \left[ \frac{\mu_{cl}^2}{\rho_{cl}(\rho_{cl} - \rho_v)g} \right]^{1/3} = 0.76 \left( \frac{4\Gamma}{\mu_{cl}} \right)^{-1/3} \quad \dots(5.3.2.17)$$

ただし、 $h$  は凝縮伝熱係数[W/(m<sup>2</sup>・K)]、 $k_{cl}$ 、 $\rho_{cl}$ 、 $\mu_{cl}$  は凝縮温度における凝縮液の熱伝導度[W/(m・K)]、密度[kg/m<sup>3</sup>]、粘度[Pa・s]、 $\rho_v$  は凝縮温度における蒸気密度[kg/m<sup>3</sup>]。各推算式の左辺を凝縮数という。なお、ジャケット層流条件式の右辺の係数 1.88 について、Nusselt(ヌッセルト)の理論式では 1.47 であり、実用的には 1.28 倍した 1.88 を用いる。【文献 41】

左辺の $(\rho_{cl}-\rho_v)$ 項について、多くの古典的成書では  $\rho_{cl}$  となっており、式中の各物性値も凝縮温度ではなく、液膜内部の平均温度で定義されている。液膜温度の推算には壁面温度が必要となるため、計算がやや煩雑となる。すなわち、壁面温度が含まれる対流伝熱式で適当な  $h$  値を仮定して壁面温度を求め、そのときの物性値を用いて上式の  $h$  値を求める。両方の  $h$  値が合致するまで計算を繰り返す。(現在は、表計算ソフトを用いて容易に決定できる。) ここでは、液膜温度のかわりに凝縮温度で定義している最近の成書にしたがった【文献 40】。飽和スチームの凝縮温度は、ジャケットまたはコイルに導入された飽和スチーム圧と水の蒸気圧曲線との交点より読み取ることができる。

## 5. 4 所要伝熱面積

### 5.4.1 ジャケットの場合

ジャケットの所要伝熱面積  $A_J$  [m<sup>2</sup>] は、次式より求める。

$$A_J = \frac{Q}{U\Delta T_{lm}} \quad \dots(5.4.1.1)$$

上式は、伝熱現象に基づいて決められる性能設計上の値であり、装置の仕様上の寸法比に基づいて決められる構造設計上のジャケット伝熱面積  $A_{JT}$  (接液面積) とは異なることに注意する。上式は、熱収支より求まる熱量を計画通りに輸送するのに「必要となる」伝熱面積である。もし、性能設計上の値  $A_J$  が構造設計上の値  $A_{JT}$  よりも大きくなる場合は、コイルを挿入するなどして、伝熱面積を増設する必要がある。

①伝熱量 攪拌液側を基準にして求める場合は、次式となる。

$$\text{(加熱時)} \quad Q = \frac{MC_p(T_f - T_0)}{\tau_H} \quad \dots(5.4.1.2)$$

$$\text{(冷却時)} \quad Q = \frac{MC_p(T_0 - T_f)}{\tau_C} \quad \dots(5.4.1.3)$$

伝熱時間  $\tau$  が分からない場合は、伝熱媒体側を基準にして求める。

伝熱媒体の出口温度が操作中に変化する場合はジャケットの伝熱速度  $Q$  [W] は、次式で表される。

$$\text{(加熱時)} \quad Q = W_J C_{ph} (T_{in} - T_{out,f}) \approx W_J C_{ph} \Delta T_h \quad \dots(5.4.1.4)$$

$$\text{(冷却時)} \quad Q = W_J C_{ph} (T_{out,f} - T_{in}) \approx W_J C_{ph} \Delta T_c \quad \dots(5.4.1.5)$$

ただし、 $C_{ph}$  は伝熱媒体の比熱容量[J/(kg・K)]、 $W_J$  はジャケット内を流れる伝熱媒体の質量流量[kg/s]、 $\Delta T$  は伝熱媒体の装置出入口における平均温度変化[K]、 $T_{out,f}$  は伝熱操作終了時における伝熱媒体の出口温度[K]。

回分操作の場合、攪拌液温度  $T$  が時間変化するため、伝熱媒体の出口温度  $T_{out}$  も時間変化する。攪拌液側の  $Q$  値は、1 バッチあたりの値であり、定数であることから、伝熱媒体側の  $Q$  値も終了時出口温度  $T_{out,f}$  や平均温度変化  $\Delta T$  を用いて、定数とする。

ジャケット内にスチームを流して加熱する場合のジャケットの伝熱速度  $Q$  [W] は、次式で表される。

$$Q = S\lambda_v \quad \cdots(5.4.1.6)$$

ただし、 $S$  はスチーム流量[kg/s]、 $\lambda_v$  は蒸発潜熱[J/kg]。

②伝熱媒体の出口温度 伝熱操作終了時における伝熱媒体の出口温度  $T_{out,f}$  は、次式より求める。

$$(\text{加熱時}) \quad T_{out,f} = T_f + \frac{T_{in} - T_f}{K} \left[ K \equiv \exp \frac{UA}{WC_{pw}} \right] \quad \cdots(5.4.1.7)$$

$$(\text{冷却時}) \quad T_{out,f} = T_f + \frac{T_{in} - T_f}{\kappa} \left[ \kappa \equiv \exp \frac{UA}{wc_{pw}} \right] \quad \cdots(5.4.1.8)$$

伝熱媒体の入口温度  $T_{in}$  は、回分と連続の別を問わず、操作中一定である。総括伝熱係数  $U$  は、ふつう定数扱いだが、スケーリング等による伝熱面の汚染が進むため、回分と連続の別を問わず、厳密には時間の関数となる。伝熱媒体の質量流量  $W$  および  $w$  もふつうは定数扱いだが、回分操作において伝熱速度を非定常変化させる場合は、時間の関数となる。

$K$  値あるいは  $\kappa$  値が分からない場合は、装置出入口における 1 バッチあたりの平均温度変化  $\Delta T$  を用いて、近似的な温度差として表現する。

$$(\text{加熱時}) \quad T_{out,f} \approx T_{in} - \Delta T_h \quad \cdots(5.4.1.9)$$

$$(\text{冷却時}) \quad T_{out,f} \approx T_{in} + \Delta T_c \quad \cdots(5.4.1.10)$$

$\Delta T$  は、装置まわりの熱収支を取ることで求められる。

③対数平均温度差 伝熱の推進力である温度差  $\Delta T$  が時間や場所によって変化する場合に用いる。次式のように、温度差の最大値  $\Delta T_{max}$  と最小値  $\Delta T_{min}$  をとって定数とする。

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln(\Delta T_{max}/\Delta T_{min})} \quad \cdots(5.4.1.11)$$

伝熱媒体のジャケット出口温度が操作中に変化しない場合は、次式となる。

$$(\text{加熱時}) \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T^* - T_0) - (T^* - T_f)}{\ln[(T^* - T_0)/(T^* - T_f)]} \quad \cdots(5.4.1.12)$$

$$(\text{冷却時}) \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T^* - T_f) - (T^* - T_0)}{\ln[(T^* - T_f)/(T^* - T_0)]} \quad \cdots(5.4.1.13)$$

伝熱媒体のジャケット出口温度が操作中に変化する場合は、次式となる。

$$(\text{加熱時}) \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T_{in} - T_0) - (T_{out,f} - T_f)}{\ln[(T_{in} - T_0)/(T_{out,f} - T_f)]} \approx \frac{(T_{in} - T_0) - \{(T_{in} - \Delta T_h) - T_f\}}{\ln[(T_{in} - T_0)/\{(T_{in} - \Delta T_h) - T_f\}]} \quad \cdots(5.4.1.14)$$

$$(\text{冷却時}) \quad \Delta T_{lm} = \frac{(T_0 - T_{in}) - (T_f - T_{out,f})}{\ln[(T_0 - T_{in})/(T_f - T_{out,f})]} \approx \frac{(T_0 - T_{in}) - \{T_f - (T_{in} + \Delta T_c)\}}{\ln[(T_0 - T_{in})/\{T_f - (T_{in} + \Delta T_c)\}]} \quad \cdots(5.4.1.15)$$

ただし、 $T^*$  はスチームの凝縮温度、外気温、平均温度などの平衡温度[K]、添え字 in は装置入口、out は装置出口、0 は初期、f は最終。

セルシウス度単位の数値を用いて $\Delta T_{lm}$ を計算する場合は、間違いを起こしやすいので注意する。すなわち、セルシウス度単位の計算結果に273.15を加えて絶対温度に変換してはならない。計算前に絶対温度に変換しておくこと、間違いが起こりにくい。

#### 5.4.2 コイルの場合

コイルの所要伝熱面積 $A_c$  [ $m^2$ ]は、次式より求める。

$$A_c = \frac{Q}{U\Delta T_{lm}} \quad \cdots(5.4.2.1)$$

①**伝熱量** 攪拌液側を基準にして求める場合は、ジャケットの場合と同じである。

伝熱時間が分からない場合は、伝熱媒体側を基準にして求める。

伝熱媒体の出口温度が操作中に変化する場合は、コイルの伝熱速度 $Q$  [W]は、次式で表される。

$$\text{(加熱時)} \quad Q = W_c C_{ph} (T_{in} - T_{out,f}) \approx W_c C_{ph} \Delta T_h \quad \cdots(5.4.2.2)$$

$$\text{(冷却時)} \quad Q = W_c C_{ph} (T_{out,f} - T_{in}) \approx W_c C_{ph} \Delta T_c \quad \cdots(5.4.2.3)$$

ただし、 $C_{ph}$ は伝熱媒体の比熱容量[J/(kg·K)]、 $W_c$ はコイル管内を流れる伝熱媒体の質量流量[kg/s]、 $\Delta T$ は伝熱媒体の装置出入口における平均温度変化[K]、 $T_{out,f}$ は伝熱操作終了時における伝熱媒体の出口温度[K]。コイル管内流体の質量流量 $W_c$ は、次式で表される。

$$W_c = \rho_h u_c S_c \quad \cdots(5.4.2.4)$$

$$W_c = \rho_h u_c \left( \frac{\pi d_{ci}^2}{4} \right) \quad \cdots(5.4.2.5)$$

ただし、 $d_{ci}$ はコイル管内径[m]、 $S_c$ はコイル管断面積[m<sup>2</sup>]、 $u_c$ はコイル管内を流れる伝熱媒体の平均流速[m/s]、 $\rho_h$ は伝熱媒体の密度[kg/m<sup>3</sup>]。

コイル管内にスチームを流して加熱する場合のコイルの伝熱速度 $Q$  [W]は、次式で表される。

$$Q = S \lambda_v \quad \cdots(5.4.2.6)$$

$$S = \rho_h u_s S_c \quad \cdots(5.4.2.7)$$

ただし、 $S$ はスチーム流量[kg/s]、 $u_s$ はスチーム流速[m/s]、 $\lambda_v$ は蒸発潜熱[J/kg]。

②**伝熱媒体の出口温度** ジャケットの場合と同様である。

③**対数平均温度差** ジャケットの場合と同様である。

④**コイル長さ**と**巻き数の計算** 所要伝熱面積が求まると、コイル長と巻き数を求めることができる。

コイル長 $L_c$  [m]は、次式で表される。

$$L_c = \frac{A_c}{\pi d_{ci}} \quad \cdots(5.4.2.8)$$

コイルの巻き数 $N_c$  [-]は、コイルのピッチ $p_c$  [m]を用いて次式で表される。[文献 42]

$$N_c = \frac{L_c}{\sqrt{(\pi D_c)^2 + p_c^2}} \quad \cdots(5.4.2.9)$$

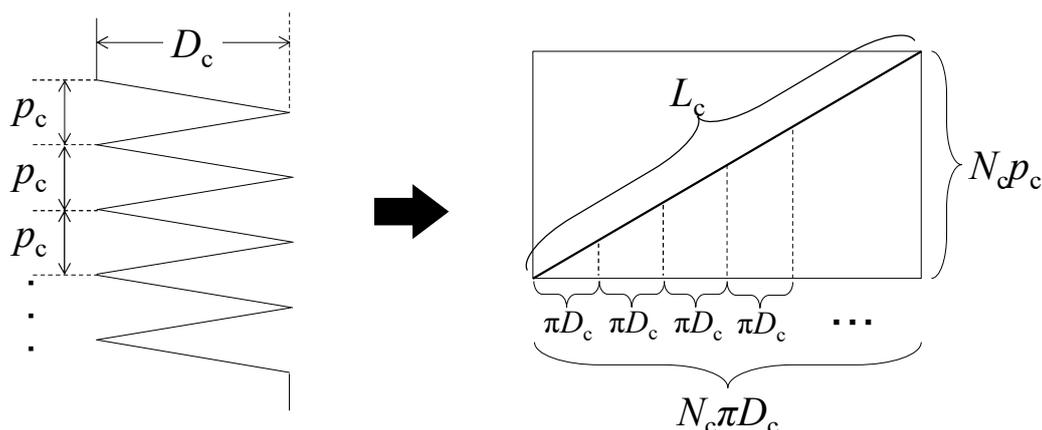


図 5.4.2.1 コイルの巻き数を求めるための概略図

### 参考文献

1. 大野光之; 円筒容器内の液容量と接液面積, 化学装置 **32**(10), 55-67(1990)
2. J.R. Couper, W.R. Penny, J.R. Fair; Chemical Process Equipment: Selection and Design 3<sup>rd</sup> Ed., Butterworth-Heinemann(2012), Chapter 10 Mixing and Agitation
3. 大野光之; 初歩から学ぶ化学装置設計, 工業調査会(2009), 9章 攪拌装置
4. 大原良友; トコトンやさしい圧力容器の本, 日刊工業新聞社(2015), 4章 圧力容器の設計
5. 紙屋 保; 化学装置構造設計法, 工学図書(1965), 3章 圧力容器
6. 小林 英男; 圧力容器の構造と設計, 日本規格協会(2011), 10.1章 圧力容器の胴及び鏡板
7. 日本規格協会; JIS ハンドブック 17 圧力容器・ボイラ, 日本規格協会(2016), B8265
8. G. Towler, R. Sinnott; Chemical Engineering Design 2<sup>nd</sup> Ed., Butterworth-Heinemann (2012), Chapter 14 Design of pressure vessels
9. E.F. Megyesy, P. Buthod; Pressure Vessel Handbook 14<sup>th</sup> Ed., PV Publishing(2008), PART1 1. Vessels under internal pressure
10. 有光 隆; これならわかる図解でやさしい入門材料力学(第2版), 技術評論社(2020)
11. 山本一夫, 西野宏; 攪拌技術, 佐竹化学機械工業(1992), 7章 攪拌機の構造設計
12. 化学工業社編; 化学装置の構造設計 別冊化学工業 17-6, 化学工業社(1973), pp.109-127
13. 大山義年; 化学工学II, 岩波(1963), pp.186-190
14. 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978), 18章攪拌および混合
15. W.L.McCabe, J.C. Smith, P. Harriott; Unit Operations of Chemical Engineering 7<sup>th</sup> Ed.McGraw-Hill(2004), Chapter 9 Agitation and Mixing of Liquids (Table 9.2)
16. 永田進治, 山本一夫, 横山藤平, 志賀周次郎; 化学工学, **21**, 708-715(1957)
17. S. Nagata; Mixing, John Wiley & Sons Inc. (1975), Chapter 1 Power consumption of mixing impellers
18. 山本一夫; 攪拌装置(化学装置設計・操作シリーズ), 化学工業社(1984), 3章攪拌所要動力と攪拌槽の伝熱
19. 亀井 登, 平岡節郎, 加藤禎人, 多田 豊, 仕田裕貴, 李 泳世, 山口隆生, 高 承台; 化学工学論文集, **21**, 41-48(1995)
20. 化学工学会監修; 最新ミキシング技術の基礎と応用(化学工学の進歩 42), 三恵社(2008), 1.基礎編
21. 化学工学会編; 化学工学便覧 改訂七版, 丸善(2011), I-6 攪拌・混合
22. 加藤禎人; 攪拌槽の操作・設計のための計算法と実験法 改訂増補版, 情報機構(2015), 5章動力特性
23. Y. Kato, Y. Tada, Y. Takeda, Y. Hirai and Y. Nagatsu; *J. Chem. Eng. Japan*, **46**, 6-9 (2009)
24. J.F.Richardson, J.M. Coulson, J.R. Backhurst, J.H. Harker; Coulson & Richardson's Chemical Engineering Vol.2, 5<sup>th</sup> Ed., Butterworth Heinemann(2002), Chapter 7 Liquid mixing (Table 7.2)
25. 山本一夫, 西野宏; 攪拌技術, 佐竹化学機械工業(1992), 6章攪拌機の選定手法
26. 寺尾昭二; 攪拌技術の基礎と実際(月刊・化学装置 2008年4月号), 工業調査会(2008), pp.17-59
27. D.Q. Kern; Process heat transfer, McGraw-Hill(1950), Chapter 18 Batch and unsteady-state processes
28. 尾花英朗; 熱交換器設計ハンドブック, 工学図書(1974), 6章 非定常プロセス

29. J.F.Richardson, J.M. Coulson, J.R. Backhurst, J.H. Harker; Coulson & Richardson's Chemical Engineering Vol.2, 5<sup>th</sup> Ed., Butter-worth Heinemann(2002), Chapter 9.8 Heat transfer in reaction vessels
30. W.R. Penney (G.F. Hewitt Eds.); Heat Exchanger Design Handbook, Hemisphere Publishing(1983), Chapter 3.14 Agitated vessels
31. N.P. Chohey; Handbook of Chemical Engineering Calculations 3<sup>rd</sup> Ed., McGraw-Hill Inc.(2003), Section 7.16 Heat transfer in agitated vessels
32. A.K. Coker; Ludwig's Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants, Volume 3 (4<sup>th</sup> Ed.), Gulf Professional Publishing (2015), Chapter 15 (Table 15-98)
33. S. Nagata; Mixing, John Wiley & Sons Inc. (1975), Chapter 2 Heat transfer in agitated vessels
34. 藤田重文, 田原浩一, 吉田五一編; 化学装置・機械ハンドブック, 朝倉書店(1967), 9章 攪拌装置
35. 化学工学会編; 実用化学装置設計ガイド, 工業調査会(1991), 11.攪拌装置
36. D. Jeschke; *Z. Ver. Deut. Ing.* **69** (1925) 1526
37. 尾花英朗; 熱交換器設計ハンドブック, 工学図書(1974), 24章 タンク・ジャケット式熱交換器の設計法
38. E.N. Sieder and G.E. Tate; *Ind. Eng. Chem.*, **28**, 1429-1436(1936)
39. H. Hausen; *Verfahrenstechnik*, Beih. *Z. Ver. Deut. Ing.* 4 (1943) p.91
40. G. Towler, R. Sinnott; Chemical Engineering Design 2<sup>nd</sup> Ed., Butterworth-Heinemann (2012), Chapter 19 Heat-transfer equipment
41. 尾花英朗; 熱交換器設計ハンドブック, 工学図書(1974), 8章 凝縮伝熱
42. D.R. Moss, M.M. Basic; Pressure Vessel Design Manual 4<sup>th</sup> Ed., Butterworth-Heinemann (2013), Procedure 5-6 Design pipe coils for heat transfer

## 設計問題

平底円筒槽に水を入れて攪拌し、ジャケットで加熱した後、コイルで冷却する。

下記条件で攪拌槽の伝熱設計を行え。

表 攪拌槽の寸法(記号の説明は、構造設計の章に記載)

$d/D_T$	$C/D_T$	$b/D_T$	$B_w/D_T$	$d_{co}/D_T$	$D_c/D_T$	$p_c/D_T$	$H/D_T$	$n_p$	$n_B$
1/3	1/3	1/10	1/10	1/30	7/10	1/15	1	6	4

## ■装置条件

槽径 $D_T$	900 mm	ジャケットの伝熱面積 $A_J$	接液面積に等しい
槽壁厚み $t_T$	25 mm	コイル管の肉厚 $t_c$	1.5 mm

## ■攪拌条件

攪拌翼	6枚平板タービン翼	攪拌液の密度 $\rho$	1000 kg/m <sup>3</sup>
攪拌速度 $n$	120 rpm	攪拌液の粘度 $\mu$	0.001 Pa·s
邪魔板	有	攪拌液の比熱容量 $C_p$	4200 J/(kg·K)
攪拌液	水	攪拌液の熱伝導度 $k$	0.58 W/(m·K)

## ■加熱条件(ジャケット)

攪拌液の初期温度 $T_0$	10°C	スチーム凝縮水の比熱容量 $C_{ps}$	4200 J/(kg·K)
攪拌液の最終温度 $T_f$	60°C	スチーム凝縮水の熱伝導度 $k_s$	0.58 W/(m·K)
伝熱媒体	飽和スチーム	槽壁の熱伝導度 $k_J$	20 W/(m·K)
スチームの密度 $\rho_v$	1.50 kg/m <sup>3</sup>	伝熱媒体側の汚れ係数 $h_{s1}$	10000 W/(m <sup>2</sup> ·K)
スチームの凝縮温度 $T^*$	130°C	攪拌液側の汚れ係数 $h_{s2}$	5000 W/(m <sup>2</sup> ·K)
スチーム凝縮水の流量 $W_{c1}$	0.2 kg/s	粘度補正項 $\mu/\mu_w$	1.2
スチーム凝縮水の密度 $\rho_s$	934 kg/m <sup>3</sup>	重力加速度 $g$	9.81 m/s <sup>2</sup>
スチーム凝縮水の粘度 $\mu_s$	0.000215 Pa·s		

## ■冷却条件(コイル)

攪拌液の初期温度 $T_0$	60°C	伝熱媒体の熱伝導度 $k_c$	0.58 W/(m·K)
攪拌液の最終温度 $T_f$	10°C	伝熱媒体の流速 $u_c$	1.0 m/s
伝熱媒体	冷却水	コイル管壁の熱伝導度 $k_c$	20 W/(m·K)
伝熱媒体の入口温度 $T_{in}$	5°C	攪拌液側の汚れ係数 $h_{s1}$	5000 W/(m <sup>2</sup> ·K)
伝熱媒体の平均温度上昇 $\Delta T_c$	3 K	伝熱媒体側の汚れ係数 $h_{s2}$	5000 W/(m <sup>2</sup> ·K)
伝熱媒体の密度 $\rho_c$	1000 kg/m <sup>3</sup>	粘度補正項 $\mu/\mu_w$ (攪拌液側)	0.8
伝熱媒体の粘度 $\mu_c$	0.001 Pa·s	粘度補正項 $\mu/\mu_w$ (伝熱媒体側)	1.2
伝熱媒体の比熱容量 $C_{ph}$	4200 J/(kg·K)		

- (1) ジャケット使用時における攪拌液側の境膜伝熱係数  $h_j$  [ $W/(m^2 \cdot K)$ ]を一般的な推算式を用いて求めよ。
- (2) ジャケット使用時における伝熱媒体側の境膜伝熱係数  $h$  [ $W/(m^2 \cdot K)$ ]を求めよ。伝熱機構は、膜状凝縮を仮定する。
- (3) ジャケット使用時における総括伝熱係数  $U$  [ $W/(m^2 \cdot K)$ ]を求めよ。槽の内径－外径比は、1 に近似する。
- (4) ジャケット使用時における加熱時間  $\tau_H$  [min]を求めよ。ジャケットの伝熱面積は、接液面積に等しいものとする。
- (5) ジャケット使用時における伝熱量  $Q$  [kW]を求めよ。
- (6) コイル使用時における攪拌液側の境膜伝熱係数  $h_c$  [ $W/(m^2 \cdot K)$ ]を一般的な推算式を用いて求めよ。
- (7) コイル使用時における伝熱媒体側の境膜伝熱係数  $h$  [ $W/(m^2 \cdot K)$ ]を求めよ。
- (8) コイル使用時における総括伝熱係数  $U$  [ $W/(m^2 \cdot K)$ ]を求めよ。管の内径－外径比は、1 に近似する。
- (9) コイル使用時における伝熱量  $Q$  [kW]を求めよ。
- (10) コイル使用時における対数平均温度差  $\Delta T_m$  [K]を求めよ。
- (11) コイルの所要伝熱面積  $A_c$  [ $m^2$ ]を求めよ。
- (12) コイルの巻き数  $N_c$  [－]を求めよ。小数以下を切り上げて整数値とする。

答(1)3017  $W/(m^2 \cdot K)$ , (2)5967  $W/(m^2 \cdot K)$ , (3)488  $W/(m^2 \cdot K)$ , (4)13.9 min, (5)144 kW, (6)5779  $W/(m^2 \cdot K)$ , (7)3930  $W/(m^2 \cdot K)$ , (8)1108  $W/(m^2 \cdot K)$ , (9)7.21 kW, (10)16.0 K, (11)0.407  $m^2$ , (12)3

**[参考]数値の丸め方**

(ア)切り捨てと切り上げの値を比較してより近い値を採用する。

12.313 → (切り捨て)12.31 / (切り上げ)12.32 → (採用)12.31

(イ)(ア)で差が等しい場合は、偶数値を採用する。

12.305 → (切り捨て)12.30 / (切り上げ)12.31 → (採用)12.30

解 答

$$(1)d=(1/3)D_T=(1/3)(900)=300 \text{ mm}=0.300 \text{ m}$$

$$Re=pnd^2/\mu=(1000)(120/60)(0.300)^2/0.001=180000$$

$$Pr=C_p\mu/k=(4200)(0.001)/(0.58)=7.2413$$

$$\mu/\mu_w=1.2$$

$$Nu=KRe^\alpha Pr^\beta(\mu/\mu_w)^{1/4}f=(0.74)(180000)^{2/3}(7.2413)^{1/3}(1.2)^{0.14}(1)=4682.0$$

$$h_j=Nu(k/D)=(4682.0)(0.58)/(0.900)=3017.2 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \doteq \boxed{3017 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}$$

$$(2)\Gamma=W_{cl}/\ell_{wet}=W_{cl}/(\pi D T_o)=(0.2)/[(\pi)\{1+(0.025)(2)\}]=0.060630 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$$

$$Re=4\Gamma/\mu_{cl}=(4)(0.060630)/(0.000215)=1128(\text{層流})$$

$$h=1.88k_{cl}Re^{-1/3}[\mu_{cl}^2/\{\rho_{cl}(\rho_{cl}-\rho_v)g\}]^{-1/3}=(1.88)(0.58)(1128)^{-1/3}[(0.000215)^2/\{(934)(934-1.5)(9.81)\}]^{-1/3}$$

$$h=5966.8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \doteq \boxed{5967 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}$$

$$(3)1/U=1/h_1+1/h_{s1}+\ell/k+1/h_{s2}+1/h_2=(1/5966.8)+(1/10000)+(0.025/20)+(1/5000)+(1/3017.2)=0.0020490$$

$$U=488.04 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \doteq \boxed{488 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}$$

$$(4)A_j=\pi(D_T/2)^2+2\pi(D_T/2)H=\pi(0.900/2)^2+2\pi(0.900/2)(0.900)=3.1808 \text{ m}^2$$

$$V_L=\pi(D_T/2)^2H=\pi(0.900/2)^2(0.900)=0.57255 \text{ m}^3$$

$$M=\rho V_L=(1000)(0.57255)=572.55 \text{ kg}$$

$$T^*-T_0=(273.15+130)-(273.15+10)=120 \text{ K}$$

$$T^*-T_f=(273.15+130)-(273.15+60)=70 \text{ K}$$

$$\tau_H=\ln[(T^*-T_0)/(T^*-T_f)]/(UA/MC_p)=\ln(120/70)/[(488.04)(3.1808)/\{(572.55)(4200)\}]$$

$$\tau_H=(834.94)^s(1/60)^{\text{min/s}}=13.915 \text{ min} \doteq \boxed{13.9 \text{ min}}$$

$$(5)Q=MC_p(T_f-T_0)/\tau_H=(572.55)(4200)\{(273.15+60)-(273.15+10)\}/834.94=144004 \text{ J/s} \doteq \boxed{144 \text{ kJ/s}}$$

$$(6)d=(1/3)D_T=(1/3)(900)=300 \text{ mm}=0.300 \text{ m}$$

$$Re=pnd^2/\mu=(1000)(120/60)(0.300)^2/0.001=180000$$

$$Pr=C_p\mu/k=(4200)(0.001)/(0.58)=7.2413$$

$$\mu/\mu_w=0.8$$

$$Nu=KRe^\alpha Pr^\beta(\mu/\mu_w)^{1/4}f=(1.50)(180000)^{2/3}(7.2413)^{1/3}(0.8)^{0.14}(1)=8966.9$$

$$h_c=Nu(k/D)=(8966.9)(0.58)/(0.900)=5778.6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \doteq \boxed{5779 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}$$

$$(7)d_{co}=(1/30)D_T=(1/30)(900)=30 \text{ mm}=0.03 \text{ m}$$

$$d_{ci}=d_{co}-2t_c=30-(2)(1.5)=27 \text{ mm}=0.027 \text{ m}$$

$$D_c=(7/10)D_T=(7/10)(900)=630 \text{ mm}=0.630 \text{ m}$$

$$Re=d_{ci}u_c\rho/\mu=(0.027)(1.0)(1000)/(0.001)=27000$$

$$Pr=C_p\mu/k=(4200)(0.001)/(0.58)=7.2413$$

$$\mu/\mu_w=1.2$$

$$Nu=0.023Re^{0.8}Pr^{0.33}(\mu/\mu_w)^{0.14}\{1+3.5(d_{ci}/D_c)\}$$

$$Nu=(0.023)(27000)^{0.8}(7.2413)^{0.33}(1.2)^{0.14}\{1+(3.5)(0.027/0.630)\}=182.95$$

$$h=Nu(k/d_{ci})=(182.95)(0.58)/(0.027)=3930.0 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \doteq \boxed{3930 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}$$

$$(8)1/U=1/h_1+1/h_{s1}+\ell/k+1/h_{s2}+1/h_2=(1/5778.6)+(1/5000)+(0.0015/20)+(1/5000)+(1/3930.0)=0.00090250$$

$$U=1108.0 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \doteq \boxed{1108 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})}$$

$$(9) W_c = \rho_h u_c (\pi d_{ci}^2)/4 = (1000)(1.0)(\pi)(0.027)^2/4 = 0.57255 \text{ kg/s}$$

$$Q = W_c C_{ph} \Delta T_c = (0.57255)(4200)(3) = 7214.1 \text{ W} \doteq \boxed{7.21 \text{ kW}}$$

$$(10) \Delta T_{\max} = T_0 - T_{\text{in}} = (273.15 + 60) - (273.15 + 5) = 55 \text{ K}$$

$$\Delta T_{\min} = T_f - (T_{\text{in}} + \Delta T_c) = (273.15 + 10) - \{(273.15 + 5) + 3\} = 2 \text{ K}$$

$$\Delta T_{\text{lm}} = (\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}) / \ln(\Delta T_{\max} / \Delta T_{\min}) = (55 - 2) / \ln(55/2) = 15.991 \text{ K} \doteq \boxed{16.0 \text{ K}}$$

$$(11) A_c = Q / (U \Delta T_{\text{lm}}) = (7214.1) / \{(1108.0)(15.991)\} = 0.40716 \text{ m}^2 \doteq \boxed{0.407 \text{ m}^2}$$

$$(12) L_c = A_c / (\pi d_{ci}) = (0.40716) / \{(\pi)(0.027)\} = 4.8001 \text{ m}$$

$$D_c = (7/10) D_T = (7/10)(900) = 630 \text{ mm} = 0.630 \text{ m}$$

$$p_c = (1/15) D_T = (1/15)(900) = 60 \text{ mm} = 0.060 \text{ m}$$

$$N_c = L_c / \{(\pi D_c)^2 + (p_c)^2\}^{0.5} = (4.8001) / \{(0.630\pi)^2 + (0.060)^2\}^{0.5} = 2.4 \doteq \boxed{3 \text{ 卷}}$$

令和 2 年 1 月 9 日作成

令和 2 年 1 月 10 日改訂

令和 2 年 1 月 29 日改訂

令和 2 年 2 月 6 日改訂

令和 3 年 1 月 27 日改訂

令和 3 年 1 月 28 日改訂

令和 3 年 2 月 25 日改訂