

円管内流動

1. 流体の性質

気体と液体をあわせて**流体(fluid)**という。流体は、気体のように圧力によって容積が変化する**圧縮性流体**と、液体のように容積が変化しない**非圧縮性流体**に分類される。厳密には、液体も多少は圧縮性を有するが、きわめて小さいことから、非圧縮性とみなしてよい。流体に外力を加えて動かそうとすると、それを妨げる力が内部で働く。この性質を**粘性(viscosity)**という。

平行に置かれた2枚の板の中に流体を入れる。下の板を固定して、上の板を水平方向に引っ張ると、板に接している流体塊が板に引きずられて水平方向に動き出す。同様にして、そのすぐ下の流体塊も引きずられて動き出し、順次、下方へ伝播してゆく。固定板と接する流体塊の速度は、ゼロとなる。このように、流体の内部で作用する力を**応力(stress)**といい、単位は圧力と同じ[Pa]または[N/m²]で表される。とくに、外力に対して水平方向に作用する応力を**せん断応力(shearing stress)**、鉛直方向に作用する応力を**鉛直応力**という。せん断応力 τ [Pa]は、その位置における流体の速度勾配 du/dy に比例し、その比例定数 μ [Pa·s]を**粘性係数**または**粘度(viscosity)**という。図のように、速度分布が直線で表される場合は、流体の速度勾配 du/dy がどこも同じになるため、位置 y に関わらずせん断応力 τ も一定の値となる。しかし、通常の流速分布は曲線で表されるため、位置 y が変化すると流体の速度勾配 du/dy が変化し、せん断応力 τ も変化する。せん断応力 τ と流体の速度勾配 du/dy が直線関係にある流体と**ニュートン流体(Newtonian fluid)**といい、その関係は、**ニュートン粘性法則の式**で表される。

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad \cdots(1.1)$$

上式は、次のようにして導くことができる。板の速度 U [m/s]は、外力 F [N]と板の間隔 Y [m]に比例し、板の面積 A [m²]に反比例する。なお、板速 U が間隔 Y に比例することの理解については、たとえば濡れた下敷きを動く板と見なし、それを机の上に置くことを想像してみるとよい。この場合、間隔 Y はゼロであり、下敷きは張り付いて水平方向に動かすことは困難であろう。反対に、下敷きが水面に浮いている状況であれば、すなわち間隔を大きく取れば、下敷きを水平方向に動かすことは容易であろう。同様にして、板速 U が面積 A に反比例することも想像がつくであろう。以上より、次の比例式が成り立つ。

$$U \propto F, Y, (1/A) \quad \cdots(1.2)$$

工学的には、右辺の因子をすべて乗じて適当な比例定数 μ' を作用させることで方程式とする。

$$U = \mu' \frac{FY}{A} \quad \cdots(1.3)$$

上式を変形して、比例例数を粘度 μ [Pa·s]に変更すると、ニュートン粘性法則の式が積分形で得られる。

$$\tau = \mu \frac{U}{Y} \quad \left[\tau \equiv \frac{F}{A} \right] \quad \cdots(1.4)$$

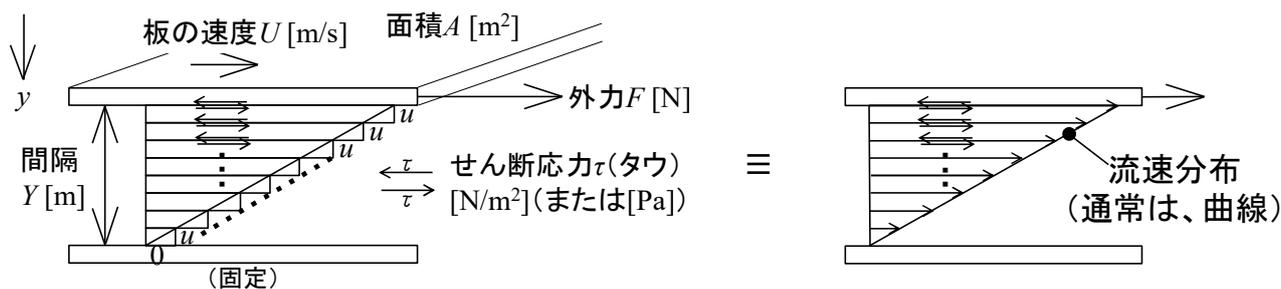


図 1.1 平行板間の流速分布 (クエット流れ)

2. 流れの状態

2. 1 流量の表現法

単位時間あたりに流れる流体の量を**流量(flow rate)**といい、基準の取り方によって**体積流量** Q [m^3/s]と**質量流量** w [kg/s]がある。いま、内径 D [m]、断面積 S [m^2]、管長 L [m]のまっすぐな円管内を、密度 ρ [kg/m^3]の流体が平均流速 \bar{u} [m/s]で流れているものとする。このとき、次の関係式が成り立つ。

$$\text{(平均流速)} \quad \bar{u} = \frac{Q}{S} \quad \cdots(2.1.1) \quad \text{あるいは} \quad \bar{u} = \frac{4Q}{\pi D^2} \quad \cdots(2.1.2) \quad [\text{m}/\text{s}]$$

$$\text{(体積流量)} \quad Q = \bar{u}S \quad \cdots(2.1.3) \quad \text{あるいは} \quad Q = \frac{\pi \bar{u} D^2}{4} \quad \cdots(2.1.4) \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

$$\text{(質量流量)} \quad w = \rho Q \quad \cdots(2.1.5) \quad \text{あるいは} \quad w = \rho \bar{u} S \quad \cdots(2.1.6) \quad [\text{kg}/\text{s}]$$

2. 2 流体の物質収支

内径の異なる2本のまっすぐな円管を接続し、その中を流体が定常的に流れている。質量保存則に基づき、各断面を通過する流体の質量流量は等しいことから、次の**連続の式**が成り立つ。

$$\rho \bar{u}_1 S_1 = \rho \bar{u}_2 S_2 \quad \cdots(2.2.1)$$

$$\frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_1} = \frac{S_1}{S_2} \quad \cdots(2.2.2)$$

$$\frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_1} = \frac{\pi D_1^2/4}{\pi D_2^2/4} \quad \cdots(2.2.3)$$

$$\boxed{\frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2} \quad \cdots(2.2.4)$$

流速の比は、断面積比あるいは管径比の2乗に反比例する。たとえば、ポンプの流量を変更することなく平均流速を緩やかにしたければ、より内径の太い円管と接続すればよい。

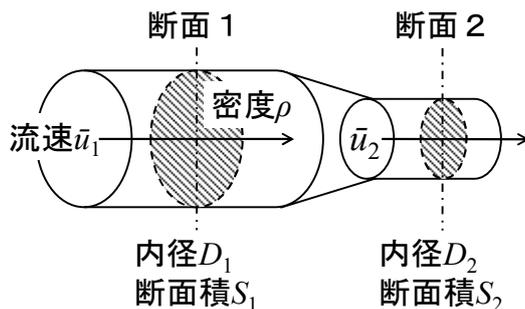


図 2.2.1 連続の式の説明図

表 2.2.1 配管用炭素鋼鋼管(JIS G3452) [文献 1]

呼び径		外径 [mm]	厚さ [mm]
A	B		
6	1/8	10.5	2.0
8	1/4	13.8	2.3
10	3/8	17.3	2.3
15	1/2	21.7	2.8
20	3/4	27.2	2.8
25	1	34.0	3.2
32	1 1/4	42.7	3.5
40	1 1/2	48.6	3.5
50	2	60.5	3.8
65	2 1/2	76.3	4.2
80	3	89.1	4.2
90	3 1/2	101.6	4.2
100	4	114.3	4.5

2.3 相当直径

流路がまっすぐな円管でない場合は、**相当直径**に換算することで、直円管と同様の取り扱いができる。相当直径 D_{eq} [m]は、流体と接している壁面周辺の長さ、すなわちぬれ辺長 l_w [m]と流路断面積 A [m²]の比で表される動水半径 r_H [m]の4倍で定義される。

$$D_{eq} = 4r_H \quad \dots(2.3.1)$$

$$D_{eq} = \frac{4A}{l_w} \quad \dots(2.3.2)$$

4倍の理由は、次式のように、円管における相当直径 D_{eq} が円管径 D となるようにするためである。

$$D_{eq} = \frac{4\pi(D/2)^2}{\pi D} \quad \dots(2.3.3)$$

$$D_{eq} = D \quad \dots(2.3.4)$$

流路形状が開溝と環状路の場合の相当直径 D_{eq} は、それぞれ次式で表される。

(開溝) $D_{eq} = \frac{4ab}{2a+b} \quad \dots(2.3.5)$

(環状路) $D_{eq} = \frac{4\pi[(D_2/2)^2 - (D_1/2)^2]}{\pi(D_2 + D_1)} = D_2 - D_1 \quad \dots(2.3.6)$

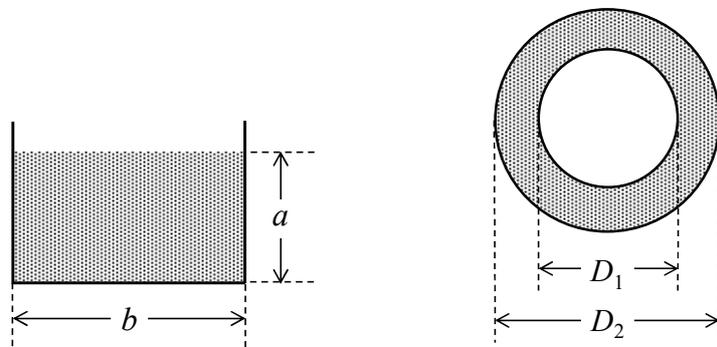


図 2.3.1 開溝(左)と環状路(右)

2. 4 層流と乱流

横型の円筒容器を流体で満たしてノズルよりインクを注入する。注入速度が小さいときは、インクがほぼ一直線に流れる。この流動状態を、**層流(laminar flow)**という。注入速度を徐々に大きくしていくと、次第にインクの流れに揺らぎが見られるようになる。この流動状態を、**遷移流**という。そこからさらに注入速度を大きくすると、インクが大きく乱れて流れる。この流動状態を、**乱流(turbulent flow)**という。



図 2.4.1 層流時(左)および乱流時(右)の流動状態

層流と乱流の判定は、**レイノルズ数(Reynolds number)**を計算することで行う。レイノルズ数 Re [-]は、流体の慣性力(進もうとする力)と粘性力(進ませまいとする力)の比で定義される**無次元数(dimensionless number)**であり、円管内流れの場合は、次式で表される。

$$Re = \frac{D\bar{u}\rho}{\mu} \quad \dots(2.4.1)$$

$Re < 2100$ のとき層流、 $Re > 4000$ のとき乱流である。

上式は、次のようにして導かれる。レイノルズ数は、粘性力 τA に対する慣性力 ma の比で定義される。

$$Re \equiv \frac{ma}{\tau A} \quad \dots(2.4.2)$$

ただし、 τ はせん断応力[N/m²]、 A は流体塊の断面積[m²]、 m は流体塊の質量[kg]、 a は流体塊の加速度[m/s²]。

上式の慣性力 ma を円管の因子に置き換えると、次式のようになる。

$$ma = \rho V \frac{du}{dt} \quad \cdots(2.4.3)$$

$$ma \propto \rho D^3 \frac{\bar{u}}{(D/\bar{u})} \quad \cdots(2.4.4)$$

$$ma = \rho D^2 \bar{u}^2 \quad \cdots(2.4.5)$$

ただし、 t は時間[s]、 V は液体積[m³]、 ρ は流体密度[kg/m³]。

同様に、粘性力 τA を円管の因子に置き換えると、次式のようになる。

$$\tau A = \left(\mu \frac{du}{dy} \right) A \quad \cdots(2.4.6)$$

$$\tau A \propto \left(\mu \frac{\bar{u}}{D} \right) D^2 \quad \cdots(2.4.7)$$

$$\tau A = \mu \bar{u} D \quad \cdots(2.4.8)$$

ただし、 y は変位[m]、 μ は流体粘度[Pa·s]。

ma と τA の式をそれぞれ Re の式に代入して整理すると、円管内流れにおけるレイノルズ数を得る。

$$Re = \frac{\rho \bar{u}^2 D^2}{\mu \bar{u} D} \quad \cdots(2.4.9)$$

$$\boxed{Re = \frac{\rho \bar{u} D}{\mu}} \quad \cdots(2.4.10)$$

3. 円管内の流れ

層流の場合は、流体の流れは整っており、平行に並んでいる。流速分布の形状は、放物線となる。流速は、円管の中心部で最大となり、壁面で零となる。場所によって流速が異なるので、計算の際には平均流速を用いる。層流時の平均流速は、理論的に最大流速の半分となる。一方、乱流の場合は、渦流が発生して流体の混合が起こっている。流速分布の形状は、放物線をつぶしたようになっており、その先端部は、流速分布が存在しない。(分布とは、ちらばりの意。流速分布が存在しないとは、流速のちらばりが無く、どこも同じ流速であることを意味する。)なお、壁面の近傍では渦流が届かず、層流となっている。このような領域は、流体力学では層流底層、化学工学では流体境界膜と呼ばれる。乱流時の平均流速は、経験的に最大流速の8割程度となる。

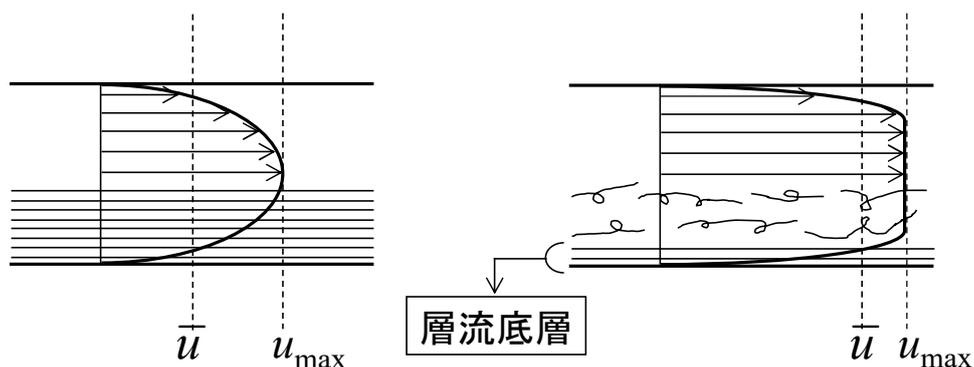


図 3.1 層流時(左)および乱流時(右)の流速分布

3. 1 円管内層流

垂直円管内を流れる流体塊に作用する力のつり合いは、次式で表される。

$$\pi r^2 p_1 = \pi r^2 p_2 + \pi r^2 L \rho g + 2\pi r L \tau \quad \cdots(3.1.1)$$

g は重力加速度[m/s²]、 L は管長(流体塊長さ)[m]、 p は圧力[Pa]、 r は円管中心部からの距離[m]、 τ はせん断応力[Pa]、 ρ は流体密度[kg/m³]。

上式の右辺第 3 項は、流体塊の側面積 $2\pi r L$ [m²]とその部分に作用するせん断応力 τ [N/m²]の積で表される内部摩擦力[N]を表す。

τ について整理する。

$$\tau = \frac{r(p_1 - p_2 - \rho g L)}{2L} \quad \cdots(3.1.2)$$

$$\tau = \frac{r(\Delta p - \rho g L)}{2L} \quad [\Delta p \equiv p_1 - p_2] \quad \cdots(3.1.3)$$

$$\tau = \frac{r\Delta P}{2L} \quad [\Delta P \equiv \Delta p(\text{horizontal}), \Delta P \equiv \Delta p - \rho g L(\text{vertical})] \quad \cdots(3.1.4)$$

ただし、 ΔP は圧力損失[Pa]、 Δp は圧力降下[Pa]。

管壁からの距離 y [m]と円管中心部からの距離 r [m]の関係は、円管の半径を R [m]とおくと、 $y=R-r$ で表される。 y を r で微分すると、次式を得る。

$$dy = -dr \quad \cdots(3.1.5)$$

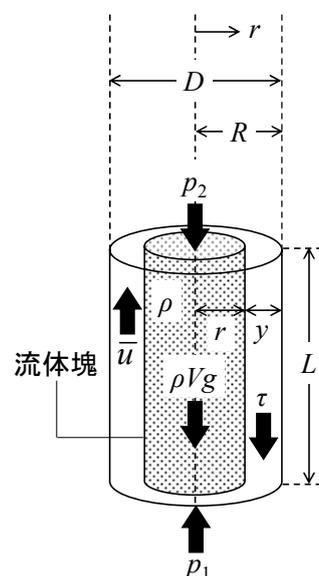
ニュートン粘性法則の式は、次式で与えられる。

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad \cdots(3.1.6)$$

dy の式を上式に代入すると、次式となる。

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \quad \cdots(3.1.7)$$

上式を最初の τ の式に代入すると、次式となる。



$$-\mu \frac{du}{dr} = \frac{r\Delta P}{2L} \quad \cdots(3.1.8)$$

上式を境界条件 $u=0$ のとき $r=R$ 、 $u=u$ のとき $r=r$ の下で積分すると、次式のように導かれる。

$$\int_0^u du = -\frac{\Delta P}{2\mu L} \int_R^r r dr \quad \cdots(3.1.9)$$

$$u = -\frac{\Delta P}{2\mu L} \left[\frac{r^2}{2} \right]_R^r \quad \cdots(3.1.10)$$

$$u = \frac{\Delta P}{4\mu L} (R^2 - r^2) \quad \cdots(3.1.11)$$

上式に $r=0$ を代入すると、管中心における流速 u_{\max} [m/s]を得る。

$$\boxed{u_{\max} = \frac{\Delta P}{4\mu L} R^2} \quad \cdots(3.1.12)$$

上式を用いてすぐ上の u の式の差圧項(p_1-p_2)を消去すると、円管内層流の速度分布を得る。

$$u = \frac{1}{4\mu L} \left(\frac{4\mu L u_{\max}}{R^2} \right) (R^2 - r^2) \quad \cdots(3.1.13)$$

$$\boxed{u = u_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]} \quad \cdots(3.1.14)$$

半径方向 r [m]の位置で幅 dr [m]の微小断面を考える。この断面積を dS [m²]とする。微小断面を流れる微小体積流量 dQ [m³/s]は、次式のように導かれる。

$$dQ = u dS \quad \cdots(3.1.15)$$

$$dQ = u[\pi(r+dr)^2 - \pi r^2] \quad \cdots(3.1.16)$$

$$dQ = u[\pi r^2 + 2\pi r dr + \pi(dr)^2 - \pi r^2] \quad \cdots(3.1.17)$$

$$dQ = 2\pi r u dr \quad [(dr)^2 \doteq 0] \quad \cdots(3.1.18)$$

円管内層流の速度分布式 u を上式に代入して積分すると、次式のように導かれる。

$$Q = \int_0^R 2\pi r u_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] dr \quad \cdots(3.1.19)$$

$$Q = 2\pi u_{\max} \int_0^R r \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2} \right) dr \quad \cdots(3.1.20)$$

$$Q = \frac{2\pi u_{\max}}{R^2} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr \quad \cdots(3.1.21)$$

$$Q = \frac{2\pi u_{\max}}{R^2} \left[R^2 \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^R - \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^R \right] \quad \cdots(3.1.22)$$

$$Q = \frac{2\pi u_{\max}}{R^2} \left[\left(\frac{R^4}{2} \right) - \left(\frac{R^4}{4} \right) \right] \quad \cdots(3.1.23)$$

$$Q = \frac{2\pi u_{\max}}{R^2} \left(\frac{R^4}{4} \right) \quad \cdots(3.1.24)$$

$$Q = \frac{\pi R^2 u_{\max}}{2} \quad \cdots(3.1.25)$$

円管内の平均流速 \bar{u} [m/s]は、次式で表される。

$$\bar{u} = \frac{Q}{S} \quad \cdots(3.1.26)$$

上式にすぐ上の Q の式を代入すると、次式のようにになる。

$$\bar{u} = \frac{\pi R^2 u_{\max}}{2S} \quad \cdots(3.1.27)$$

$$\bar{u} = \frac{\pi R^2 u_{\max}}{2\pi R^2} \quad \cdots(3.1.28)$$

$$\boxed{\bar{u} = \frac{1}{2} u_{\max}} \quad \cdots(3.1.29)$$

円管内層流の速度分布式 u を用いて上式の u_{\max} を消去すると、次式が導かれる。

$$u = 2\bar{u} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad \cdots(3.1.30)$$

$$\boxed{\frac{u}{\bar{u}} = 2 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]} \quad \cdots(3.1.31)$$

3. 2 円管内乱流

層流の場合とは異なり、レイノルズ数や管壁面の粗さに依存する。経験的な指数法則、または半理論的な対数法則にしたがう。

3. 2. 1 指数法則

平滑面管における流速 u は次式で表される。

$$u = u_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right) \right]^{1/n} \quad \cdots(3.2.1.1)$$

上式を式(3.1.16)に代入して積分すると、次式のようにになる。

$$Q = \int_0^R 2\pi r u_{\max} \left(\frac{R-r}{R} \right)^{1/n} dr \quad \cdots(3.2.1.2)$$

上式で $X=(R-r)/R$ と置いて置換積分する。微分項 dr は、次式のように表される。

$$X \equiv \frac{R-r}{R} \quad \cdots(3.2.1.3)$$

$$r = R - RX \quad \cdots(3.2.1.4)$$

$$\frac{dr}{dX} = -R \quad \cdots(3.2.1.5)$$

$$dr = -RdX \quad \cdots(3.2.1.6)$$

積分区間は、 $r=0$ のとき $X=1$ 、 $r=R$ のとき $X=0$ 、に変更される。

Q の式は、次式のように導かれる。

$$Q = \int_1^0 2\pi [R(1-X)] u_{\max} X^{1/n} (-RdX) \quad \cdots(3.2.1.7)$$

$$Q = 2\pi R^2 u_{\max} \int_0^1 (1-X) X^{1/n} dX \quad \cdots(3.2.1.8)$$

$$Q = 2\pi R^2 u_{\max} \int_0^1 [X^{1/n} - X^{1+(1/n)}] dX \quad \cdots(3.2.1.9)$$

$$Q = 2\pi R^2 u_{\max} \left[\left[\frac{X^{1+(1/n)}}{1+(1/n)} \right]_0^1 - \left[\frac{X^{2+(1/n)}}{2+(1/n)} \right]_0^1 \right] \quad \cdots(3.2.1.10)$$

$$Q = 2\pi R^2 u_{\max} \left[\frac{1}{1+(1/n)} - \frac{1}{2+(1/n)} \right] \quad \cdots(3.2.1.11)$$

$$Q = 2\pi R^2 u_{\max} \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n}{2n+1} \right) \quad \cdots(3.2.1.12)$$

$$Q = 2\pi R^2 u_{\max} \frac{n(2n+1) - n(n+1)}{(n+1)(2n+1)} \quad \cdots(3.2.1.13)$$

$$Q = 2\pi R^2 u_{\max} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} \quad \cdots(3.2.1.14)$$

上式を $\bar{u}=Q/S$ の式に代入すると、乱流時の平均流速を得る。

$$\bar{u} = 2\pi R^2 u_{\max} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} / S \quad \cdots(3.2.1.15)$$

$$\bar{u} = 2\pi R^2 u_{\max} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)} / \pi R^2 \quad \cdots(3.2.1.16)$$

$$\boxed{\bar{u} = 2u_{\max} \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)}} \quad \cdots(3.2.1.17)$$

定数 n は、レイノルズ数に依存する。とくに $n=7$ の場合を **Karman-Prandtl** (カルマン-プラントルの) **1/7 乗則** という。上式に $n=7$ を代入すると、次式となる。

$$\bar{u} = 2u_{\max} \frac{49}{(8)(15)} \quad \cdots(3.2.1.18)$$

$$\bar{u} \approx 0.817u_{\max} \quad \cdots(3.2.1.19)$$

上式を流速分布の式に代入して u_{\max} を消去すると、次式が導かれる。

$$u = \frac{\bar{u}}{0.817} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right) \right]^{1/7} \quad (n=7) \quad \cdots(3.2.1.20)$$

$$\frac{u}{\bar{u}} = 1.22 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right) \right]^{1/7} \quad \cdots(3.2.1.21)$$

表 3.2.1.1 指数法則式の定数とレイノルズ数の関係 [文献 2]

n	6	7	8	9	10
Re	4000	30000	120000	350000	3000000

3.2.2 対数法則

平滑面管の管壁から管中心までを3分割した次式が知られている。

管壁近傍 (粘性底層): $u^+ = y^+ \quad (y^+ \leq 5) \quad \cdots(3.2.2.1)$

中間領域 (遷移域): $u^+ = 3.05 + 5.0 \ln y^+ \quad (5 \leq y^+ \leq 30) \quad \cdots(3.2.2.2)$

管中心部 (乱流域): $u^+ = 5.5 + 2.5 \ln y^+ \quad (30 \leq y^+) \quad \cdots(3.2.2.3)$

ただし、 $u^+ = u/u^*$ 、 $u^* = (\tau_w/\rho)^{0.5}$ 、 $y^+ = yu^*\rho/\mu$ 、 $y = R - r$ であり、 u^* は摩擦速度、 τ_w は壁面のせん断応力。

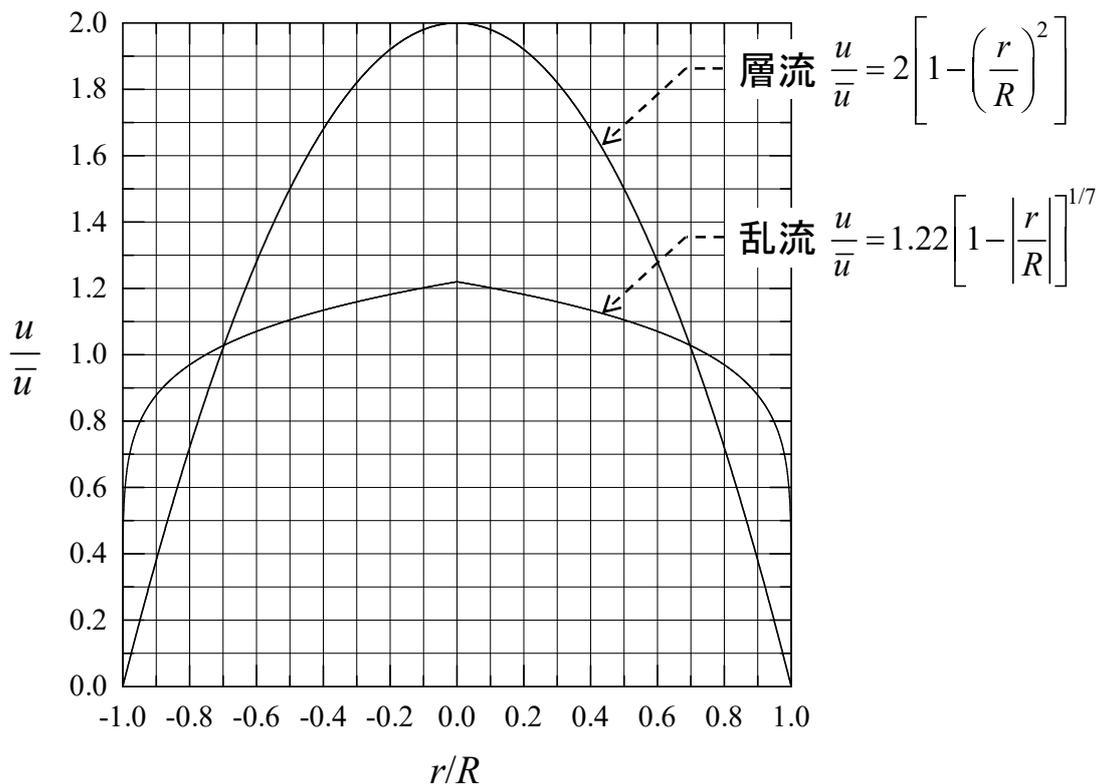


図 3.2.1.1 円管内の流速分布

乱流式の r/R 項を絶対値に置き換えて負領域の分布曲線を描いた。円管内の位置や流動状態によって流速が異なる。流速は管壁において零、管中心で最大となる。管壁近傍で流速が大きく変化する。

4. 管路内の流れ

4. 1 流体のエネルギー収支

流体が保有するエネルギーには、**圧力エネルギー**、**位置エネルギー**、**運動エネルギー**、**内部エネルギー**の4種類がある。このうち、圧力・位置・運動の各エネルギーを総称して、流体の**機械的エネルギー**という。内部エネルギーは、熱エネルギーである。エネルギーの単位は[J]であるが、工学的には、比エネルギー[J/kg]、圧力[Pa]、高さ[m]に単位を変換したものを流体のエネルギーとして扱う場合が多い。圧力基準の式における圧力エネルギー p を**静圧**、運動エネルギー $\rho u^2/2$ を**動圧**、両者の和を**総圧**という。高さ基準の式の各項は、**圧力頭** $p/\rho g$ 、**位置頭** Z 、**運動頭** $u^2/2g$ と呼ばれる。「頭」の読みは、「とう」または「ヘッド」である。流体が水の場合は、頭のかわりに**水頭**の表記を用いることもある。高さ基準の式を用いることで、ある測定断面を流れる流体が保有する機械的エネルギー量を**液柱圧力計(マノメータ)**の液柱高さの読み[m]より視覚的に見積もることができる。

表 4.1.1 流体が保有するエネルギー

種類	定義	[J]	[J/kg]	[Pa]	[m]
圧力エネルギー	圧力 p [Pa] の状態にある質量 m [kg] の流体を体積 m/ρ [m ³] だけ流路内に押し込むエネルギー	mp/ρ	p/ρ	p	$p/\rho g$
位置エネルギー	質量 m [kg] の流体が地表面より高さ Z [m] の位置にあるときに保有するエネルギー	mgZ	gZ	ρgZ	Z
運動エネルギー	質量 m [kg] の流体が速度 u [m/s] の運動状態にあるときに保有するエネルギー	$mu^2/2$	$u^2/2$	$\rho u^2/2$	$u^2/2g$
内部エネルギー	流体を構成する原子や分子の運動(並進・回転・振動など)に基づくエネルギー	mU	U	ρU	U/g

管路内の流体にポンプによる軸仕事 W [J/kg] を与えて流体を高所へ輸送する。途中、熱交換器で熱量 Q [J/kg] を流体に与えて加熱する。管路内は、流体が定常的に流れているものとする。断面1と断面2の間で流体の全エネルギー収支式が成り立つ。

$$\frac{p_1}{\rho_1} + gZ_1 + \frac{\bar{u}_1^2}{2} + U_1 + W + Q = \frac{p_2}{\rho_2} + gZ_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2} + U_2 \quad [\text{J/kg}] \quad \cdots(4.1.1)$$

上式の利点は、ポンプの軸仕事 W と熱交換器の所要熱量 Q を概算できる点にある。すなわち、所望の地点まで流体を輸送するのに最低限必要なポンプの規格と、所望の温度まで流体を加熱するのに最低限必要な熱交換器の規格を試算することができる。(小型過ぎだと輸送に時間がかかる、大型過ぎだと余計に費用がかかる。試算結果に幾分か余裕を持たせて装置を選定すれば、トラブルを回避できるであろう。)

流体間での内部摩擦や管壁等との接触による摩擦により、この分だけ機械的エネルギーが熱エネルギーに変換されて損失が起こる。この機械的エネルギーの損失分を全摩擦損失 ΣF [J/kg] とするとき、熱交換器からの熱量 Q と全摩擦損失 ΣF の和は、熱力学第1法則により、内部エネルギーの増加と流体自身が圧力に逆らって膨張する仕事の和で表される。

$$Q + \Sigma F = (U_2 - U_1) + \int_{v_1}^{v_2} p dv \quad \cdots(4.1.2)$$

ただし、 v は比容 [m³/kg] (=1/ ρ)。

静圧 p が一定の場合は、次式で表される。

$$Q + \Sigma F = (U_2 - U_1) + p(v_2 - v_1) \quad \cdots(4.1.3)$$

上の一般式を最初のエネルギー収支式に代入して Q を消去すると、次式のようになる。

$$\frac{p_1}{\rho_1} + gZ_1 + \frac{\bar{u}_1^2}{2} + U_1 + W + \left[(U_2 - U_1) + \int_{v_1}^{v_2} p dv - \Sigma F \right] = \frac{p_2}{\rho_2} + gZ_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2} + U_2 \quad \cdots(4.1.4)$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} + gZ_1 + \frac{\bar{u}_1^2}{2} + W + \int_{v_1}^{v_2} p dv = \frac{p_2}{\rho_2} + gZ_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2} + \Sigma F \quad \cdots(4.1.5)$$

流体が液体の場合は、近似的に非圧縮性流体と見なすことができる。上式で体積変化の項を無視すると、流体の機械的エネルギー収支式が導かれる。

$$\boxed{\frac{p_1}{\rho_1} + gZ_1 + \frac{\bar{u}_1^2}{2} + W = \frac{p_2}{\rho_2} + gZ_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2} + \Sigma F} \quad \cdots(4.1.6)$$

機械的エネルギーの保存則をベルヌーイの定理(Bernoulli's law)という。

ポンプが流体に与えるエネルギー、すなわち軸仕事 W を求めるには、収支式中の全摩擦損失 ΣF を求める必要がある。(静圧や動圧は、容易に測定できる。) 全摩擦損失 ΣF は、流体間や管壁との摩擦損失 F_f に加えて、流路の断面積が急に変化する際の摩擦損失 F_c および F_c 、継手や弁などの付属品を流れる際の

摩擦損失 F_a など、種々の摩擦損失の総和で表される。

$$\Sigma F = F_f + F_e + F_c + F_a + \dots \quad \dots(4.1.7)$$

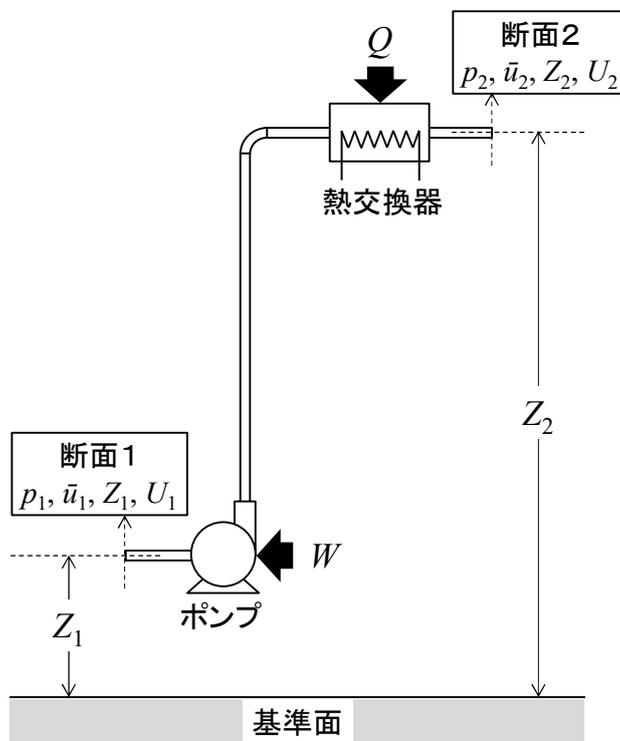


図 4.1.1 流体輸送プロセスの例

4. 2 円管内流れのエネルギー損失

円管内を流れる流体は、速度差のある流体塊どうしでの内部摩擦や、管壁との接触による摩擦により、それらが熱に変換されることで、自身が保有するエネルギーの一部を損失する。また、弁や継手(つぎて)の取付箇所や流路が急激に拡大または縮小する箇所でも摩擦が起こってエネルギーを損失する。これらの損失分を圧力の単位で表したものを圧力損失(pressure drop) ΔP [Pa]といい、比エネルギーの単位で表したものを摩擦損失 F_i [J/kg]という。両者の関係は、次式で表される。

$$F_i = \frac{\Delta P}{\rho} \quad \dots(4.2.1)$$

ただし、添え字 i は様々な種類の摩擦損失に対応することを表す。

流体の圧力損失 ΔP は、水平管の場合において圧力降下 Δp に等しい。一方、垂直管を上昇する流れの場合は、流体の自重に逆らって管長 L だけ高所へ輸送するのに必要なエネルギー $\rho g L$ と圧力損失 ΔP の和が圧力降下 Δp に相当する。

$$\text{(水平管)} \quad \Delta P = \Delta p \quad \dots(4.2.2)$$

$$\text{(垂直管上昇流)} \quad \Delta P = \Delta p - \rho g L \quad \dots(4.2.3)$$

層流条件の場合、管中心における最大流速 u_{\max} の式を平均流速 $\bar{u} = (1/2)u_{\max}$ の式に代入して u_{\max} を消去すると、円管内層流の圧力損失を表すハーゲン・ポアズイユの式を得る。[文献 3, 4]

$$\bar{u} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta P}{4\mu L} \right) R^2 \quad \cdots(4.2.4)$$

$$\bar{u} = \frac{\Delta P}{8\mu L} \left(\frac{D}{2} \right)^2 \quad \cdots(4.2.5)$$

$$\boxed{\Delta P = \frac{32\mu L \bar{u}}{D^2}} \quad [\Delta P \equiv \Delta p(\text{horizontal}), \Delta P \equiv \Delta p - \rho g L(\text{vertical})] \quad \cdots(4.2.6)$$

乱流条件の場合、流体粘性により管壁に及ぼす力 F_w [N] は、円管の側面積と運動エネルギーに比例すると考えて次式で表される。

$$F_w = \pi D L \left(\frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 \right) f \quad \cdots(4.2.7)$$

ただし、比例定数 f は管(くだ)摩擦係数(friction factor)[-]。

垂直円管の出入口に作用する力のつり合いは、次式で表される。

$$\pi R^2 p_1 = \pi R^2 p_2 + \pi R^2 L \rho g + F_w \quad \cdots(4.2.8)$$

F_w の式に代入して F_w を消去すると、円管内乱流の圧力損失を表すファニングの式を得る。[文献5]

$$\pi R^2 \Delta P = \pi D L \left(\frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 \right) f \quad \cdots(4.2.9)$$

$$\Delta P = \frac{\pi D L}{\pi (D/2)^2} \left(\frac{\rho \bar{u}^2}{2} \right) f \quad \cdots(4.2.10)$$

$$\boxed{\Delta P = 4f \left(\frac{L}{D} \right) \left(\frac{\rho \bar{u}^2}{2} \right)} \quad [\Delta P \equiv \Delta p(\text{horizontal}), \Delta P \equiv \Delta p - \rho g L(\text{vertical})] \quad \cdots(4.2.11)$$

上の力のつり合い式の右辺第2項 F_w は、流体塊の側面積 $2\pi R L$ [m²] の部分にせん断応力 τ_w [N/m²] が作用することで生成した力と考えて、次式で表すこともできる。

$$F_w = 2\pi R L \tau_w \quad \cdots(4.2.12)$$

上式を F_w の式に代入すると、管摩擦係数 f の定義式が導かれる。

$$2\pi R L \tau_w = \pi D L \left(\frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 \right) f \quad \cdots(4.2.13)$$

$$\boxed{f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho \bar{u}^2}} \quad \cdots(4.2.14)$$

管摩擦係数は、管壁と流体との間の無次元運動量交換量を表す。

ファニングの式は、層流条件でも適用できる。すなわち、ハーゲン・ポアズイユ式をファニング式に代入して Δp を消去すると、層流条件の管摩擦係数が次式で得られる。

$$f = \frac{16}{Re} \quad \cdots(4.2.15)$$

乱流条件の管摩擦係数は、円管の材質に基づき、平滑面管(ガラス管、銅管、黄銅管、鉛管など)と粗面管

(鋼管、鋳鉄管など)に場合分けされる。それぞれ次式が知られている。

(平滑面管) $\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \log_{10}(Re\sqrt{f}) - 0.4 \quad \dots(4.2.16)$ カルマンの式 [文献 6]

(粗面管) $\frac{1}{\sqrt{f}} = 3.2 \log_{10}(Re\sqrt{f}) + 1.2 \quad \dots(4.2.17)$ ニクラゼの式 [文献 7]

$Re < 10^5$ の領域では、平滑面管に対する次式が簡便である。

(平滑面管) $f = 0.0791 Re^{-0.25} \quad [Re < 10^5] \quad \dots(4.2.18)$ ブラジウスの式 [文献 8]

管壁の粗さを考慮する場合は、次式を用いる。

(粗面管) $\frac{1}{\sqrt{f}} = 3.48 - 4 \log_{10} \left(\frac{2\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{Re\sqrt{f}} \right) \quad \dots(4.2.19)$ コールブルックの式 [文献 9]

ただし、 ε は管表面の突起の平均高さ[m]であり、 ε/D を粗面度、粗滑度、あるいはたんに粗度(roughness)という。上式に $\varepsilon/D=0$ を代入すると、平滑管に関するカルマンの式が導かれる。

管摩擦係数は、レイノルズ数と粗面度の関数であり、ムーディ線図(Moody's diagram)により整理される。

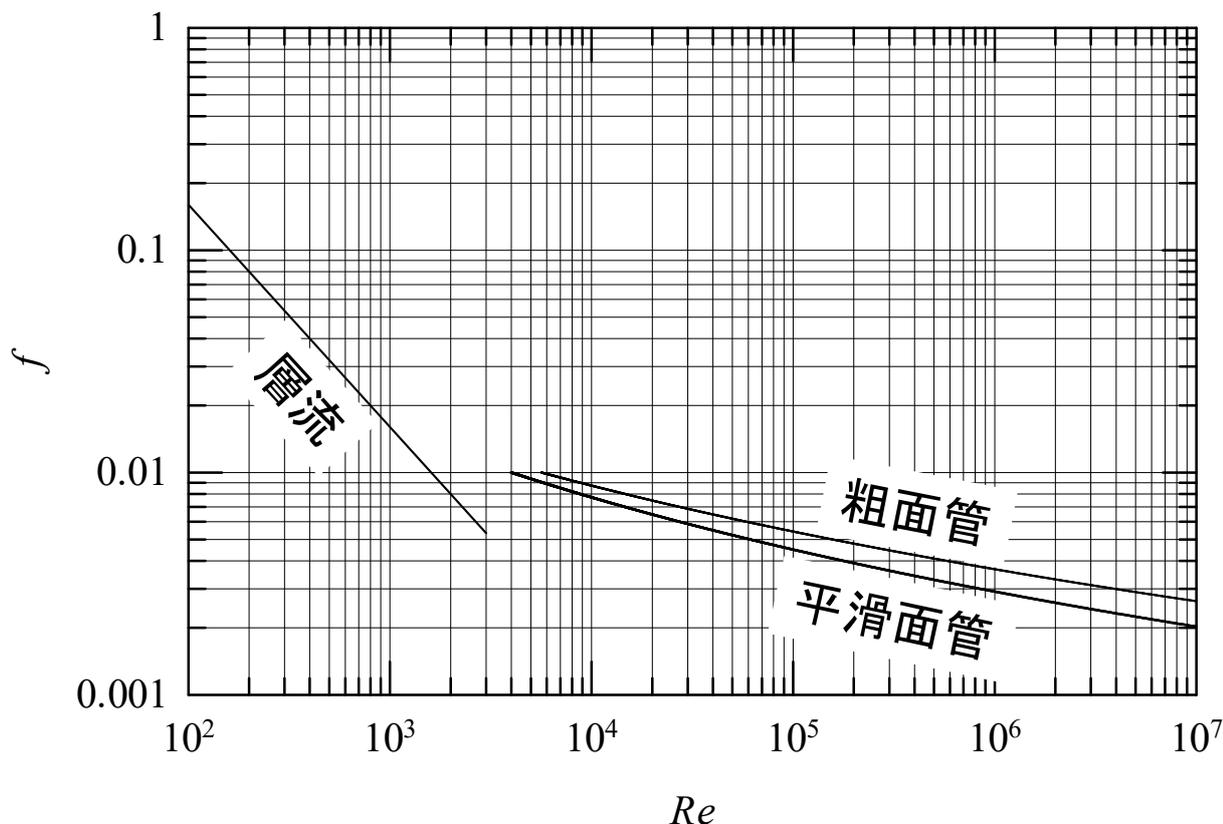


図 4.2.1 円管内流れにおける管摩擦係数とレイノルズ数の関係 [文献 10]

(粗面管の曲線はニクラゼの式、平滑面管の曲線はカルマンの式を用いて描いた。)

4. 3 管路の断面積が急に変化する場合のエネルギー損失

4.3.1 急に拡大する場合

管路が断面積 S_1 から S_2 へ急に拡大する場合の摩擦損失 F_e [J/kg] は、拡大前後の水平管路内における流体のエネルギー収支より導かれる。基準面 1 を流管が拡大する直前でとり、基準面 2 を拡大後の静圧が回復して流れが十分に安定となった箇所とする。

$$\frac{p_1}{\rho} + gZ_1 + \frac{\bar{u}_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + gZ_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2} + F_e \quad \cdots(4.3.1.1)$$

$$F_e = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2}{2} \quad [Z_1 - Z_2 = 0] \quad \cdots(4.3.1.2)$$

静圧差により生じる力は、力学的には、各基準面を出入りする単位時間当たり運動量 $\rho\bar{u}^2S$ [(kg·m/s)/s] の差に等しい。

$$(p_2 - p_1)S_2 = \rho\bar{u}_1^2S_1 - \rho\bar{u}_2^2S_2 \quad \cdots(4.3.1.3)$$

上式の静圧差 $(p_2 - p_1)$ は正である。これは、流路拡大により、基準面 2 での動圧(平均流速)が基準面 1 でのそれよりも小さくなるため、流体のエネルギー保存則により基準面 2 での静圧が基準面 1 よりも大きくなるからである。また、静圧項で同じ断面積 S_2 を用いている理由は、管断面が拡大した直後の箇所を基準面 1 をとっているが、流体側からすれば助走段階であり、流管はまだ拡大されていないと考えるためである。

上式に連続の式 $(\bar{u}_1S_1 = \bar{u}_2S_2)$ を用いて S_1 を消去すると、次式のようにになる。

$$(p_2 - p_1)S_2 = \rho\bar{u}_1^2 \left(\frac{\bar{u}_2S_2}{\bar{u}_1} \right) - \rho\bar{u}_2^2S_2 \quad \cdots(4.3.1.4)$$

$$p_2 - p_1 = \rho\bar{u}_1\bar{u}_2 - \rho\bar{u}_2^2 \quad \cdots(4.3.1.5)$$

上式を F_e の式に代入して静圧項を消去すると、次式のようにになる。

$$F_e = -\frac{\rho\bar{u}_1\bar{u}_2 - \rho\bar{u}_2^2}{\rho} + \frac{\bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2}{2} \quad \cdots(4.3.1.6)$$

$$F_e = \bar{u}_2^2 - \bar{u}_1\bar{u}_2 + \frac{\bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2}{2} \quad \cdots(4.3.1.7)$$

$$F_e = \frac{\bar{u}_1^2}{2} - \bar{u}_1\bar{u}_2 + \frac{\bar{u}_2^2}{2} \quad \cdots(4.3.1.8)$$

$$F_e = \frac{(\bar{u}_1 - \bar{u}_2)^2}{2} \quad \cdots(4.3.1.9)$$

$$F_e = \frac{[\bar{u}_1\{1 - (\bar{u}_2/\bar{u}_1)\}]^2}{2} \quad \cdots(4.3.1.10)$$

連続の式を用いると $(\bar{u}_2/\bar{u}_1 = S_1/S_2)$ 、次式となる。

$$F_c = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right) \frac{\bar{u}_1^2}{2} \quad \cdots(4.3.1.11)$$

$$\boxed{F_c = K_c \frac{\bar{u}_1^2}{2}} \quad \left[K_c \equiv 1 - \frac{S_1}{S_2} \right] \quad \cdots(4.3.1.12)$$

ただし、 K_c は拡大損失係数[-]。

管路内から大型槽へ流入する場合($S_1 \ll S_2$)は、断面積比 S_1/S_2 を 0 に近似して、 $K_c=1$ となる。

4.3.2 急に縮小する場合

管路が断面積 S_1 から S_2 へ急に縮小する場合、細い管路側の後方で縮流を生じ、これが再び拡大する所でエネルギー損失が起こる。この場合の摩擦損失 F_c [J/kg]は、次式で与えられる。

$$\boxed{F_c = K_c \frac{\bar{u}_2^2}{2}} \quad \cdots(4.3.2.1)$$

$$\frac{S_2}{S_1} > 0.715 \quad \text{のとき} \quad K_c = 0.75 \left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right) \quad \cdots(4.3.2.2)$$

$$\frac{S_2}{S_1} < 0.715 \quad \text{のとき} \quad K_c = 0.4 \left(1.25 - \frac{S_2}{S_1}\right) \quad \cdots(4.3.2.3)$$

ただし、 K_c は縮小損失係数[-]。

大型槽から管路内へ流入する場合($S_1 \gg S_2$)は、断面積比 S_2/S_1 を 0 に近似して、 $K_c=0.5$ となる。

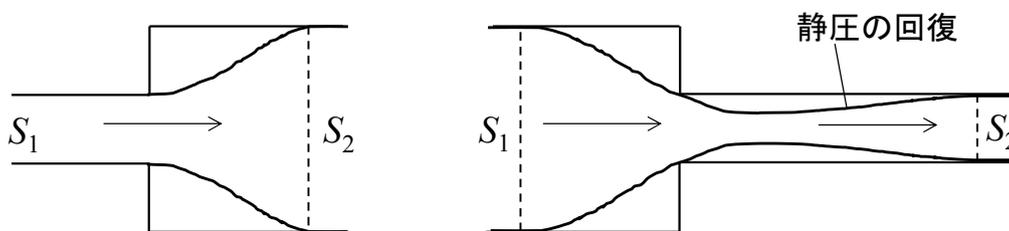


図 4.3.1 急拡大流れ・急縮小流れのエネルギー損失

4.4 継手類や弁によるエネルギー損失

管路に挿入されている継手や弁などの箇所でエネルギー損失が起こる。摩擦損失 F_a [J/kg]は、損失係数 K_a [-]を用いるか、あるいは損失分を水平直円管の長さに換算した相当長さ L_c [m]を用いて表す。

$$\boxed{F_a = K_a \frac{\bar{u}^2}{2}} \quad \cdots(4.4.1)$$

$$\boxed{F_a = 4f \left(\frac{L_c}{D} \right) \left(\frac{\bar{u}^2}{2} \right)} \quad \cdots(4.4.2)$$

$$L_e = nD \quad \dots(4.4.3)$$

ただし、 n は挿入物に依存する因子。

両方の式で計算し、より安全側にある(より大きい値の) F_a 値を採用するとよい。

表 4.4.1 管路内挿入物の損失係数と相当長さ [文献 11]

継手類	K_a	n	弁	K_a	n
45°エルボ	0.35	15	仕切弁(全開)	0.17	7
90°エルボ	0.75	32	仕切弁(3/4 開)	0.9	40
90°直角エルボ	1.3	60	仕切弁(1/2 開)	4.5	200
90°ベンド (曲率半径/管径=2~4)	—	10	仕切弁(1/4 開)	24.0	800
180°ベンド	1.50	75	玉形弁(全開)	6.0	300
ティーズ	1.3~1.5	60~90	アングル弁(全開)	3.0	170
ユニオン、カップリング	0.04	0	フート弁	15.0	
ストレーナ	1.0		コック(85°開)	0.05	

5. 流体輸送機械

液体に機械的エネルギーを与えて加圧し、送液する機械を**ポンプ**という。ポンプには、羽根車を回転させて液体を圧送する**ターボ形**と、回転子により体積を変化させて液体を圧送する**容積形**がある。ここでは、代表的なターボ形ポンプである遠心ポンプを取り扱う。

5. 1 揚水の原理

遠心ポンプは、**羽根車**を回転させてその遠心力で流体に運動エネルギーを与え、圧力を高めて低い所から高い所へ流体を輸送する**流体輸送機械**である。遠心ポンプの大まかなイメージは、翼の付いた攪拌軸を横に寝かせたものと思えばよい。攪拌翼に相当する羽根車が回転すると、回転中心部の水は外部へ吐き出されて負圧の状態となる。羽根車の軸に回転の動力を伝えるのは**原動機(モーター)**である。原動機は、電力を回転の動力に変換している。羽根車の回転で負圧の状態となったポンプと大気圧下にある貯水槽との間には圧力差が生じるため、貯水槽内の水がポンプに吸い込まれる形で配管内を輸送する。このように、流体移動の推進力は、圧力差であることが分かる。ポンプに吸い込まれた水は、回転する羽根車によって遠心力が与えられ、動圧(運動エネルギー)が増大する。動圧を得た水は、**ケーシング**を通過して上方へ吐き出されることで揚水される。ケーシングは、羽根車と吸込水の格納容器であり、羽根から出た水を吐出管へ導く。吐出管に近づくにつれて流路断面積が広がる構造になっており、羽根車で得た動圧を静圧(圧力エネルギー)に変換する仕組みになっている。

5. 2 流体輸送機の性能

5.2.1 揚程

ポンプが水を汲み上げる高さを**揚程(head)**という。ポンプの**全揚程** H_t [m]は、ポンプが実際に汲み上げる実揚程 H_a [m]に、汲み上げる過程で水の摩擦損失により失われる**損失水頭** H_f [m]を足し合わせたもの

で表される。

$$H_t = H_a + H_f \quad \cdots(5.2.1.1)$$

$$H_t = (Z_2 - Z_1) + \frac{\Sigma F}{\rho g} \quad \cdots(5.2.1.2)$$

実揚程 H_a と損失水頭 H_f は、吸込水面からポンプ中心までとそこから吐出水面までの工程で分けて考える。すなわち、実揚程 H_a は吸込実揚程 H_s [m] と吐出実揚程 H_d [m] の和、損失水頭 H_f は吸込側損失水頭 H_{fs} [m] と吐出側損失水頭 H_{fd} [m] の和でそれぞれ表される。

$$H_t = (H_s + H_d) + (H_{fs} + H_{fd}) \quad \cdots(5.2.1.3)$$

5.2.2 軸動力と所要動力

供給されたエネルギーのうち、有効な仕事に使われたエネルギーの割合を**効率**という。ポンプの内部で摩擦や動作音が生じることによりエネルギー損失が起こるため、効率は常に1未満となる。

ポンプの軸仕事 W [J/kg] に流体の質量流量 w [kg/s] を乗じて、ポンプ内を流れる際の摩擦損失を考慮した**ポンプ効率** η [-] を用いると、ポンプの**軸動力** L_p [W] を得る。

$$L_p = \frac{wW}{\eta} \quad \cdots(5.2.2.1)$$

ポンプと原動機などを含めた**総合効率** η_T [-] を用いると、ポンプの**所要動力** P_T [W] を得る。

$$P_T = \frac{wW}{\eta_T} \quad \cdots(5.2.2.2)$$

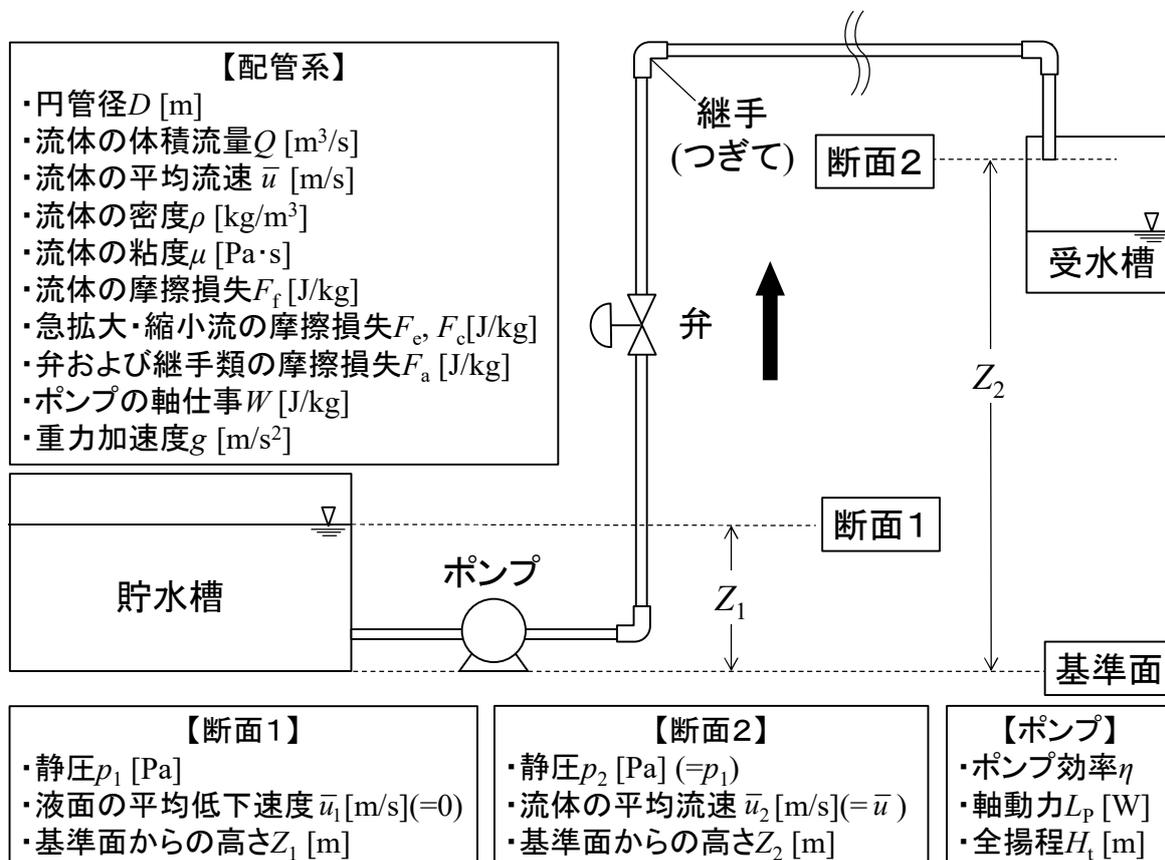


図 5.2.1 流体輸送プロセスの例(その2)

参考文献

- [1] JIS G3452
- [2] 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978), 2.2 章 粘性流体の管路内流動(表 2.6)
- [3] G. Hagen; *Pogg. Ann.*, **46**, 423-442 (1839)
- [4] J. Poiseuille; *Inst. De France Acad. Des Sci.*, **9** (1846) 433-544
- [5] J.T. Fanning; *A Practical Treatise on Hydraulic and Water Supply Engineering*, Van Nostrand, New York (1877)
- [6] T. von Kármán; *NACA TM 611* (1931)
- [7] J. Nikuradse; *VDI-Forschungsheft*, **356** (1932)
- [8] H. Blasius; *Forsch. Ver. Deut. Ing.*, **131** (1913)
- [9] C.F. Colebrook; *J. Inst. Civil. Engr.* (London) II, **133** (1938-39)
- [10] L.F. Moody; *Trans. ASME*, **66**, 671-684 (1944)
- [11] 化学工学協会編; 化学工学便覧 改訂四版, 丸善(1978), 2.2 章 粘性流体の管路内流動(表 2.10)

問 題

水の物性値：密度 1000 kg/m^3 、粘度 $0.001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、平均比熱容量 $4200 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ 、熱伝導度 $0.58 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$
 重力加速度： 9.81 m/s^2

- (1) 水を毎時 10 m^3 で 50A 鋼管により輸送する。水の平均流速[m/s]を求めよ。
- (2) スチームを平均流速 20 m/s で 1/2B 鋼管により輸送する。スチームの体積流量[m³/h]を求めよ。
- (3) 比重 0.95 の燃料油を平均流速 1.0 m/s で 80A 鋼管により輸送する。燃料油の質量流量[t/h]を求めよ。
 ※比重=(対象物質の密度)/(基準物質の密度) 基準物質には、4°Cの水(密度 1000 kg/m^3)を用いる。
- (4) 80A 鋼管の下流に 50A 鋼管が接続された管路内を水が定常的に輸送されている。80A 鋼管内の平均流速が 1.2 m/s のとき、50A 鋼管内の平均流速[m/s]を求めよ。
- (5) 水を毎時 1.5 m^3 で 1/2B 鋼管により輸送する場合のレイノルズ数を求め、流動状態を判定せよ。
- (6) 水を流量 2.0 L/s で 80A 粗面鋼管により水平に 400 m 輸送する。管路内を流れる水の圧力損失[kPa]を求めよ。継手や弁など配管付属品に伴う摩擦損失は無視できるものとする。
- (7) 貯水槽の水を毎時 10 t で地上から 10 m の高さにある受水槽まで 50A 粗面鋼管により 300 m 輸送する(本文中の図参照)。管路内に仕切弁(全開)1個と 90° エルボ3個が挿入されているとき、この管路を流れる水の全摩擦損失 ΣF [J/kg]を求めよ。なお、地下の貯水槽の容積は非常に大きく、液面の高さは変化しないものとする。
- (8) 前問において、ポンプ効率が 65%であるとき、ポンプの①軸動力[kW]と②揚程[m]を求めよ。

答(1)1.26 m/s,(2)14.6 m³/h,(3)17.5 t/h,(4)2.79 m/s,(5)33000(乱流),(6)10.3 kPa,(7)109 J/kg,(8)①0.889 kW,②10.0 m

[参考]数値の丸め方

(ア)切り捨てと切り上げの値を比較してより近い値を採用する。

12.31 $\underline{3}$ → (切り捨て)12.31 / (切り上げ)12.32 → (採用)12.31

(イ)(ア)で差が等しい場合は、偶数値を採用する。

12.30 $\underline{5}$ → (切り捨て)12.30 / (切り上げ)12.31 → (採用)12.30

単位換算

1 in (インチ) = 2.54 cm

1 ft (フィート) = 12 in = 0.3048 m

1 lb (ポンド) = 0.4536 kg

1 gal (ガロン) = 0.004546 m³

1 lb/ft³ (ポンド毎立方フィート) = 16.02 kg/m³

1 cP (センチポアズ) = 0.0006720 lb/(ft·s) = 0.001 Pa·s

1 dyn/cm (ダイン毎センチ) = 1 mN/m ※表面張力の単位。dyn は、力の単位。

付表 配管用炭素鋼鋼管(JIS G3452)

呼び径		外径 [mm]	厚さ [mm]
A	B		
6	1/8	10.5	2.0
8	1/4	13.8	2.3
10	3/8	17.3	2.3
15	1/2	21.7	2.8
20	3/4	27.2	2.8
25	1	34.0	3.2
32	1 1/4	42.7	3.5
40	1 1/2	48.6	3.5
50	2	60.5	3.8
65	2 1/2	76.3	4.2
80	3	89.1	4.2
90	3 1/2	101.6	4.2
100	4	114.3	4.5

解 答

(1)50A 鋼管の内径 $D=(\text{外径})-(\text{厚み})\times 2=(60.5)-(3.8)(2)=52.9 \text{ mm}$

50A 鋼管の断面積 $S=\pi(D/2)^2=\pi(0.0529/2)^2=2.1978\times 10^{-3} \text{ m}^2$

平均流速 $\bar{u}=(10/3600)^{\text{m}^3/\text{s}}/(2.1978\times 10^{-3})=1.2638 \text{ m/s} \doteq \boxed{1.26 \text{ m/s}}$

(2)1/2B 鋼管の内径 $D=(\text{外径})-(\text{厚み})\times 2=(21.7)-(2.8)(2)=16.1 \text{ mm}$

1/2B 鋼管の断面積 $S=\pi(D/2)^2=\pi(0.0161/2)^2=2.0358\times 10^{-4} \text{ m}^2$

体積流量 $Q=\bar{u}S=(20)^{\text{m/s}}(3600)^{\text{s/h}}(2.0358\times 10^{-4})^{\text{m}^2}=14.657 \text{ m}^3/\text{h} \doteq \boxed{14.6 \text{ m}^3/\text{h}}$

(3)燃料油の密度 $\rho=(0.95)(1000)=950 \text{ kg/m}^3$

80A 鋼管の内径 $D_1=(\text{外径})-(\text{厚み})\times 2=(89.1)-(4.2)(2)=80.7 \text{ mm}$

80A 鋼管の断面積 $S=\pi(D/2)^2=\pi(0.0807/2)^2=5.1148\times 10^{-3} \text{ m}^2$

質量流量 $w=\rho Q=\rho\bar{u}S=(950)^{\text{kg/m}^3}(10)^{\text{m/s}}(3600)^{\text{s/h}}(5.1148\times 10^{-3})^{\text{m}^2}=17.492 \text{ t/h} \doteq \boxed{17.5 \text{ t/h}}$

(4)連続の式 $\bar{u}_2=\bar{u}_1(S_1/S_2)=\bar{u}_1(D_1/D_2)^2=(1.2)(D_1/D_2)^2$

80A 鋼管の内径 $D_1=(\text{外径})-(\text{厚み})\times 2=(89.1)-(4.2)(2)=80.7 \text{ mm}$

50A 鋼管の内径 $D_2=(\text{外径})-(\text{厚み})\times 2=(60.5)-(3.8)(2)=52.9 \text{ mm}$

$\bar{u}_2=(1.2)(80.7/52.9)^2=2.7926 \text{ m/s} \doteq \boxed{2.79 \text{ m/s}}$

(5)1/2B 鋼管の内径 $D=(\text{外径})-(\text{厚み})\times 2=(21.7)-(2.8)(2)=16.1 \text{ mm}$

1/2B 鋼管の断面積 $S=\pi(D/2)^2=\pi(0.0161/2)^2=2.0358\times 10^{-4} \text{ m}^2$

平均流速 $\bar{u}=Q/S=(1.5/3600)^{\text{m}^3/\text{s}}/(2.0358\times 10^{-4})^{\text{m}^2}=2.0466 \text{ m/s}$

$Re=D\bar{u}\rho/\mu=(0.0161)(2.0466)(1000)/0.001=32950 \doteq \boxed{33000(\text{乱流})}$

(6)80A 鋼管の内径 $D_1=(\text{外径})-(\text{厚み})\times 2=(89.1)-(4.2)(2)=80.7 \text{ mm}$

80A 鋼管の断面積 $S=\pi(D/2)^2=\pi(0.0807/2)^2=5.1148\times 10^{-3} \text{ m}^2$

平均流速 $\bar{u}=Q/S=(0.0020)^{\text{m}^3/\text{s}}/(5.1148\times 10^{-3})=0.39102 \text{ m/s}$

$Re=D\bar{u}\rho/\mu=(0.0807)(0.39102)(1000)/0.001=31555 \doteq 3.2\times 10^4(\text{乱流})$

ムーディ線図の読み $f=0.0068$ (ニコラゼ式の数値解 $f=0.006798$)

ファニングの式 $\Delta p=4f(L/D)(\rho\bar{u}^2/2)=(4)(0.0068)(400/0.0807)(1000)(0.39102)^2/2=10306 \text{ Pa} \doteq \boxed{10.3 \text{ kPa}}$

(7)50A 鋼管の内径 $D=(\text{外径})-(\text{厚み})\times 2=(60.5)-(3.8)(2)=52.9 \text{ mm}$

50A 鋼管の断面積 $S=\pi(D/2)^2=\pi(0.0529/2)^2=2.1978\times 10^{-3} \text{ m}^2$

平均流速 $\bar{u}_2=(w/\rho)/S=[(10000/3600)/1000]^{\text{m}^3/\text{s}}/(2.1978\times 10^{-3})^{\text{m}^2}=1.2638 \text{ m/s}$

$Re=D\bar{u}\rho/\mu=(0.0529)(1.2638)(1000)/0.001=66855=6.7\times 10^4(\text{乱流})$

ムーディ線図の読み $f=0.0059$ (ニコラゼ式の数値解 $f=0.005855$)

ファニングの式 $\Delta p=4f(L/D)(\rho\bar{u}^2/2)=(4)(0.0059)(300/0.0529)(1000)(1.2638)^2/2=106881 \text{ Pa}$

流体の摩擦損失 $F_f=\Delta p/\rho=106881^{\text{N/m}^2}/1000^{\text{kg/m}^3}=106.88 \text{ J/kg}$

縮小損失係数 $K_c=0.4[1.25-(S_2/S_1)]=(0.4)(1.25-0)=0.5$

急縮小流(貯水槽から管入口)の摩擦損失 $F_c=K_c(\bar{u}_2^2/2)=(0.5)(1.2638)^2/2=0.39929 \text{ J/kg}$

仕切弁(全開)の摩擦損失 $F_{a1}=(0.17)(1.2638)^2/2=0.13576 \text{ J/kg}$

90°エルボ3個の摩擦損失 $3F_{a2}=(3)(0.75)(1.2638)^2/2=1.7968 \text{ J/kg}$

全摩擦損失 $\Sigma F=F_f+F_c+F_a=F_f+F_c+(F_{a1}+3F_{a2})=106.88+0.39929+0.13576+1.7968=109.21 \text{ J/kg} \doteq \boxed{109 \text{ J/kg}}$

※(管路から受水槽へ流入する箇所での急拡大流損失の有無について)管が受水槽の液位よりも上方に接続される場合は、管内の流体と受水槽内の流体が接続されていないため、急拡大流損失は起こらない。管が受水槽の液位よりも下方に接続される場合は、管内の流体と受水槽内の流体が接続されているため、急拡大流損失が起こる。

$$(8) \text{ポンプの軸仕事 } W = g(Z_2 - Z_1) + \bar{u}_2^2/2 + \Sigma F = (9.81)(10) + (1.2638)^2/2 + 109.21 = 208.10 \text{ J/kg}$$

$$\text{ポンプの軸動力 } L_p = wW/\eta = (10000/3600)(208.10)/0.65 = 889.31 \text{ W} \doteq \boxed{0.889 \text{ kW}}$$

$$\text{ポンプの揚程 } H_t = H_a + H_f = (Z_2 - Z_1) + \Sigma F/(\rho g) = 10 + 109.21/[(1000)(9.81)] = 10.011 \text{ m} \doteq \boxed{10.0 \text{ m}}$$